



CONTRÔLE N° 1

Le vendredi 20 septembre 2013 – Calculatrice autorisée

Année scolaire 2013-2014

Classe : 3^{ème} 5

NOM : Prénom :

*Les exercices/questions commençant par « * » sont à faire directement sur le sujet !*

Exercice n° 1 /1,5 point

* 18 est un multiple de 6. Complète les trois autres manières de formuler cette phrase :

- a) 6 est un de 18.
- b) 18 est par 6.
- c) 18 est dans de 6.

Exercice n° 2 /3,5 points

- a) Écris tous les diviseurs de chacun des nombres suivants : 9 ; 5 ; 30 ; 45 et 11.
- b) Quels sont les nombres premiers de cette liste ?
- c) Quel est le PGCD de 30 et 45 ? Justifie la réponse.

Exercice n° 3 /2,5 points

- a) Calcule le PGCD de 481 et 234 par la méthode de ton choix, en détaillant les calculs.
- b) Ces deux nombres sont-ils premiers entre eux ? Explique ta réponse.

Exercice n° 4 /2,5 points

Simplifie les fractions suivantes jusqu'à obtenir la forme irréductible, en détaillant les calculs :

$$\frac{945}{595} \quad \text{et} \quad \frac{736}{1\,771}$$

Exercice n° 5 /4 points

M. Lenzen a réalisé dans sa carrière 2 622 exercices de collège et 2 530 exercices de lycée. Il souhaite faire des annales contenant des exercices de collège et de lycée, de sorte que chaque annale contienne le même nombre d'exercices de collège et d'exercices de lycée, et qu'il ne reste aucun exercice en trop.

- a) Aide M. Lenzen à calculer le plus grand nombre d'annales qui peut réaliser.
- b) Combien y aura-t-il alors d'exercices de collège et d'exercices de lycée dans chaque annale ?

Exercice n° 6 /4 points

Un champ a la longueur d'un rectangle de longueur 102 m et de largeur 78 m. On entoure entièrement ce champ en plantant des peupliers sur son pourtour. Les arbres sont régulièrement espacés et la distance qui sépare chaque peuplier de son voisin est un nombre entier de mètres. Il y a un peuplier à chaque coin.

- a) Deux peupliers successifs peuvent-ils être séparés de 5 m ? Pourquoi ?
- b) Un peuplier coûte cher, on souhaite donc en mettre le moins possible, c'est-à-dire espacer au maximum deux peupliers consécutifs. Quelle est cette distance maximale possible ?
- c) Combien y a-t-il en tout de peupliers ?

Exercice n° 7 /2 points

Soient les calculs suivants :

$$A = \frac{11}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \quad \text{et} \quad \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$$

- a) Calcule A et écris le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
- b) Calcule B et donne le résultat sous forme de nombre entier.

Exercice n° 8 /2 points

Calcule, et écris le résultat sous la forme d'une fraction irréductible, en détaillant les calculs :

$$A = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{3 - \frac{2}{5}} \div \frac{\frac{43}{13}}{\frac{4}{5} + \frac{7}{2}}$$



Exercice n° 1

18 est un multiple de 6. Complète les trois autres manières de formuler cette phrase :

- a) 6 est un **diviseur** de 18.
- b) 18 est **divisible** par 6.
- c) 18 est dans **la table** de 6.

Exercice n° 2

- a) Écris tous les diviseurs de chacun des nombres suivants : 9 ; 5 ; 30 ; 45 et 11.

Diviseurs de 9 : 1 ; 3 ; 9.
Diviseurs de 5 : 1 ; 5.
Diviseurs de 30 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30.
Diviseurs de 45 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45.
Diviseurs de 11 : 1 ; 11.

- b) Quels sont les nombres premiers de cette liste ?
5 et 11 car ils n'admettent que deux diviseurs : 1 et eux-mêmes.
- c) Quel est le PGCD de 30 et 45 ? Justifie la réponse.
PGCD(30;45) = 15 car les diviseurs communs à 30 et 45 sont 1 ; 3 ; 5 ; 15, et le plus grand est 15.

Exercice n° 3

- a) Calcule le PGCD de 481 et 234 par la méthode de ton choix, en détaillant les calculs.

