

CORRIGÉ DES EXERCICES SUR LE CHAPITRE 1

Exercice n° 1 (développement décimal périodique d'un rationnel)

On cherche à écrire le rationnel $0,1818181818\dots$ sous forme de fraction. On appelle A ce nombre.

1. $100A = 18,181818\dots$ et $18 + A = 18,181818$.

Ces deux nombres sont donc égaux, c'est-à-dire $100A = 18 + A$.

2. $100A = 18 + A \Leftrightarrow 100A - A = 18 \Leftrightarrow 99A = 18 \Leftrightarrow A = \frac{18}{99}$

3. Numérateur : $18 = 2 \times 9 = 2 \times 3^2$. Dénominateur : $99 = 9 \times 11 = 3^2 \times 11$.

Donc $A = \frac{18}{99} = \frac{2 \times 3^2}{3^2 \times 11} = \frac{2}{11}$.

Exercice n° 2

Sans calculatrice, compléter avec les symboles $=$ ou \approx en justifiant :

$\bullet \frac{3}{7} \approx 0,428\ 571\ 428\ 6$; $\bullet \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618\ 033\ 989$; $\bullet \frac{3}{400} = 7,5 \times 10^{-3}$; $\bullet \frac{3}{2^8 \times 5^6} = 7,5 \times 10^{-7}$.

Exercice n° 3

1. Calculer : $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$; $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ et $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$.

2. Conjecture : pour tout entier naturel n non nul, on aurait $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$.

3. $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$.

Exercice n° 4

1. $N+2 = 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 20 \times 21 + 2 = 2(3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 20 \times 21 + 1)$

$N+3 = 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 20 \times 21 + 3 = 3(2 \times 4 \times 5 \times \dots \times 20 \times 21 + 1)$

\vdots

$N+21 = 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 20 \times 21 + 21 = 21(3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 20 + 1)$.

2. Il suffit de poser $M = 2 \times 3 \times \dots \times 50 \times 51$ (il y a 50 nombres). En effet, les nombres $M+2$, $M+3$, ..., $M+51$ ne sont pas premiers, selon le raisonnement précédent.

Exercice n° 5

$\bullet \sqrt{2^6 \times 3^2 \times 5^4} = 2^3 \times 3^1 \times 5^2 = 8 \times 3 \times 25 = 600$.

$\bullet 6084 = 2^2 \times 3^2 \times 13^2$, donc $\sqrt{6084} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 13^2} = 2 \times 3 \times 13 = 78$.

Exercice n° 6

Elle a malheureusement tort, car pour $n = 11$, $n^2 - n + 11 = 11^2 - 11 + 11 = 11^2$, qui n'est pas premier.