



Devoir Maison n° 2

A rendre pour le 3 janvier 2011 dernier délai

Note finale :

/10

Dans tous les exercices, un soin particulier sera apporté à la rédaction des réponses...

Exercice 1 (brevet 2006)

/2,5

Pierre a gagné 84 sucettes et 147 bonbons à un jeu. Étant très généreux, et ayant surtout très peur du dentiste, il décide de les partager avec des amis. Pour ne pas faire de jaloux, chacun doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons.

- 1) Combien de personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes) ? Expliquer votre raisonnement.

Il s'agit de calculer le PGCD de 84 et 147, en utilisant l'algorithme d'Euclide (détail ci-contre).

$$147 = 84 \times 1 + 63$$

$$84 = 63 \times 1 + 21$$

$$63 = 21 \times 3 + 0$$

Donc $\text{PGCD}(84 ; 147) = 21$, et ce nombre correspond au maximum de personnes qui pourront bénéficier de ces friandises.

- 2) Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

Chaque personne aura alors $\frac{84}{21} = 4$ sucettes et $\frac{147}{21} = 7$ bonbons (donc 11 friandises au total).

Exercice 2 (brevet 2005)

/2,5

- 1) Trouver le PGCD de 6 209 et 4 435 en détaillant la méthode.

On utilise l'algorithme d'Euclide :

$$6209 = 4435 \times 1 + 1774$$

$$4435 = 1774 \times 2 + 887$$

$$1774 = 887 \times 2 + 0$$

Donc $\text{PGCD}(6209 ; 4435) = 887$.

- 2) En utilisant le résultat de la question précédente, expliquer pourquoi la fraction $\frac{4435}{6209}$ n'est pas irréductible.

Puisque 887 est un diviseur commun à 4435 et 6209, ces deux nombres peuvent être divisés par 887, donc la fraction donnée peut être simplifiée par 887.

- 3) Donner la fraction irréductible égale à $\frac{4435}{6209}$.

$$\frac{4435}{6209} = \frac{4435 \div 887}{6209 \div 887} = \frac{5}{7}$$



Exercice 3 (brevet 2005)

/2,5

- 1) Calculer le PGCD des nombres 675 et 375.

L'algorithme d'Euclide donne :

donc $\text{PGCD}(675 ; 375) = 75$.

$$675 = 375 \times 1 + 300$$

$$375 = 300 \times 1 + 75$$

$$300 = 75 \times 4 + 0$$

- 2) Ecrire la fraction $\frac{675}{375}$ sous forme irréductible.

$$\frac{675}{375} = \frac{675 \div 75}{375 \div 75} = \frac{9}{5}$$

Exercice 4 (brevet 2005)

/2,5

1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210.

En utilisant l'algorithme d'Euclide, on trouve que $\text{PGCD}(135 ; 210) = 15$.

$$210 = 135 \times 1 + 75$$

$$135 = 75 \times 1 + 60$$

$$75 = 60 \times 1 + 15$$

$$60 = 15 \times 4 + 0$$

2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au-dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible.

a) Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur. D'après la question 1, il faudra recouvrir ce mur avec des carrés de 15 cm de côté.

b) Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

En longueur, il faudra $\frac{210}{15} = 14$ carrés et $\frac{135}{15} = 9$ en largeur, soit un total de $14 \times 9 = 126$ carreaux.