On utilise l'algorithme d'Euclide :
 $481 = 234 \times 2 + 13$
 $234 = 13 \times 18 + 0$
Le PGCD est 13.

- b) Ces deux nombres sont-ils premiers entre eux ? Explique ta réponse. **Non, car deux nombres sont premiers entre eux si leur PGCD vaut 1.**

Exercice n° 4

Simplifie les fractions suivantes jusqu'à obtenir la forme irréductible, en détaillant les calculs :

$$\frac{945}{595} \quad \text{et} \quad \frac{736}{1771}$$

On utilise l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{aligned} 945 &= 595 \times 1 + 350 \\ 595 &= 350 \times 1 + 245 \\ 350 &= 245 \times 1 + 105 \\ 245 &= 105 \times 2 + 35 \\ 105 &= 35 \times 3 + 0 \end{aligned}$$

Le PGCD est 35. Donc :

$$\frac{945}{595} = \frac{945 \div 35}{595 \div 35} = \frac{27}{17}$$

On utilise l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{aligned} 1771 &= 736 \times 2 + 299 \\ 736 &= 299 \times 2 + 138 \\ 299 &= 138 \times 2 + 23 \\ 138 &= 23 \times 6 + 0 \end{aligned}$$

Le PGCD est 23. Donc :

$$\frac{1771}{736} = \frac{1771 \div 23}{736 \div 23} = \frac{77}{32}$$

Exercice n° 5

M. Lenzen a réalisé dans sa carrière 2 622 exercices de collège et 2 530 exercices de lycée. Il souhaite faire des annales contenant des exercices de collège et de lycée, de sorte que chaque annale contienne le même nombre d'exercices de collège et d'exercices de lycée, et qu'il ne reste aucun exercice en trop.

- a) Aide M. Lenzen à calculer le plus grand nombre d'annales qui peut réaliser.

On utilise l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{aligned} 2622 &= 2530 \times 1 + 92 \\ 2530 &= 92 \times 27 + 46 \\ 92 &= 46 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

Le PGCD est 46.

- b) Combien y aura-t-il alors d'exercices de collège et d'exercices de lycée dans chaque annale ?

$$\text{Nombre d'exercices de collège : } \frac{2622}{46} = 57$$

$$\text{Nombre d'exercices de lycée : } \frac{2530}{46} = 55.$$

Exercice n° 6

Un champ a la longueur d'un rectangle de longueur 102 m et de largeur 78 m. On entoure entièrement ce champ en plantant des peupliers sur son pourtour. Les arbres sont régulièrement espacés et la distance qui sépare chaque peuplier de son voisin est un nombre entier de mètres. Il y a un peuplier à chaque coin.

- Deux peupliers successifs peuvent-ils être séparés de 5 m ? Pourquoi ?
- Un peuplier coûte cher, on souhaite donc en mettre le moins possible, c'est-à-dire espacer au maximum deux peupliers consécutifs. Quelle est cette distance maximale possible ?
- Combien y a-t-il en tout de peupliers ?

Exercice n° 7

Soient les calculs suivants :

$$A = \frac{11}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \quad \text{et} \quad \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}.$$

- Calcule A et écris le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{11}{5} - \frac{7}{15} = \frac{26}{15}.$$

- Calcule B et donne le résultat sous forme de nombre entier.

$$B = -\frac{7}{3} \times \frac{9}{1} = -21.$$

Exercice n° 8

Calcule, et écris le résultat sous la forme d'une fraction irréductible, en détaillant les calculs :

$$A = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{3 - \frac{2}{5}} \div \frac{\frac{43}{13}}{\frac{4}{5} + \frac{7}{2}}$$

$$A = \frac{\frac{4}{6} + \frac{3}{6}}{\frac{15}{5} - \frac{2}{5}} \div \frac{\frac{43}{13}}{\frac{8}{10} + \frac{35}{10}}$$

$$A = \left(\frac{7}{6} \times \frac{5}{13}\right) \div \left(\frac{43}{13} \times \frac{10}{43}\right)$$

$$A = \frac{7\cancel{35}}{6\cancel{78}} \times \frac{\cancel{13}^1}{\cancel{10}_2} = \frac{7}{12}.$$