Exercice 1 (nombres) - 4 points

On rappelle le critère de divisibilité d'un nombre à 3 chiffres par 7 *: enlevez le chiffre des unités et ôter deux fois du nombre à 2 chiffres obtenus. Si le résultat est divisible par 7, alors le nombre de départ aussi (exemple avec 714 : 71 – (2 × 4) = 71 – 8 = 63 est divisible par 7 (63 = 7 × 9), donc 714 l'est aussi)*

1. Compléter le tableau suivant (en mettant une croix dans les cases qui conviennent, selon la ligne d'exemple) :

Nombre	**Diviseurs**			
	2	**3**	**5**	**7**
84	**X**	**X**		**X**
120				
270				
243				
280				
840				

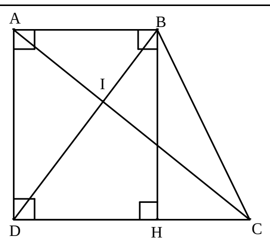
2. Donner une décomposition en facteurs premiers des 6 nombres de la question précédente.

3. Rendre alors les fractions suivantes irréductibles :

$$\frac{84}{120} ; \frac{270}{243} ; \frac{280}{840}.$$

Exercice 2 (QCM) - 5 points

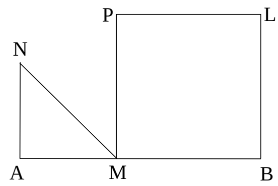
Répondre sur cette feuille de la manière suivante : dans chaque ligne, cochez les cases correspondant aux bonnes réponses. Il peut y avoir plusieurs bonnes réponses sur une ligne. Chaque réponse exacte donne 1/2 point. Chaque réponse inexacte (c'est-à-dire quand on entoure une case qui ne doit pas l'être) enlève 1/4 point. Une absence de réponse n'enlève pas de point. Si le total de l'exercice est négatif, vous aurez 0 point.

Si $a \neq 0$ et $a < b$, alors :	❒ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	❒ $-a > -b$	❒ $a^2 < b^2$	❒ $a - 5 < b - 4$
L'inéquation $\frac{x-4}{x-1} \geqslant 0$ a pour ensemble solutions :	❒ $\{1 ; 4\}$	❒ $]-\infty ; 1[\cup [4 ; +\infty[$	❒ $\varnothing$	❒ $[4 ; +\infty[$
Si $f(x) = -x^2 + 2x - \frac{1}{20}$ (f étant définie sur $\mathbb{R}$), alors :	❒ $f(x) = -(x-1)^2 + \frac{19}{20}$	❒ le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est 1	❒ le maximum de f est atteint pour $x = 1$	❒ la courbe de f coupe la droite d'équation $y = 2x - \frac{1}{10}$ en deux points d'abscisses : $-0,25$ et $0,25$
Si $f(x) = 2x + 3$, alors :	❒ $f(x) = 0$ a pour solution $x = -5$	❒ $f(2) = 7$	❒ $f(f(2)) = 17$	❒ $f\left(\frac{2}{3}\right) = 6$
 **AB = 6 ; AD = 8 ; DC = 10**	❒ AC = 16	❒ $\frac{IA}{IB} = \frac{IC}{ID}$	❒ BD = CD	❒ $\sin \widehat{ADB} = 0,8$
Si $\lvert x \rvert \leqslant 4$, alors :	❒ $x \in\ ]-\infty ; -4] \cup [4 ; +\infty[$	❒ $x \in [0 ; 4]$	❒ $x \in [-4 ; 0]$	❒ $x \in [-4 ; 4]$

Exercice 3 (fonctions de référence) - 7 points

On donne un segment [AB] de longueur 5 cm et un point M sur ce segment. On pose x = AM.

On construit un triangle AMN rectangle isocèle en A et un carré MBLP comme indiqué sur la figure ci-contre.



