



CONTRÔLE N° 6

Le vendredi 14 février 2014 – Calculatrice autorisée

Année scolaire 2013-2014

Classe : 3^{ème} 5

NOM : Prénom :

Les exercices/questions commençant par « * » sont à faire directement sur le sujet **RECTO-VERSO!**

Exercice n° 1 /2 points

- a) Dessine une configuration de Thalès dans laquelle le petit triangle ne se trouve pas à l'intérieur du grand triangle.
- b) * Quelle égalité doit-on tester afin de savoir si les droites sont parallèles ou non ?

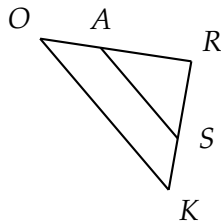
_____ = _____.

Exercice n° 2 /3 points

(Amérique du Nord, juin 2011).

Dans le dessin ci-contre, les droites (SA) et (OK) sont parallèles. On sait que :

- $SA = 5$ cm ;
- $OA = 3,8$ cm ;
- $OR = 6,84$ cm ;
- $KR = 7,2$ cm.



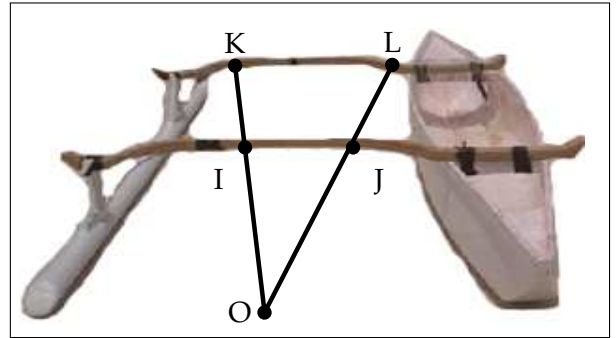
Les questions de cet exercice ont été effacées, mais il reste ci-dessous des calculs effectués par un élève, en réponse aux questions manquantes.

- a) $6,84 - 3,8 = 3,04$.
- b) $\frac{5 \times 6,84}{3,04} = 11,25$.
- c) $7,2 + 6,84 + 11,25 = 25,59$.

En utilisant tous les calculs précédents, écrire les questions auxquelles l'élève a répondu.

Exercice n° 3 /3 points

(Polynésie française, juin 2012). Teva vient de construire lui-même sa pirogue :



Pour vérifier que les deux bras du balancier sont parallèles entre eux, il place sur ceux-ci deux boîtes rectilignes schématisés sur le dessin ci-dessus par les segments [OK] et [OL] avec $I \in [OK]$ et $J \in [OL]$. La mesure des longueurs OI, OJ, OK et OL donne les résultats suivants (en mètres) :

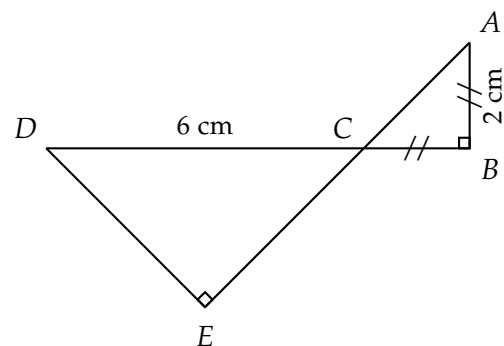
$$OI = 1,5 ; OJ = 1,65 ; OK = 2 ; OL = 2,2.$$

Les deux bras sont-ils parallèles ? Justifie ta réponse.

Exercice n° 4 /6 points

(France métropolitaine, juin 2011, adaptation). Le dessin ci-dessous représente une figure géométrique dans laquelle on sait que :

- ABC est un triangle rectangle en B .
- CED est un triangle rectangle en E .
- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points D, C et B sont alignés.
- $AB = CB = 2$ cm et $CD = 6$ cm.



Le dessin n'est pas en vraie grandeur.

- a) Représenter sur la copie la figure en vraie grandeur.

- b) Quelle est la mesure de l'angle \widehat{ACB} ? En déduire la mesure de l'angle \widehat{DCE} .
- c) Calculer la valeur exacte de CE , puis celle de AC .
- d) Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles? Justifier.

Exercice n° 5 /1 point

(Sujet complémentaire). Soit $B = (2x - 3)^2$ et $C = (2x - 3)(-5x + 2)$.

