Collège PAUL LANGEVIN
13, rue Jean Moulin
54490 PIENNES

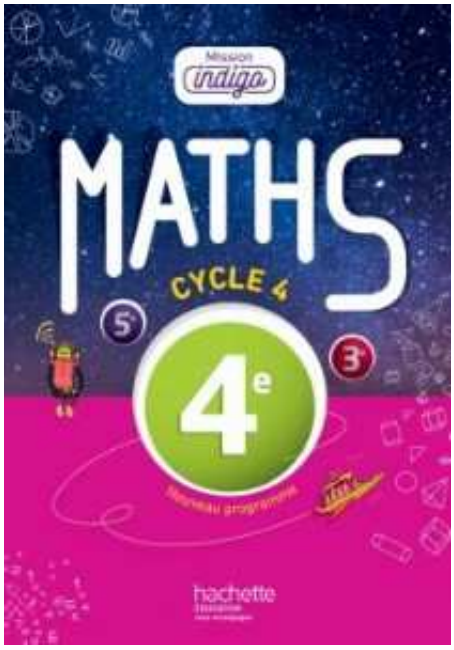
COURS DE 4e

Disponible sur www.capes-de-maths.com, menu "Collège" puis "4e".

PAR RESPECT POUR L'ENVIRONNEMENT, MERCI DE N'IMPRIMER CE COURS QUE SI C'EST VRAIMENT NÉCESSAIRE !

Réalisé en LaTeX, et sous contrat Creative Commons, image par Freepik
(plus de détails en dernière page de ce cours)

Ces cours font référence à des numéros d'exercices qui se rapportent au manuel **"Mission indigo, maths cycle 4, 5e"**, chez Hachette éducation :



COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2020-2021

Des manipulations sont faites à la calculatrice dans ce cours. Bien que le fonctionnement des calculatrices soit sensiblement équivalent, c'est la « HP 300+ » de chez HP qui a été utilisée :

Note : Certains chapitres n'étant pas présent dans ce manuel (l'éditeur ayant choisi de les mettre en 3e dans ce cycle…), leurs exercices proviendront du cahier Iparcours, disponible gratuitement sur internet.

Table des matières

Chapitre 1 : Bases de géométrie **6**
- I Calculs d'aire . . . 6
- II Égalité de Pythagore . . . 8
- III Égalité de Thalès . . . 8
- IV DPC . . . 9

Chapitre 2 : Les nombres relatifs **11**
- I Rappels de 5e . . . 11
- II Addition et soustraction . . . 12
- III Multiplication et division . . . 12
- IV Priorités opératoires . . . 13

Chapitre 3 : Transformations du plan **14**
- I Transformations classiques (rappels) . . . 14
- II Translation . . . 15

Chapitre 4 : Racines carrées **17**
- I Définition . . . 17
- II Utilisations . . . 17

Chapitre 5 : Proportionnalité (partie 1) **19**
- I Qu'est-ce que c'est ? . . . 19
- II Lien avec les graphiques . . . 20
- III Comment compléter un tableau de proportionnalité ? . . . 22

Chapitre 6 : Pythagore **24**
- I Calculer la longueur de l'hypoténuse . . . 24
- II Calculer la longueur d'un côté formant l'angle droit . . . 25
- III Montrer qu'un triangle est rectangle ou non . . . 26

Chapitre 7 : Calcul littéral (partie 1) **28**
- I Introduction . . . 28
- II Développer (distributivité simple) . . . 29
- III Programmes de calculs . . . 30
- IV Notion de fonction . . . 32

Chapitre 8 : Les solides de l'espace **34**
- I Pyramide . . . 34
- II Cône (de révolution) . . . 36

Chapitre 9 : Fractions (bases) **38**
- I Nombres premiers (rappels) . . . 38
- II Additions et soustractions de fractions . . . 39

Chapitre 10 : Thalès **41**
- I Calculer une longueur . . . 41
- II Montrer que deux droites sont parallèles ou pas . . . 43
- III Agrandissements & réductions . . . 44

Chapitre 11 : Proportionnalité (partie 2) **48**
- I Pourcentages . . . 48
- II Vitesse moyenne . . . 50

Chapitre 12 : Volumes & repérage dans l'espace **52**
- I Calculs de volumes . . . 52
- II Repérage dans l'espace . . . 55

Chapitre 13 : Puissances **57**
I Puissances . . . 57
II Puissances de 10 . . . 57
III Écriture scientifique . . . 59
IV Pour aller plus loin... . . . 60

Chapitre 14 : Fractions (multiplication) **61**
I Multiplication de fractions . . . 61
II Fraction d'une quantité . . . 62

Chapitre 15 : Cosinus d'un angle **63**
I Introduction . . . 63
II Vocabulaire et définitions . . . 63
III Utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur . . . 64
IV Utiliser la trigonométrie pour calculer la mesure d'un angle . . . 66

Chapitre 16 : Calcul littéral (partie 2) **68**
I Réduire . . . 68
II Développer (distributivité double) . . . 70
III Factoriser . . . 73

Chapitre 17 : Fractions (division) **74**
I Inverse d'un nombre . . . 74
II Division de fractions . . . 74
III Priorités opératoires . . . 75

Chapitre 18 : Probabilités **76**
I Vocabulaire (rappels) . . . 76
II Probabilité . . . 77

Chapitre 19 : Équations **79**
I Introduction . . . 79
II Résolution d'équations . . . 80
III Vérifier si un nombre est solution d'une équation . . . 82
IV Mise en équation . . . 83

Chapitre 20 :Statistiques **84**
I Rappels . . . 84
II Médiane . . . 86
III Diagramme circulaire . . . 87

