

**ATTENTION au soin, à l'orthographe, à la rédaction...**

**Exercice n° 1 (centres d'un cercle) - 8 points**

Soit ABC un triangle non aplati, A', B', et C' les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB], et O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Soit H le point défini par :  $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ .

1. Déterminer le point H.
  - a) Montrer successivement que :  $\vec{AH} = 2 \vec{OA'}$  ;  $\vec{BH} = 2 \vec{OB'}$  ;  $\vec{CH} = 2 \vec{OC'}$ .
  - b) Placer le point H sur une figure (choisir un triangle ABC **non particulier** !).
  - c) Montrer successivement que :  $(AH) \perp (BC)$  ;  $(BH) \perp (AC)$  ;  $(CH) \perp (AB)$ .
  - d) Que peut-on en déduire pour le point H ?
  
2. Soit G le point défini par :  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .
  - a) Montrer successivement que :  $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AA'}$  ;  $\vec{BG} = \frac{2}{3} \vec{BB'}$  ;  $\vec{CG} = \frac{2}{3} \vec{CC'}$ .
  - b) Placer le point G sur la figure.
  - c) Montrer que, pour tout point M du plan,  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3 \vec{MG}$ .
  - d) En déduire que  $\vec{OH} = 3 \vec{OG}$ .
  - e) Que peut-on déduire de la question précédente ?

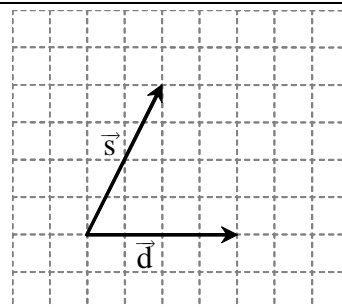
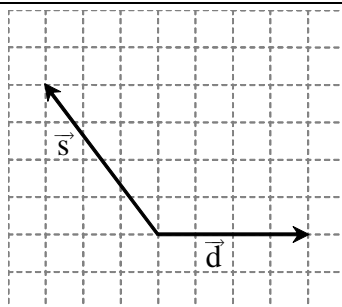
*Remarque* : Je rappelle (d'après les activités informatiques faites au début de l'année) que, dans un triangle, le centre de gravité, le centre du cercle circonscrit, et l'orthocentre sont alignés ; la droite passant par ces trois points est appelée la droite d'Euler.

**Exercice n° 2 (vecteurs somme et différence) – 6 points**

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs dont on connaît :

la somme  $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$ ,  
 la différence  $\vec{d} = \vec{u} - \vec{v}$ .

Déterminer  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  dans les deux cas ci-contre, en détaillant la méthode utilisée. Les placer sur chacune des figures.



**Exercice n° 3 (ensembles de points) – 6 points**

Soient ABC un triangle, I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].

1. Démontrer que pour tous les points M du plan, on a :  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI}$  et  $\vec{MC} + \vec{MB} = 2 \vec{MJ}$  ;
2. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :  $\| \vec{MA} + \vec{MB} \| = \| \vec{AB} - \vec{AC} \|$  ;
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :  $\| \vec{MA} + \vec{MB} \| = \| \vec{MC} + \vec{MB} \|$ .