- a) Écrire $B - C$ sous la forme d'un produit de deux facteurs du premier degré.
- b) **Question bonus** : Résoudre l'équation $B - C = 0$.

Exercice n° 6 /3 points

(Nouvelle-Calédonie, mars 2009). On considère le programme de calcul suivant :

- * Choisir un nombre de départ.
- * Ajouter 1.
- * Calculer le carré du résultat obtenu.
- * Lui soustraire le carré du nombre de départ.
- * Écrire le résultat final.

- a) Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.
- b) Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on?
- c) Le nombre de départ étant x , exprimer le résultat final en fonction de x .

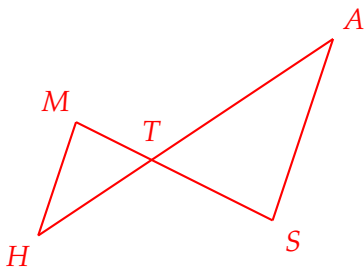
Exercice n° 7 /2 points

(Sujet complémentaire). On donne l'expression suivante : $E = (2x - 5)^2 - 2(2x - 5)$.

- a) Développer et réduire E .
- b) Factoriser E .
- c) Calculer E pour $x = -2$.
- d) **Question bonus** : Résoudre l'équation suivante : $(2x - 5)(2x - 7) = 0$.

Exercice n° 1 /2 points

- a) Dessine une configuration de Thalès dans laquelle le petit triangle ne se trouve pas à l'intérieur du grand triangle.



- b) * Quelle égalité doit-on tester afin de savoir si les droites sont parallèles ou non ?

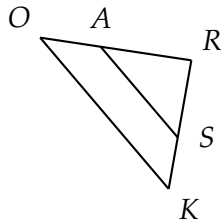
$$\frac{TH}{TA} = \frac{TM}{TS}$$

Exercice n° 2 /3 points

(Amérique du Nord, juin 2011).

Dans le dessin ci-contre, les droites (SA) et (OK) sont parallèles. On sait que :

- SA = 5 cm ;
- OA = 3,8 cm ;
- OR = 6,84 cm ;
- KR = 7,2 cm.



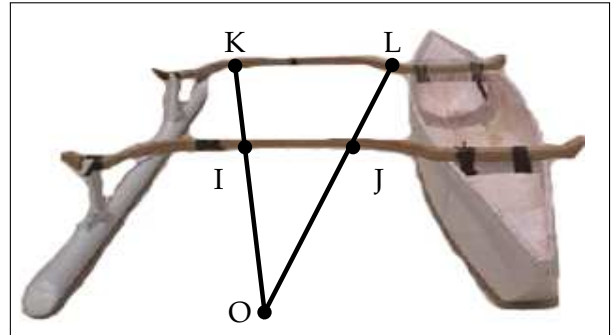
Les questions de cet exercice ont été effacées, mais il reste ci-dessous des calculs effectués par un élève, en réponse aux questions manquantes.

- a) $6,84 - 3,8 = 3,04$. → Calcule la longueur AR.
 b) $\frac{5 \times 6,84}{3,04} = 11,25$. → Calcule la longueur OK.
 c) $7,2 + 6,84 + 11,25 = 25,29$. → Calcule alors le périmètre du triangle KOR.

En utilisant tous les calculs précédents, écrire les questions auxquelles l'élève a répondu. (voir ci-dessus)

Exercice n° 3 /3 points

(Polynésie française, juin 2012). Teva vient de construire lui-même sa pirogue :



Pour vérifier que les deux bras du balancier sont parallèles entre eux, il place sur ceux-ci deux bois rectilignes schématisés sur le dessin ci-dessus par les segments [OK] et [OL] avec $I \in [OK]$ et $J \in [OL]$. La mesure des longueurs OI, OJ, OK et OL donne les résultats suivants (en mètres) :

$$OI = 1,5 ; OJ = 1,65 ; OK = 2 ; OL = 2,2.$$

Les deux bras sont-ils parallèles ? Justifie ta réponse.

D : L'égalité à tester est $\frac{OI}{OK} = \frac{OJ}{OL}$.

* D'une part, $\frac{OI}{OK} = \frac{1,5}{2} = 0,75$.

* D'autre part, $\frac{OJ}{OL} = \frac{1,65}{2,2} = 0,75$.

L'égalité est vraie.