Annexe A : Tables de multiplication **89**

Annexe B : Exercices de base **90**
I Calculs d'aire . . . 90
II Théorème de Pythagore . . . 92
III Substituer & réduire . . . 96
IV Théorème de Thalès . . . 98
V Calcul de volume . . . 100
VI Développements & factorisations . . . 102
VII Calcul fractionnaire . . . 102
VIII Équations . . . 104
IX Nombres relatifs & repérage . . . 107

Annexe C : Tâches complexes **112**

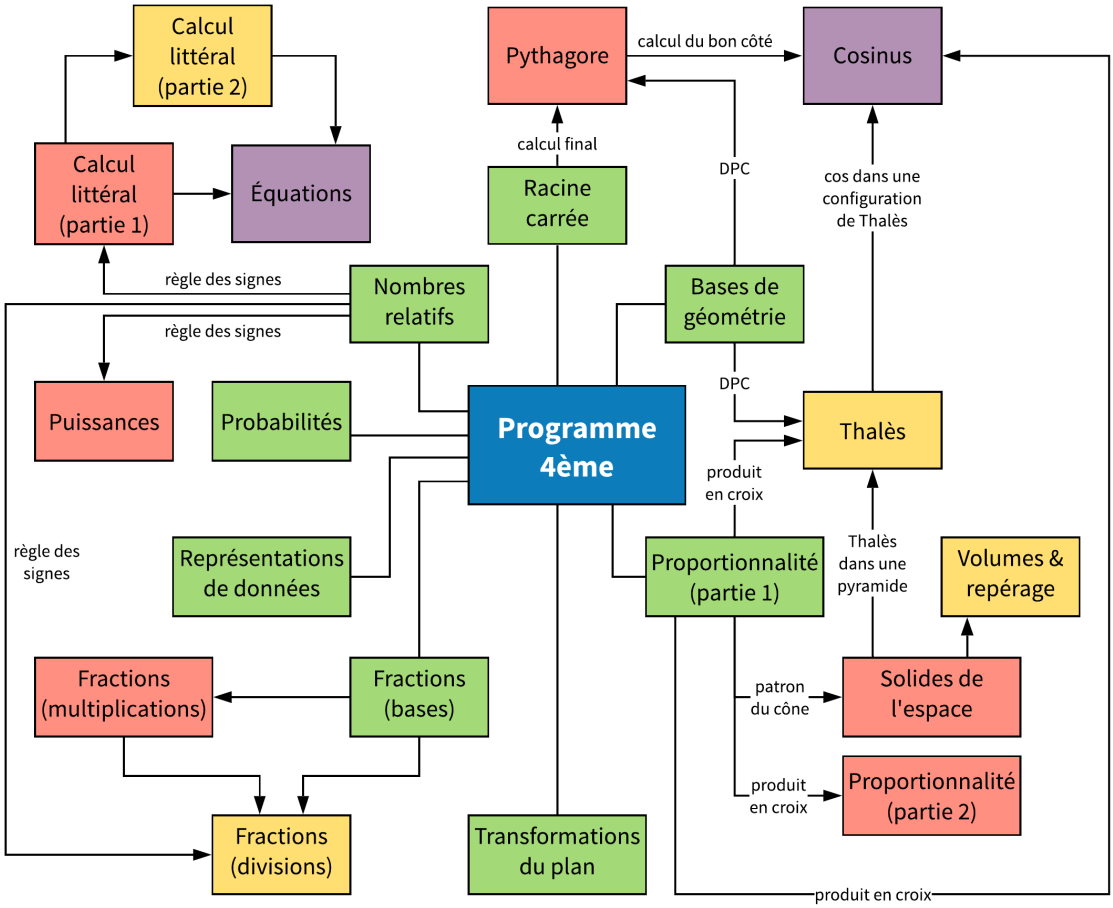
Annexe D : Algorithmie débranchée **116**
I Répétitions (environ 2h) . . . 116
II Si … alors … sinon … (environ 1h) . . . 119
III Boucles (environ 1h) . . . 122
IV Énigmes . . . 125

Annexe E : Scratch en salle info **126**
I Répétitions . . . 126
II Si … alors . . . 128
III Si … alors … sinon … . . . 131

Remarque sur la progression proposée

La progression de ce manuel a été proposée après sa rédaction complète pour voir quelles sont les dépendances entre chapitres (ne serait-ce que pour un seul exercice). En effet, à la fin du chapitre "Cosinus d'un angle" (p. 63), un exercice fait intervenir les théorèmes de Pythagore et Thalès, il faut donc avoir vu ces deux chapitres avant...

Voici l'organigramme des chapitres :



En **vert**, les chapitres "indépendants", que l'on peut donc caser où on veut, mais pas trop tard dans l'année pour ceux d'où partent des flèches !

Respectivement, en **rouge**, **orange** et **violet**, les chapitres qui dépendent d'un, deux ou trois autres chapitres, et qu'il faut donc caser après ces derniers.

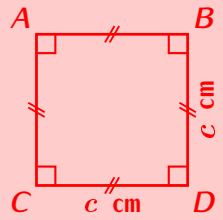
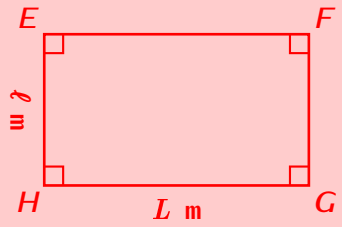
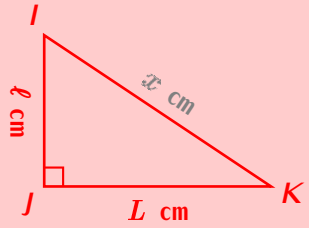
Chapitre 1

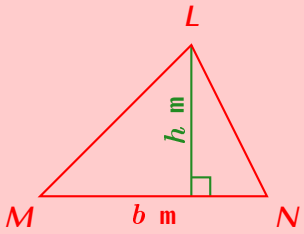
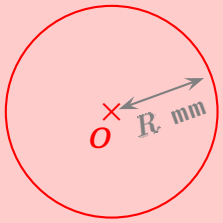
Bases de géométrie

