La notation tiendra compte du soin apporté à la copie, de nombre de fautes d'orthographe, et surtout de la clarté des réponses (il va de soi que tout calcul doit être justifié et correctement rédigé).

Exercice n° 1 (fonctions en géométrie) – 8,5 points

On considère un segment [AB] de 10 cm de longueur. Sur ce segment, on place un point M à x cm du point A. On construit encore les deux demi-cercles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de diamètres respectifs [AM] et [MB].

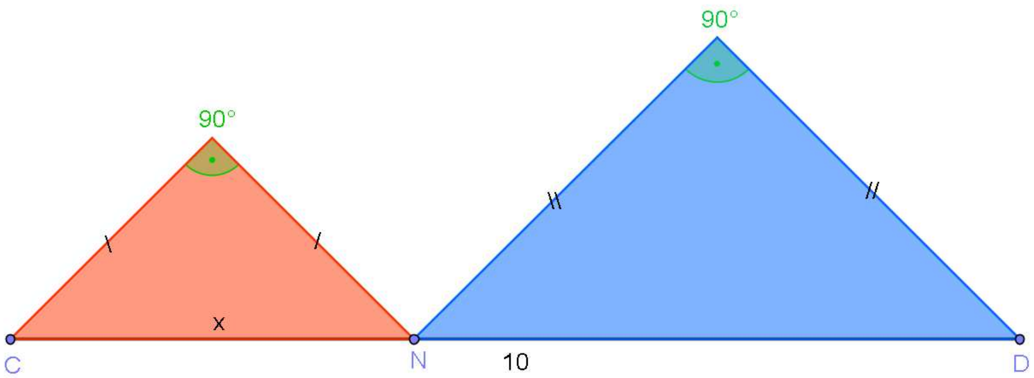
1. Dans toute cette question, $x = 3$.
   a) Faire une figure.
   b) Calculer la somme des périmètres des deux demi-cercles, après avoir rappelé la formule générale donnant le périmètre d'un cercle de rayon R.
   c) Calculer la somme des aires des deux demi-cercles, après avoir rappelé la formule générale donnant l'aire d'un cercle de rayon R.

2. On se place maintenant dans le cas général.
   a) Calculer la somme des périmètres, puis la somme des aires des deux demi-cercles en fonction de x. On notera désormais $\mathscr{A}(x)$ la somme des aires et $\mathscr{P}(x)$ la somme des périmètres. Que constate-t-on pour la fonction $\mathscr{P}$?
   b) Recopier et compléter le tableau suivant, avec une précision de 2 chiffres après la virgule :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mathscr{A}(x)$											

   c) Dans un repère orthogonal dont les unités seront judicieusement choisies (x sera représenté en abscisses et $\mathscr{A}(x)$ en ordonnées), placer les points déterminés dans le tableau, puis tracer la représentation graphique de la fonction $\mathscr{A}$.
   d) Pour quelle valeur de x la somme des deux aires semble-t-elle être la plus petite ? Justifier le choix de réponse.

On considère maintenant la figure suivante :



3. a) On note maintenant $a(x)$ la somme des aires des deux triangles. Exprimer $a(x)$ en fonction de x.
   b) Pour quelle valeur de x la fonction a est-elle définie ? Calculer $a(x)$ pour les valeurs suivantes de x : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10.
   c) Compléter le graphique fait à la question 2.d) en y ajoutant les points fraîchement calculés, et en traçant la représentation graphique de la fonction a.

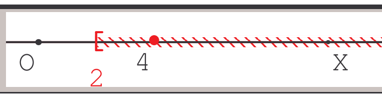
Exercice n° 2 (ensembles de définition) – 6 points

Rédiger toutes les étapes pour déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions ci-dessous :

$$f(x) = \frac{2x-5}{5-3x} \qquad g(x) = \sqrt{4-5x} \qquad h(x) = \frac{x-4}{x^2-4}$$

$$i(x) = \frac{x+1}{x^2+1} \qquad j(x) = \sqrt{(5-x)(x-3)} \qquad k(x) = \sqrt{x-2}\,\sqrt{x+4},$$

puis ***recopier et compléter*** le tableau suivant, selon l'exemple qui y est donné :

	ensembles de définition…			
Fonction	**en langage ensembliste**	**en terme d'intervalle(s)**	**sur une droite graduée**	**en terme d'inégalités**
$x \mapsto \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$	$[2\,;+\infty[-\{4\}$	$[2\,;4[\,\cup\,]4\,;+\infty[$		$2 \leqslant x < 4$ ou $x > 4$
f				
g				
h				
i				
j				
k				

Exercice n° 3 (boîtes de conserves) – 5,5 points

Les boîtes cylindriques ont été inventées lorsque le métal était assez cher !! Les ingénieurs ont donc cherché à minimiser le métal, et donc la surface de la boîte. On se propose de chercher un rayon x (en cm) de la boîte cylindrique de hauteur h (en cm) contenant exactement 1 litre.

1. Exprimer le volume $\mathcal{V}$ en fonction de h et de x. On rappelle que le volume de la boîte doit être d'un litre. Convertir ce volume en cm^3, et en déduire h en fonction de x.
2. On cherche à déterminer la surface de la boîte.
   a) Tracer un patron d'un cylindre de rayon x cm et de hauteur h cm (on prendra, et ***uniquement*** pour le tracé, $x = 2$ et $h = 5$).
   b) Exprimer les aires (en cm^2) des deux bases circulaires et l'aire latérale de la boîte (sur un patron, cette dernière correspond à l'aire du rectangle) en fonction de x et de h.
   c) En déduire que l'aire totale (en cm^2) de la boîte est égale à $f(x) = 2\pi\, x^2 + \dfrac{2000}{x}$.
3. Voici une représentation graphique de cette fonction. A l'aide du graphique (on répondra en valeurs approchées),
   a) quelle est l'aire d'une boîte dont le rayon mesure 2 cm ? dont le diamètre mesure 8 cm ?
   b) quelle(s) valeur(s) de x rend(ent) l'aire égale à 600 cm^2 ?
   c) donner une valeur approchée du rayon x qui rend l'aire minimale.
   d) Pour $x = 5{,}4193$, calculer la hauteur de la boîte. Quelle particularité retrouve-t-on ?
4. Si la boîte était cubique, toujours de volume 1 litre, donner en cm l'arête du cube, puis calculer l'aire totale de la boîte cubique (c'est-à-dire l'aire totale de l'un de ses patrons). Comparer à l'aire minimale de la boîte cylindrique.