

Exercice n° 1 (autour du théorème de Pythagore, version A) – 5 points

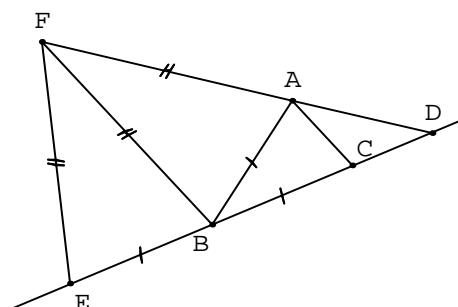
Soit ABC un triangle rectangle en C. On note $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$. Le cercle de centre B passant par A coupe (BC) en E et F (tels que $CE < CF$) et recoupe (CA) en D.

1. Faire une figure.
2. Comment s'écrit l'égalité de Pythagore en utilisant a , b et c ? On se propose dans les questions suivantes de démontrer cette égalité.
3. Montrer que les triangles CDF et CEA sont semblables.
4. En déduire successivement les égalités $\frac{CF}{CA} = \frac{CD}{CE}$ et $CF \times CE = CA \times CD$.
5. En exprimant les longueurs CF, CE, CA et CD en fonction de a , b et/ou c , et conclure.

Exercice n° 2 (dans un triangle) – 5 points

Sur la figure ci-contre, $AF = BF = EF = 5$ et $AB = BE = BC = 3$.

1. Montrer que les triangles FAB et BAC sont semblables et en déduire AC.
2. Montrer que $(AC) \parallel (BF)$, et en déduire CD.
3. Calculer alors ED.



Exercice n° 3 (dans un autre triangle...) – 6 points

Soit ABC un triangle quelconque. Soit I le milieu de [BC] et J le milieu de [AC]. Soit H le pied de la hauteur issue de C. Le but de cet exercice est de démontrer que : $\widehat{BCA} = \widehat{IHJ}$.

1. Faire une figure.
2. Démontrez que H appartient au cercle de diamètre [BC]. En déduire que $BC = 2 \times IH$.
3. Par une méthode semblable, démontrez que $AC = 2 \times JH$.
4. Démontrez que $AB = 2 \times IJ$.
5. Déduire des 3 résultats précédents que les triangles ABC et IJH sont semblables.
6. Quel est le sommet homologue de C ? En déduire que $\widehat{BCA} = \widehat{IHJ}$.

Exercice n° 4 (et encore dans un autre triangle...) – 4 points

ABC est un triangle quelconque. La bissectrice de \widehat{A} coupe (BC) en I, et la parallèle à (AC) passant par B coupe (AI) en D.

1. Montrer que le triangle ABD est isocèle en B.
2. Montrer que les triangles IAC et IDB sont semblables.
3. Déduire des deux questions précédentes que $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$.
4. Quel est le rapport des aires des triangles IAB et IAC ? Justifier.