I — Calculs d'aire

Formules (rappels)

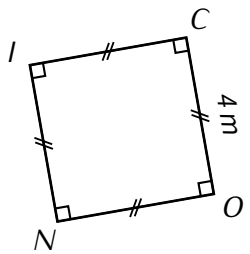
Voici les formules d'aire apprises au cours des deux premières années de collège :

Carré	Rectangle	Triangle rectangle
		
$\mathscr{A}_{ABDC} = c \times c$ cm^2	$\mathscr{A}_{EFGH} = L \times \ell$ m^2	$\mathscr{A}_{IJK} = \dfrac{L \times \ell}{2}$ cm^2

Triangle quelconque	Disque
	
$\mathscr{A}_{LMN} = \dfrac{b \times h}{2}$ m^2	$\mathscr{A}_{\text{disque}} = \pi \times R \times R = \pi \times R^2$ mm^2

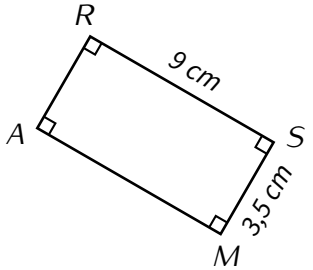
Exemples : Voici des exemples pour chacune des figures ci-dessus :

α) Carré :



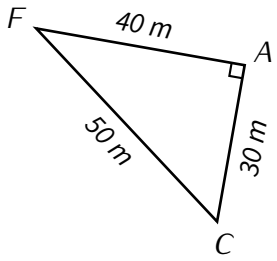
$\mathscr{A}_{NICO} = c \times c = 4 \times 4 = 16\ m^2$

β) Rectangle :



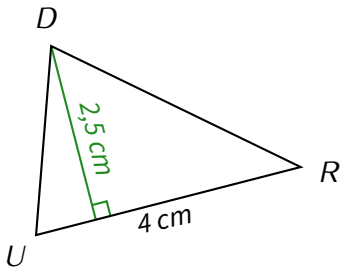
$\mathscr{A}_{MARS} = L \times \ell = 9 \times 3,5 = 31,5\ m^2$

γ) Triangle rectangle :



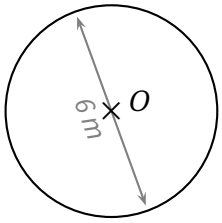
$\mathscr{A}_{FAC} = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{40 \times 30}{2} = 600\ m^2$

δ) Triangle quelconque :



$$\mathscr{A}_{DUR} = \frac{\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{h}}{2} = \frac{4 \times 2,5}{2} = 5\,cm^2$$

ε) Disque :

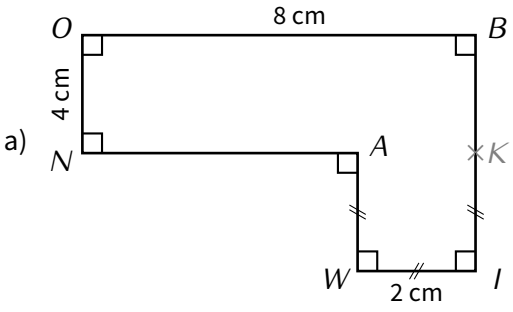


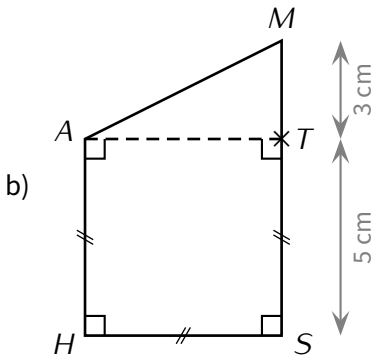
$$\mathscr{A} = \pi \times \boldsymbol{R}^2 = \pi \times \underline{3}^2 = 9\pi \approx 28,\underline{3}\,m^2$$

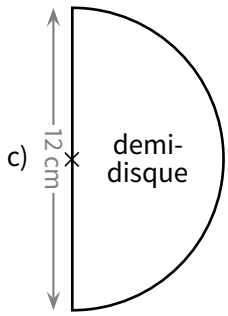
Remarques

- Pour les aires, on fera attention à soigner la rédaction, sans oublier de mettre l'unité à la fin du calcul.
- Pour les triangles rectangles, si la mesure du côté le plus long (= **hypoténuse**) est donnée, il ne faut pas l'utiliser : elle est inutile !
- Pour les disques, il faudra souvent arrondir ; penser à bien lire l'énoncé pour savoir à quel rang (unité = 0 chiffre après la virgule ; dixième = 1 chiffre après la virgule ; centième = 2 chiffres après la virgule ; millième = …)
- Pour les disques, il faut être vigilant : l'énoncé donne parfois le *diamètre*, mais c'est bien le *rayon* qu'on doit utiliser dans la formule. Il faudra donc bien penser à diviser le diamètre par 2.
  Attention, $R^2 \neq R \times 2$ et donc $R^2 \neq D$!!!

■ **Exercice 1 :** Calculer l'aire de chacune des figures suivantes (arrondie au dixième de cm² pour la question c) :







Solution :

a) $\mathscr{A}_{OBKN} = \boldsymbol{L} \times \ell = 8 \times 4 = 32$ cm² et $\mathscr{A}_{KIWA} = \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{c} = 2 \times 2 = 4$ cm². Donc $\mathscr{A}_{OBIWAN} = 32 + 4 = 36$ cm².

b) $\mathscr{A}_{TAHS} = \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{c} = 5 \times 5 = 25$ cm² et $\mathscr{A}_{MAT} = \frac{\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{h}}{2} = \frac{5 \times 3}{2} = 7,5$ cm². Donc $\mathscr{A}_{MAHS} = 25 + 7,5 = 32,5$ cm².

c) Le rayon du demi-disque vaut $12 \div 2 = 6$ cm. Puisque c'est un **demi-**disque, on applique la formule de l'aire du disque, et on divise le résultat par 2 : $\mathscr{A} = \left(\pi \times 6^2\right) \div 2 \approx 56,5$ cm².

