**ATTENTION au soin, à l'orthographe, à la rédaction, et à la précision !!!**

## Exercice n° 1 (autour du nombre d'or) − 8 points

1. On souhaite résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\dfrac{1}{1+x} = x$.
   a) Montrer que (E) est équivalente à $x^2 + x - 1 = 0$.
   b) Montrer que (E) est équivalente à $\left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - c = 0$, où l'on déterminera la constante $c$.
   c) Montrer enfin que (E) est équivalente à $(x + a)(x + b) = 0$, où l'on déterminera $a$ et $b$.
   d) Conclure.

2. En déduire le calcul de $\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{\sqrt{5}-1}{2}}}}}}}$.

## Exercice n° 2 − 9 points

Les élèves de seconde 4 du lycée de Bouxwiller doivent résoudre dans leur DM n° 8 les équations suivantes :

♦ : $x^2 - 10x + 25 = 0$ ♥ : $x^2 - 10x + 24 = 0$ ♣ : $x^2 - 10x + 23 = 0$ ♠ : $x^2 - 10x + 21 = 0$

Après avoir résolu ♦, où ils ont vu une identité remarquable dans le premier membre, tous « sèchent » pour les autres. Tous ? Mais non !!! Il y a Julienix, tombé dans la potion quand il était petit, et qui dévore les équations avec autant d'appétit qu'Obélix les sangliers… Voici un extrait de la conversation qu'il a eue avec Emmix :

- « Pour ♥, il suffit de remarquer dans un premier temps que $x^2 - 10x + 24 = x^2 - 10x + 25 - 1$ », lance-t-il à Emmix.
- « Et pour ♣ ? » implore alors Emmix.
- « $x^2 - 10x + 23 = x^2 - 10x + 25 - 2$ », lâche Julienix, légèrement désabusé par un tel manque d'intuition…

A vous maintenant de profiter des conseils de Julienix pour résoudre ces quatre équations, puis l'équation $x^2 - 10x - 2000 = 0$.

Résoudre enfin le petit problème suivant : A la loterie du lycée, une somme de 1200 € est à partager. Dix élèves gagnants ont perdu leur ticket. Les autres gagnants se voient alors attribuer 4 € de plus que prévu. Quel était le nombre de gagnants à la loterie ? Combien a alors touché chaque gagnant ?

## Exercice n° 3 (une question d'âges) – 3 points

Lorsque les élèves ont demandé son âge à leur professeur de Maths, ils se sont vus répondre : « Prenez mon âge, ajoutez-y 51 et divisez le tout par 3 : vous trouverez ainsi l'âge que j'aurai l'an prochain. »

Mettre le problème en équation et le résoudre.