~ PARTIE I ~

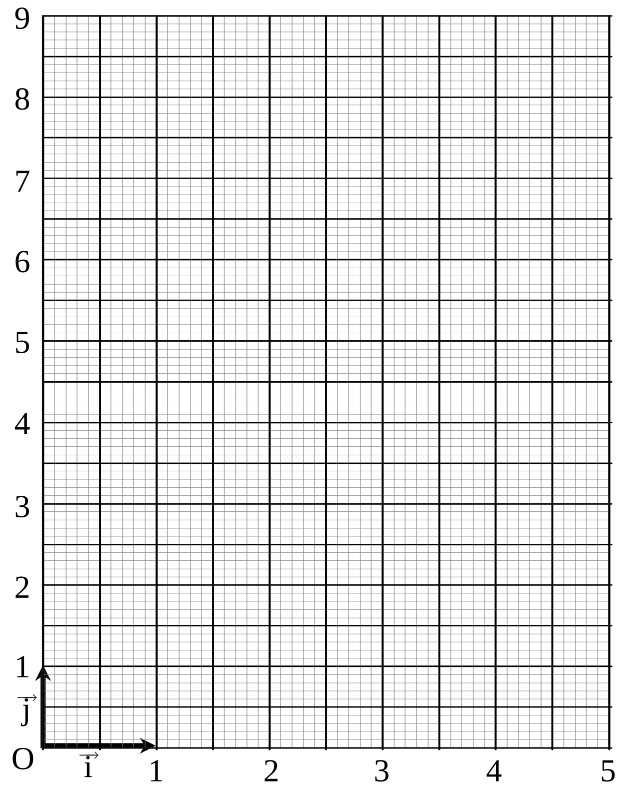
On appelle $\mathscr{P}_1(x)$ le périmètre du triangle AMN et $\mathscr{P}_2(x)$ celui du périmètre MBLP. On définit ainsi deux fonctions de la variable x.

1. Sur quel intervalle I ces deux fonctions sont-elles définies ?
2. Montrer que pour tout réel x de I : $\mathscr{P}_1(x) = (2 + \sqrt{2})\,x$. De quel type est cette fonction ?
3. Montrer que pour tout réel x de I : $\mathscr{P}_2(x) = -4x + 20$. De quel type est cette fonction ?
4. Calculer la valeur **exacte** de x pour laquelle les deux périmètres sont égaux.

~ PARTIE II ~

On appelle $\mathscr{A}_1(x)$ l'aire du triangle AMN et $\mathscr{A}_2(x)$ celle du carré MBLP. On définit ainsi sir I deux autres fonctions de la variable x.

1. Montrer que pour tout réel x de I : $\mathscr{A}_1(x) = \dfrac{x^2}{2}$.
2. Montrer que pour tout réel x de I : $\mathscr{A}_2(x) = (5 - x)^2$.
3. Tracer, avec le plus de précision possible, les courbes représentatives de $\mathscr{A}_1$ et $\mathscr{A}_2$ (que l'on notera $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$) dans le repère ci-contre : *(aide : $1{,}5^2 = 2{,}25$; $2{,}5^2 = 6{,}25$)*
4. Déterminer graphiquement pour quelle valeur de x les deux aires sont égales.



~ PARTIE III ~

Existe-t-il une valeur de x pour laquelle l'aire du carré soit le double de celle du triangle ? Si oui, déterminer cette valeur en justifiant par un calcul.

Exercice 4 (géométrie) - 4 points

On considère un cercle $\mathscr{C}'$ de centre O et de rayon 5 cm, un point A sur ce cercle et un point I sur le segment [OA]. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O passant par I. On nomme alors t la tangente à $\mathscr{C}$ en I. t coupe alors $\mathscr{C}'$ en deux points : B et B'. Enfin, le segment [OB] coupe le cercle $\mathscr{C}$ en T.

1. Construire une figure.
2. Démontrer que les triangles OBI et AOT sont isométriques. En déduire que la droite (AT) est tangente au cercle $\mathscr{C}$ en T.
3. Construire sur la figure de la question 1, de la même manière, la deuxième tangente au cercle $\mathscr{C}$ passant par A. On nomme T' le point de contact.
4. Démontrer que A, T, O et T' appartiennent à un même cercle que l'on définira.