■ **Exercice 2 (pour les plus rapides/motivés) :** Faire les exercices de l'annexe B, paragraphe I.

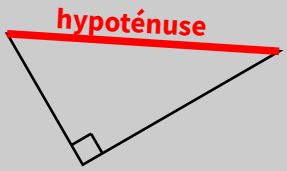
Solution :

Exercice 1 :	a) $\mathscr{A}_{ABCD} = 25$ cm²	b) $\mathscr{A}_{EFGH} = 40$ cm²	c) $\mathscr{A}_{IJK} = 6$ cm²
Exercice 2 :	a) $\mathscr{A}_{FAIR} = 24$ m²	b) $\mathscr{A}_{PUR} = 30$ cm²	c) $\mathscr{A} \approx 50,\underline{3}$ cm²
Exercice 3 :	a) $\mathscr{A}_{AIRE} = 10,24$ cm²	b) $\mathscr{A}_{BAC} = 2,1$ cm²	c) $\mathscr{A} \approx 38,\underline{5}$ cm²
Exercice 4 :	a) $\mathscr{A}_{JACQ} = 13,5$ cm²	b) $\mathscr{A}_{CTN} = 2,1$ m²	c) $\mathscr{A} \approx 19,6$ cm²
Exercice 5 :	a) $\mathscr{A}_{NICO} = 27,04$ cm²	b) $\mathscr{A}_{LAS} = 2,1$ m²	c) $\mathscr{A} \approx 32,\underline{2}$ m²
Exercice 6 :	a) $\mathscr{A}_{TRLC} = 24,5$ cm²	b) $\mathscr{A}_{LAT} = 9,24$ m²	c) $\mathscr{A} \approx 30,\underline{2}$ cm²
Exercice 7 :	a) $\mathscr{A} \approx 24,6$cm ²	b) $\mathscr{A}_{NUL} = 13,2$ m²	c) $\mathscr{A}_{OBWANK} = 45 + 9 = 54$ cm²
Exercice 8 :	a) $\mathscr{A} \approx 69,\underline{4}$ ²	b) $\mathscr{A}_{MAHS} = 42,25 + 9,1 = 51,35$ cm²	c) $\mathscr{A} \approx 88,\underline{4}$ cm²

II — Égalité de Pythagore

Définition

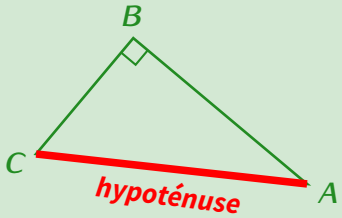
Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit (= "en face" de l'angle droit) s'appelle l'hypoténuse. C'est aussi le côté le plus long du triangle.



Méthode (écrire l'égalité de Pythagore)

1. **On écrit l'hypoténuse au carré.**
2. **On écrit le symbole « = » à la suite.**
3. **On complète en écrivant la somme des deux longueurs restantes, chacune au carré.**

Exemple :



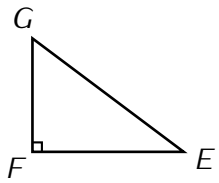
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

↑ *hypoténuse au carré*

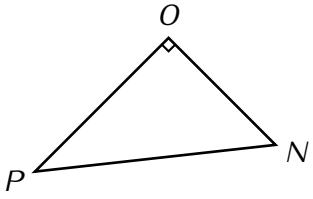
↑ *addition des carrés des deux autres côtés*

■ **Exercice 3 :** Pour chaque triangle rectangle, écris l'égalité de Pythagore qui lui correspond :

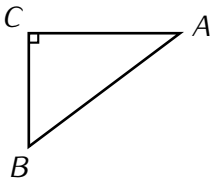
α)



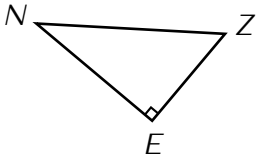
β)



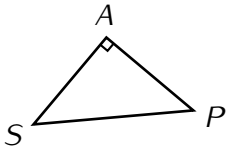
γ)



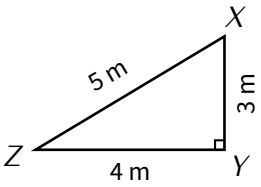
δ)



ε)



ζ)



Solution :

α) $EG^2 = EF^2 + FG^2$

β) $PN^2 = PO^2 + ON^2$

γ) $AB^2 = AC^2 + BC^2$

δ) $NZ^2 = NE^2 + EZ^2$

ε) $SP^2 = SA^2 + AP^2$

ζ) $XZ^2 = XY^2 + YZ^2$

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	9, 10 p. 246	11, 12, 13, 14 p. 246

III — Égalité de Thalès

Définition

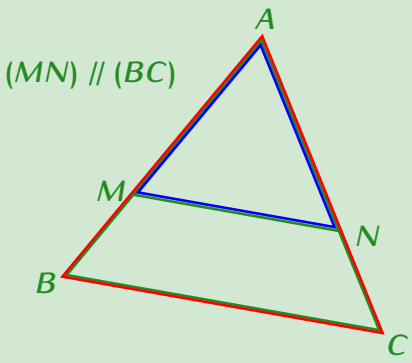
On appelle configuration de Thalès classique une figure dans laquelle on a un triangle ABC quelconque, et en plus :
- un point M sur un premier côté du triangle,
- un point N sur un deuxième côté du triangle,
- ces points sont placés de sorte que le segment $[MN]$ soit parallèle au troisième côté du triangle.

