EXERCICES DE GEOMETRIE – CORRECTION

① On utilise le théorème de Pythagore :

1. $c = \sqrt{12^2 - 3^2} = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$.
2. $a = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{37}{16}} = \frac{\sqrt{37}}{4}$.
3. $b = \sqrt{6{,}5^2 - 3{,}9^2} = \sqrt{27{,}04} = \frac{26}{5}$.
4. $c = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$
5. $a = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2 + (3-\sqrt{2})^2} = \sqrt{22}$

② On utilise la réciproque du théorème de Pythagore :

1. Oui, en B car $a^2 + c^2 = b^2 = 25$.
2. Non.
3. Oui, en C car $a^2 + b^2 = c^2 = 0{,}000036$.
4. Oui, en A, car $b^2 + c^2 = a^2 = 56$.

③ On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle du bas (qui est rectangle) afin d'obtenir $d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$. Puisque nous sommes en présence de deux quantités positives de part et d'autre du signe « = », on peut en prendre la racine carré, d'où $d = 2\sqrt{a}$.
Pour le triangle équilatéral, la hauteur issue d'un sommet est aussi en particulier la médiatrice du côté opposé, qui le coupe donc en son milieu. D'après le théorème de Pythagore, on a $h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$. Comme ce sont des quantités positives, on en déduit que $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Son aire vaut alors $\mathcal{A} = \frac{a}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

④ On utilise la première propriété de l'exercice précédent BC = $5\sqrt{2}$ (attention, ce n'est pas un triangle équilatéral !!!).
$\mathcal{A} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{25}{2}$.

⑤ On utilise les résultats de l'exercice 3 :

a. $h = \frac{(2\sqrt{3})\sqrt{3}}{2} = 3$ et $\mathcal{A} = \frac{(2\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$.

b. On a $12 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, donc $a = \frac{12 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}}$.

c. On a $4\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, donc $a^2 = \frac{16\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 16$. Puisque a doit être positif, il vient que $a = 4$. Si $a = 4$, $h = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ en utilisant l'exercice 3.

⑥

a. $\frac{GF}{EG} = \sin(30°) \Leftrightarrow \frac{5}{EG} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow EG = 10$.
b. $\frac{AB}{BC} = \sin(60°) \Leftrightarrow \frac{8}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AC = \frac{16}{\sqrt{3}}$.
c. NR = $3\sqrt{2}$ directement par l'exercice 3 !
d. AMB est rectangle car M est situé sur le demi-cercle de diamètre [AB] (théorème du cours), donc $\frac{AM}{AB} = \cos(30°) \Leftrightarrow \frac{AM}{2\times 5} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$ $AM = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$.

⑦

a. $\frac{EG}{EF} = \sin(24°) \Leftrightarrow EF = \frac{EG}{\sin(24°)} \approx 7{,}38$.
b. $\frac{EF}{EG} = \tan(\widehat{G}) \Leftrightarrow \widehat{G} = \tan^{-1}\left(\frac{30}{11}\right) \approx 69{,}86$.
c. $\frac{MP}{NP} = \cos(\widehat{P}) \Leftrightarrow \widehat{P} = \cos^{-1}\left(\frac{20}{28}\right) \approx 44{,}42$.
d. AMB est rectangle car M est situé sur le demi-cercle de diamètre [AB] (théorème du cours), donc $\frac{MB}{AB} = \sin(\widehat{A}) \Leftrightarrow \widehat{A} = \sin^{-1}\left(\frac{5}{2\times 4}\right) \approx$ 38,68.

⑧

1. $d = \frac{bc}{a} = \frac{5\times 7}{3} = \frac{35}{3}$.
2. $a = \frac{bc}{d} = \frac{5{,}7 \times 0{,}6}{0{,}15} = \frac{3{,}42}{0{,}15} = \frac{114}{5}$.
3. $b = \frac{ad}{c} = \frac{5\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{18}}{3\sqrt{2}} = 10$.
4. $c = \frac{ad}{b} = \frac{2}{3}b \times \frac{10}{b} = \frac{20}{3}$.
5. $c = \frac{ad}{b} = ad \times \frac{4}{3a} = \frac{4d}{3}$.