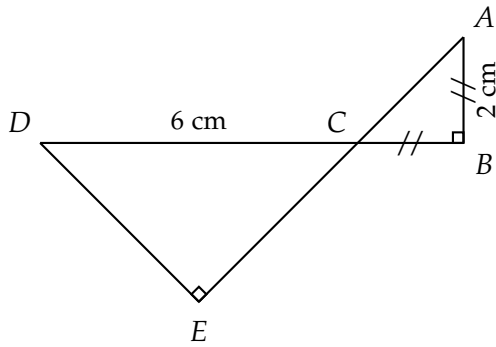
P : D'après la réciproque du théorème de Thalès,

C : Les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.

Exercice n° 4 /6 points

(France métropolitaine, juin 2011, adaptation). Le dessin ci-dessous représente une figure géométrique dans laquelle on sait que :

- ABC est un triangle rectangle en B.
- CED est un triangle rectangle en E.
- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points D, C et B sont alignés.
- AB = CB = 2 cm et CD = 6 cm.



Le dessin n'est pas en vraie grandeur.

a) Représenter sur la copie la figure en vraie grandeur. **La figure en vraie grandeur est simplement un agrandissement de celle-ci.**

b) Quelle est la mesure de l'angle \widehat{ACB} ? En déduire la mesure de l'angle \widehat{DCE} . **Le triangle ABC est rectangle isocèle en B, donc $\widehat{ACB} = (180^\circ - 90^\circ) \div 2 = 45^\circ$. L'angle \widehat{DCE} est opposé par le sommet à \widehat{ACB} donc $\widehat{DCE} = 45^\circ$.**

c) Calculer la valeur exacte de CE, puis celle de AC. **Dans le triangle DCE rectangle en E, on a :**

$$\cos \widehat{DCE} = \frac{CE}{CD} \rightarrow CE = 6 \times \cos(45^\circ) = 3\sqrt{2}.$$

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{CB}{AC} \rightarrow AC = \frac{2}{\cos(45^\circ)} = 2\sqrt{2}.$$

d) Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles?

Justifier. **L'égalité à tester est $\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE}$. D'une part, $\frac{CB}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,3$ et d'autre part, $\frac{CA}{CE} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3} \approx 0,7$. L'égalité est fautive, donc d'après le contraposée du théorème de Thalès, les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.**

Exercice n° 5 /1 point

(Sujet complémentaire). Soit $B = (2x - 3)^2$ et $C = (2x - 3)(-5x + 2)$.

a) Écrire $B - C$ sous la forme d'un produit de deux facteurs du premier degré.

$$\begin{aligned} B - C &= (2x - 3)^2 - (2x - 3)(-5x + 2) \\ &= (2x - 3) [(2x - 3) - (-5x + 2)] \\ &= (2x - 3) (2x - 3 + 5x - 2) \\ &= (2x - 3) (7x - 5). \end{aligned}$$

b) **Question bonus** : Résoudre l'équation $B - C = 0$.
Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$, donc :

$$2x - 3 = 0 \rightarrow x = 1,5 \text{ ou } 7x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{7}.$$

Exercice n° 6 /3 points

(Nouvelle-Calédonie, mars 2009). On considère le programme de calcul suivant :

- ★ Choisir un nombre de départ.
- ★ Ajouter 1.
- ★ Calculer le carré du résultat obtenu.
- ★ Lui soustraire la carré du nombre de départ.
- ★ Écrire le résultat final.

a) Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final. **$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 4 - 1^2 = 3$.**

b) Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ? **$2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 9 - 2^2 = 5$.**

c) Le nombre de départ étant x , exprimer le résultat final en fonction de x . **$x \rightarrow x + 1 \rightarrow (x + 1)^2 \rightarrow (x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$.**

Exercice n° 7 /2 points

(Sujet complémentaire). On donne l'expression suivante : $E = (2x - 5)^2 - 2(2x - 5)$.

a) Développer et réduire E.
 $E = 4x^2 - 20x + 25 - 4x + 10 = 4x^2 - 24x + 35$.

b) Factoriser E.
 $E = (2x - 5)(2x - 5 - 2) = (2x - 5)(2x - 7)$.

c) Calculer E pour $x = -2$.
 $E = (-4 - 5)(-4 - 7) = -9 \times (-11) = 99$.

d) **Question bonus** : Résoudre l'équation suivante : $(2x - 5)(2x - 7) = 0$.
Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$, donc :

$$2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ ou } 2x - 7 = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2}.$$