On regardera dans le cadre méthode ci-dessous pour une image d'illustration.

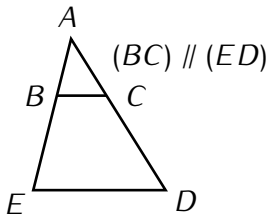
Méthode (Écrire l'égalité de Thalès)

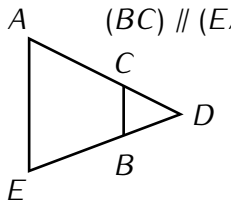
1. **On repasse en bleu le petit triangle et en rouge le grand triangle *(attention car il y a des segments communs)*.**
2. **On écrit tous les côtés du triangle bleu aux numérateurs, en commençant par les deux côtés qui sont repassés des deux couleurs *simultanément*.**
3. **Pour chaque dénominateur on écrit le côté *qui lui correspond* dans le triangle rouge, c'est-à-dire soit dans l'alignement soir parallèle.**

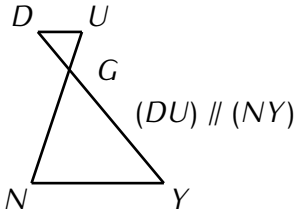
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

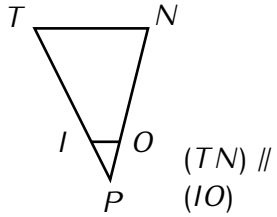


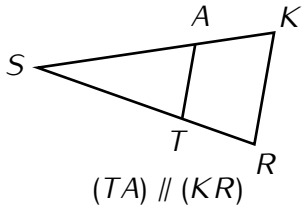
■ **Exercice 4 :** Pour chaque configuration de Thalès suivante, écris l'égalité de Thalès qui lui correspond :

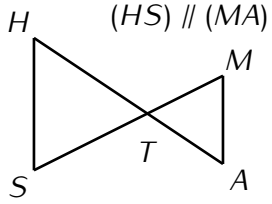
α)


β)


γ)


δ)


ε)


ζ)


Solution :

α) $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$

β) $\frac{DC}{DA} = \frac{DB}{DE} = \frac{BC}{AE}$

γ) $\frac{GU}{GN} = \frac{GD}{GY} = \frac{DU}{NY}$

δ) $\frac{PI}{PT} = \frac{PO}{PN} = \frac{IO}{TN}$

ε) $\frac{SA}{SK} = \frac{ST}{SR} = \frac{AT}{RK}$

ζ) $\frac{TM}{TS} = \frac{TA}{TH} = \frac{MA}{HS}$

Remarque

La démonstration sera faite que sans apprendre la manière correcte d'écrire l'égalité de Thalès, un élève a 1 chance sur 107 520 de tomber sur la bonne directement[i], alors autant bien apprendre sa leçon, non ?

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	2 p. 59 (IP)

IV – DPC

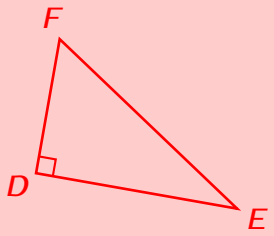
Nous venons de voir deux égalités très importantes en géométrie, mais nous ne savons pas encore les utiliser ! On apprendra plus tard dans l'année ce qu'on va en faire (chapitres "Pythagore" page 24 et "Thalès" page 41), mais en attendant, on va déjà apprendre quand les utiliser et surtout comment *rédiger* leur utilisation.

Définition

En géométrie, pour rédiger une démonstration, on utilise une présentation appelée DPC et qui correspond à la structure classique "Donnée(s) - Propriété - Conclusion".

Les données correspondent à ce que l'on sait (codage sur la figure, informations dans l'énoncé). La propriété choisie se fera en fonction des données (par exemple, on ne va clairement pas utiliser l'égalité de Thalès dans un triangle rectangle...) et la conclusion correspondra aux deux égalités apprises.

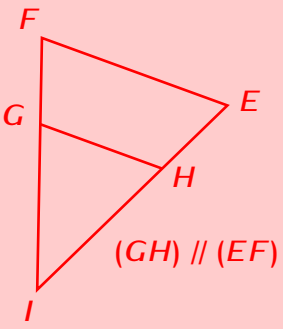
Propriété (DPC de Pythagore)



Le DPC correspondant à cette figure est :

D : EDF est un triangle rectangle en D. ⟵ *on écrit les données utiles*
P : D'après le théorème de Pythagore, on a : ⟵ *on cite le théorème*
C : $EF^2 = ED^2 + DF^2$ ⟵ *on écrit l'égalité*

Propriété (DPC de Thalès)

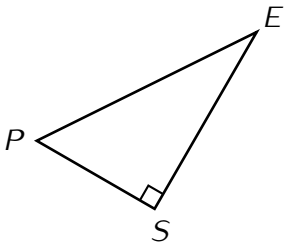


Le DPC correspondant à cette figure est :

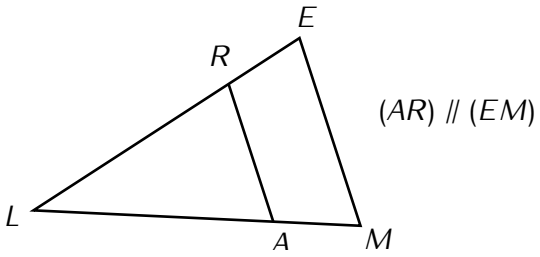
D : • (FG) et (EH) sont sécantes en I. ⟵ *les 5 points de la configuration doivent être écrits*
• $(GH) \parallel (EF)$. ⟵ *on précise aussi les parallèles*
P : D'après le théorème de Thalès, on a : ⟵ *on cite le théorème*
C : $\dfrac{IG}{IF} = \dfrac{IH}{IE} = \dfrac{GH}{EF}$ ⟵ *on écrit l'égalité*

