

ÉNONCÉ ET CORRIGÉ DU DEVOIR MAISON N° 3 – 3^{ème}

Exercice n° 107 p. 48

On donne l'expression $A = (2x - 3)^2 - (4x + 7)(2x - 3)$.

1. Développer et réduire l'expression A.

$$\begin{aligned} A &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - (4x \times 2x - 4x \times 3 + 7 \times 2x - 7 \times 3) \\ &= 4x^2 - 12x + 9 - (8x^2 - 12x + 14x - 21) \\ &= 4x^2 - 12x + 9 - 8x^2 + 12x - 14x + 21 \\ &= -4x^2 - 14x + 30. \end{aligned}$$

2. Factoriser l'expression A.

$$\begin{aligned} A &= (2x - 3)^2 - (4x + 7)(2x - 3) = \underline{(2x - 3)(2x - 3)} - (4x + 7)\underline{(2x - 3)} \\ &= (2x - 3) [(2x - 3) - (4x + 7)] \\ &= (2x - 3)(2x - 3 - 4x - 7) \\ &= (2x - 3)(-2x - 10) \text{ ou en continuant, } A = -2(2x - 3)(x + 5). \end{aligned}$$

3. Calculer A pour $x = 0$, $x = -5$, puis pour $x = \frac{3}{2}$.

- pour $x = 0$, on utilise l'expression développée : $A = -4 \times 0^2 - 14 \times 0 + 30 = 30$.
- pour $x = -5$, on utilise l'expression factorisée : $A = -2[2 \times (-5) - 3](-5 + 5) = 0$.
- pour $x = \frac{3}{2}$, on utilise l'expression factorisée : $A = -2 \left(2 \times \frac{3}{2} - 3 \right) \left(\frac{3}{2} + 5 \right) = 0$.

Exercice n° 108 p. 48

$B = 4x(5x - 2) + 25x^2 - 4$.

1. Développer et réduire l'expression B.

$$\begin{aligned} B &= 4x(5x - 2) + 25x^2 - 4 \\ &= 4x \times 5x + 4x \times (-2) + 25x^2 - 4 \\ &= 20x^2 - 8x + 25x^2 - 4 \\ &= 45x^2 - 8x - 4. \end{aligned}$$

2. Factoriser $25x^2 - 4$. $25x^2 - 4 = (5x)^2 - 2^2 = (5x - 2)(5x + 2)$.

En déduire une expression factorisée de B.

$$\begin{aligned} B &= 4x(5x - 2) + 25x^2 - 4 \\ &= 4x(5x - 2) + (5x - 2)(5x + 2) \quad \text{d'après la question précédente} \\ &= (5x - 2) [4x + (5x + 2)] \\ &= (5x - 2)(9x + 2). \end{aligned}$$

Exercice n° 109 p. 48

Démontrer les trois propositions suivantes dues à Viète, mathématicien du XVI^e siècle.

1. Le carré de la différence de deux nombres ajouté à quatre fois leur produit est égal au carré de leur somme.

$$(x - y)^2 + 4xy = x^2 - 2xy + y^2 + 4xy = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2.$$

2. Le double de la somme des carrés de deux nombres, diminué du carré de la somme de ces deux nombres, est égal au carré de leur différence.

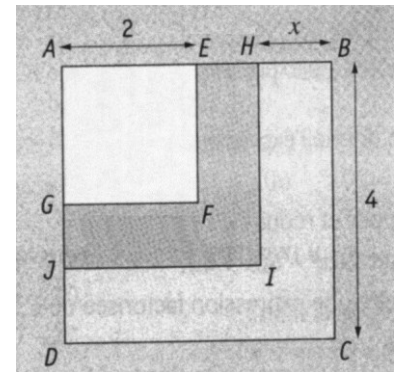
$$2(x^2 + y^2) - (x + y)^2 = 2x^2 + 2y^2 - (x^2 + 2xy + y^2) = 2x^2 + 2y^2 - x^2 - 2xy - y^2 = x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2.$$

3. Lorsque l'on divise la différence des carrés de deux nombres par la somme des nombres, on obtient leur différence.

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x + y)(x - y)}{x + y} = x - y.$$

Exercice n° 110 p. 48

Dans la figure ci-contre, AIEG, AHJ et ABCD sont des carrés.



1. Calculer AH en fonction de x .

Puisque ABCD est un carré, $AB = BC = 4$, donc $AH = AB - BH = 4 - x$.

2. En déduire l'aire de la partie violette (aire de la figure EHIJGF) en fonction de x .

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{AHJ} - \mathcal{A}_{AIEG} = (4 - x)^2 - 2^2 = (4 - x)^2 - 4.$$

3. Développer et réduire l'expression : $Q = (4 - x)^2 - 4$.

$$Q = 4^2 - 2 \times 4x + x^2 - 4 = 16 - 8x + x^2 - 4 = x^2 - 8x + 12.$$

4. Factoriser l'expression Q .

$$Q = (4 - x)^2 - 2^2 = [(4 - x) + 2] [(4 - x) - 2] = (6 - x)(2 - x).$$

5. Calculer l'expression Q pour $x = 2$.

$$Q = (6 - 2)(2 - 2) = 0.$$

Que traduit ce résultat pour la figure ?

Lorsque $x = 2$, les points H et E sont confondus, ainsi que les points F et I et les points G et J : il n'y a plus de zone violette !