■ **Exercice 5 :** Écris le DPC correspondant à chaque figure :

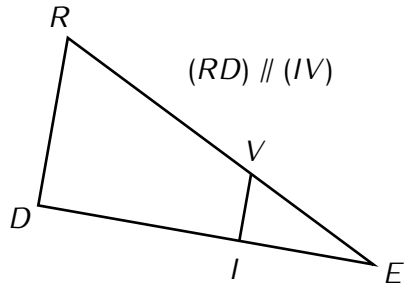
α)



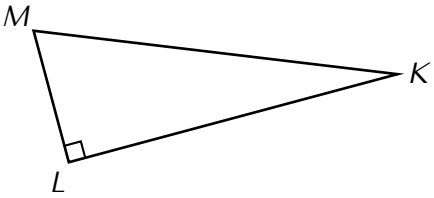
β)



γ)



δ)



Solution :

α) D : Le triangle PES est rectangle en S.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $PE^2 = PS^2 + ES^2$.

β) D : • (MA) et (RE) sont sécantes en L.
• $(AR) \parallel (EM)$.
P : D'après le théorème de Thalès, on a :
C : $\dfrac{LR}{LE} = \dfrac{LA}{LM} = \dfrac{RA}{EM}$.

γ) D : • (RV) et (DI) sont sécantes en E.
• $(RD) \parallel (IV)$.
P : D'après le théorème de Thalès, on a :
C : $\dfrac{EV}{ER} = \dfrac{EI}{ED} = \dfrac{VI}{RD}$.

δ) D : Le triangle KLM est rectangle en L.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $MK^2 = ML^2 + LK^2$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	Écrire le DPC des 11, 12, 13, 14 p. 246

i. En effet, dans une configuration de Thalès, il y a 8 segments possibles, donc 16 noms. Pour compléter l'égalité, on a 16 possibilité pour choisir la 1re longueur, puis 14 pour la 2e(puisque si on a choisi par exemple AM pour la 1re, on ne choisira par MA pour la 2e), …, puis 6 pour la dernière, soit un total de $16 \times 14 \times 12 \times 10 \times 8 \times 6 = 1\,290\,240$ possibilités.
Cependant, puisque les quotients peuvent être échangés entre eux (6 possibilités), cela fait donc $1\,290\,240 \div 6 = 215\,040$. Enfin, puisque techniquement tous les numérateurs et dénominateurs peuvent être échangés, cela fera au final $215\,040 \div 2 = 107\,520$ possibilités.

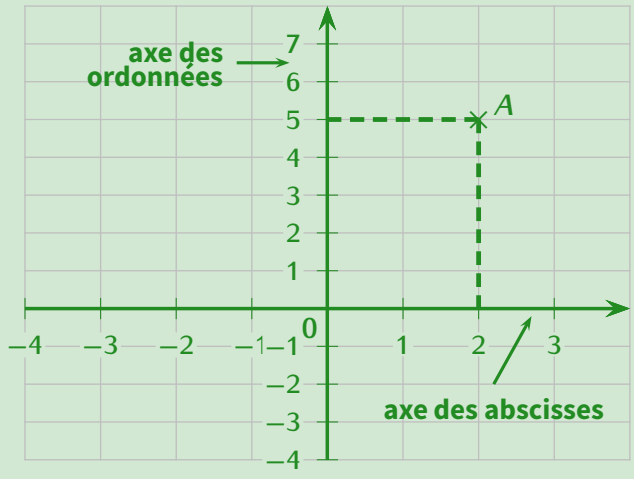
Chapitre 2

Les nombres relatifs

I — Rappels de 5e

1. Repérage

Méthode (lire les coordonnées d'un point)



1. On gradue les axes
2. On trace les pointillés pour se projeter sur les axes
3. On lit les valeurs en commençant par l'axe des abscisses (= horizontal)

Les coordonnées du point A sont $A(2\,;5)$.

Vocabulaire :

ordonnée du point A

$A(2\,;5)$

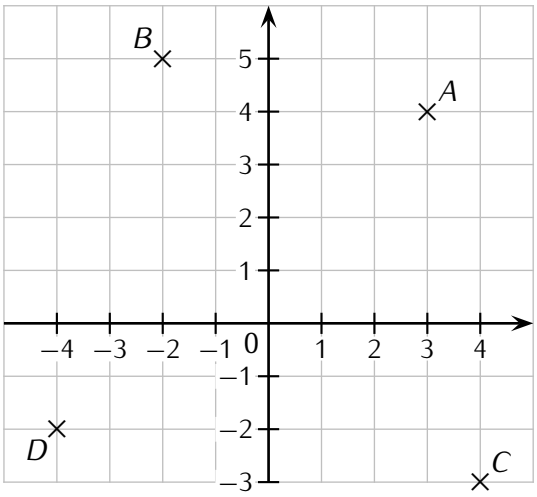
abscisse du point A

Remarque

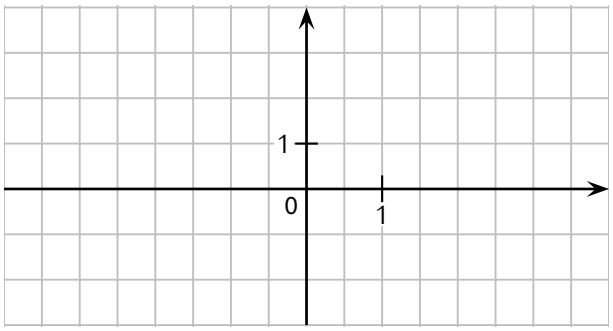
Pour placer un point en fonction de ses coordonnées, il suffit de faire l'inverse : on place la première coordonnée sur l'axe des abscisse, la seconde sur l'axe des ordonnées et le point recherché se trouve à l'intersection des deux perpendiculaires.

■ **Exercice 1 :** Pour la question α), écris dans ton cahier les coordonnées des points A, B, C et D :

α)



β)



Dans le repère ci-dessus, place les points suivants :

- $A(2\,;1)$
- $B(3\,;-2)$
- $C(-3\,;2)$
- $D(-3{,}5\,;-3)$
- $E(1{,}5\,;3)$
- $F(-0{,}5\,;-1)$

Solution : α) $A(3;4)$, $B(-2;5)$, $C(4;-3)$ et $D(-4;-2)$.
β) Faire attention à l'axe des abscisses : 2 carreaux pour 1 unité !

Exercices de base : Paragraphe IX P. 107-111 du cours	Questions Flash : —	À la maison : —

II — Addition et soustraction

Toute addition de nombres relatifs peut être vue comme un jeu où l'on fait deux paris où soit l'on gagne (nombre positif) soit l'on perd (nombre négatif). Lorsqu'une a une soustraction, on la transforme en addition en écrivant l'opposé du *second* nombre (et uniquement lui). Par exemple,

- $(-2)+(-10)$: on perd 2 € puis encore 10 €. On a globalement perdu 12 € : $(-2)+(-10)=(-12)$.
- $8+(-7)$: on gagne 8 € puis on perd 7 €. On a globalement gagné 1 € seulement : $8+(-7)=1$.
- $(-5)-(-7)=(-5)+(+7)=2$.

■ **Exercice 2 :** Calcule :

$\alpha)\ (-3)+(-9)$	$\beta)\ (-9)+10$	$\gamma)\ 4+(-6)$	$\delta)\ (-7)-12$
$\varepsilon)\ 3-10$	$\zeta)\ 10-(-3)$	$\eta)\ (-5)+(-11)$	$\theta)\ 6-7$
$\iota)\ 12+(-4)$	$\kappa)\ (-3)-(-1)$	$\lambda)\ (-6)+20$	$\mu)\ 9-(-1)$

Solution : $\alpha)$ -12 $\beta)$ 1 $\gamma)$ -2 $\delta)$ -19 $\varepsilon)$ -7 $\zeta)$ 13 $\eta)$ -16 $\theta)$ -1 $\iota)$ 8 $\kappa)$ -2 $\lambda)$ 14 et $\mu)$ 10.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	23, 24, 25, 26 p. 26	5, 6, 7 p. 21 + 27 à 35 p. 26 + 59 p. 30 (pb)

III — Multiplication et division

Propriété : « règle des signes »

- Si l'on multiplie (ou divise) deux nombres *de signes opposés*, alors le résultat sera toujours *négatif*.
- Si l'on multiplie (ou divise) deux nombres *de même signe*, alors le résultat sera toujours *positif*.

Méthode (calcul pour la multiplication et la division)

1. On effectue le calcul sans tenir compte des signes (uniquement avec les parties numériques).
2. On rajoute un "−" au résultat quand les deux nombres que l'on multiplie (ou divise) ont des signes contraires.

■ **Exercice 3 :** Utilise cette règle pour calculer :

$\alpha)\ 3\times(-6)$	$\beta)\ (-2)\times 9$	$\gamma)\ 7\times(-10)$	$\delta)\ (-3)\times(-7)$	$\varepsilon)\ (-5)\times(-4)$
$\zeta)\ (-2)\times(-8)$	$\eta)\ (-5)\times 11$	$\theta)\ (-6)\times(-10)$	$\iota)\ 13\times(-2)$	$\kappa)\ (-8)\div 2$
$\lambda)\ (-30)\div(-2)$	$\mu)\ (-5)\div 2$	$\nu)\ 18\div 6$	$\xi)\ 21\div(-7)$	$o)\ 9\div(-4)$

Solution : $\alpha)$ -18 $\beta)$ -18 $\gamma)$ -70 $\delta)$ 21 $\varepsilon)$ 20 $\zeta)$ 16 $\eta)$ -55 $\theta)$ 60 $\iota)$ -26 $\kappa)$ -4 $\lambda)$ 15 μ -2,5 ν 3 ξ -3 et $o)$ -2,25.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	36, 37, 38 p. 26 / 46, 47, 48 p. 27	10, 14, 15, 16 p. 23 + 39 à 45 p. 27 + 49 à 54 p. 27 + 55 à 58 p. 29 (algo) + 63, 65, 74 p. 31-33 (pb)

Définition

Le carré d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même :

$3^2=3\times 3=9$ **ou** $(-11)^2=(-11)\times(-11)=121$.

■ **Exercice 4 :** Calcule (éventuellement à l'aide de ta calculatrice) :

5^2 ; 6^2 ; $(-3)^2$; $(-2)^2$; 10^2 ; $(-5)^2$.

Solution : 25 ; 36 ; 9 ; 4 ; 100 et 25.

Remarque

Attention à la saisie sur la calculatrice, les parenthèses ont de l'importance (voir paragraphe suivant) : $(-3)^2 = 9$ alors que $-3^2 = -9$!

En regardant les résultats obtenus à l'exercice précédent, on peut établir la règle suivante :

Règle

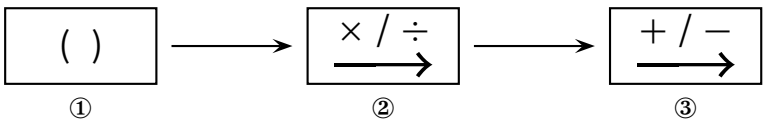
Le carré d'un nombre est toujours un nombre *positif*.

IV – Priorités opératoires

Propriétés

- **Les calculs entre parenthèses doivent toujours être effectués d'abord (même s'ils sont à la fin du calcul) ;**
- **Les multiplications (et les divisions...) sont prioritaires sur les additions et les soustractions, on ne calcule donc pas forcément de gauche à droite.**
- **Par contre, dans un calcul où il n'y a que des $+/-$ (ou que des $\times/\div$), là on doit calculer de gauche à droite.**
- **« En mathématiques, quand on n'utilise pas quelque chose, on le recopie au même endroit. »**

On peut aussi retenir l'ordre des priorités grâce à un schéma :



Exemple (1) :

$$\begin{aligned} 8-14+(-5)\times 3 &= 8-14+\underbrace{(-5)\times 3} && \longleftarrow \textit{on commence par la multiplication}\\ &= \underbrace{8-14}+(-15) && \longleftarrow \textit{on effectue les calculs restants, de gauche à droite}\\ &= (-6)+(-15)\\ &= (-21). \end{aligned}$$

Exemple (2) :

$$\begin{aligned} 2\times\big(8+15\div(-5)\big) &= 2\times\big(8+\underbrace{15\div(-5)}\big) && \longleftarrow \textit{dans la parenthèse, la multiplication est prioritaire}\\ &= 2\times\underbrace{\big(8+(-3)\big)} && \longleftarrow \textit{on finit le calcul dans la parenthèse}\\ &= 2\times 5\\ &= 10. \end{aligned}$$

■ **Exercice 5 :** Calcule en détaillant les étapes :

$A = 10+6-3\times(-4)$ $\quad$ $B = (-2)\times(3-10)$ $\quad$ $C = (-5)+3\times(-8)-15$

$D = 5-6\times\big((-7)+11\big)+3$ $\quad$ $E = 30\div\big(12+2\times(-5)\big)$ $\quad$ $F = 7\times\big((-2)+5\big)$

$G = \dfrac{7-(-2)\times 10+9}{9-6}$ $\quad$ $H = \dfrac{4\times 3+(-11)}{10+2\times(-4)}$

Solution : $A = 28$, $B = 14$, $C = -44$, $D = -16$, $E = 15$, $F = 21$, $G = 12$ et $H = 0,5$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	60, 62 p. 30

Chapitre 3

Transformations du plan

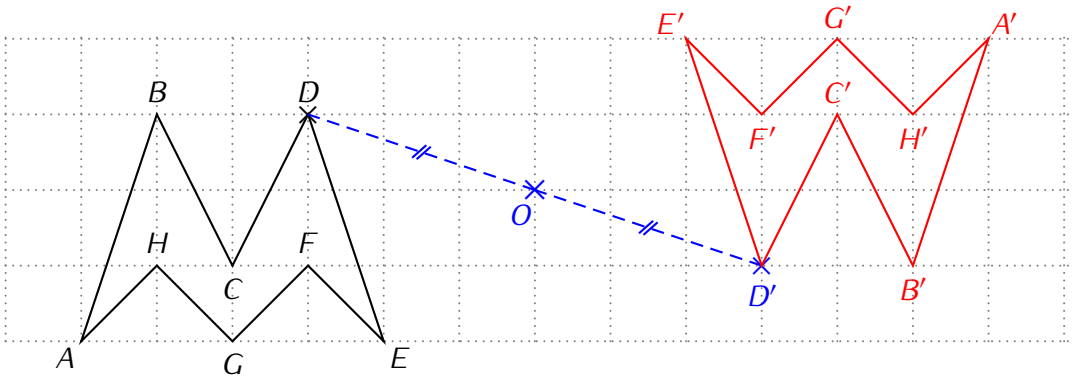
I — Transformations classiques (rappels)

1. Symétries

Définitions

Un point M' est l'image d'un point M par la symétrie centrale de centre O signifie que O est le milieu du segment $[MM']$. Pour construire le point M', il suffit donc de tracer la demi-droite $[MO)$ puis de reporter la longueur OM de l'autre côté du point O.

Exemple :

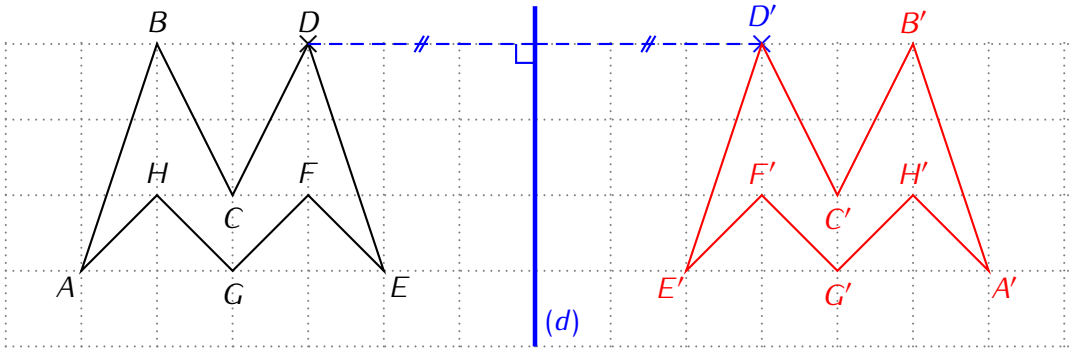


La figure $A'B'C'D'E'F'G'H'$ est l'image de la figure $ABCDEFGH$ par la symétrie de centre O.

Définitions

Un point M' est l'image d'un point M par la symétrie axiale d'axe la droite (d) signifie que (d) est la médiatrice du segment $[MM']$. Pour construire le point M', il suffit donc de tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par M, puis de reporter la longueur de M à (d) de l'autre côté de cette droite.

Exemple :



La figure $A'B'C'D'E'F'G'H'$ est l'image de la figure $ABCDEFGH$ par la symétrie axiale d'axe (d).

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	p. 188 + 11 p. 196	3 p. 191 + 12, 13 p. 196

II — Translation

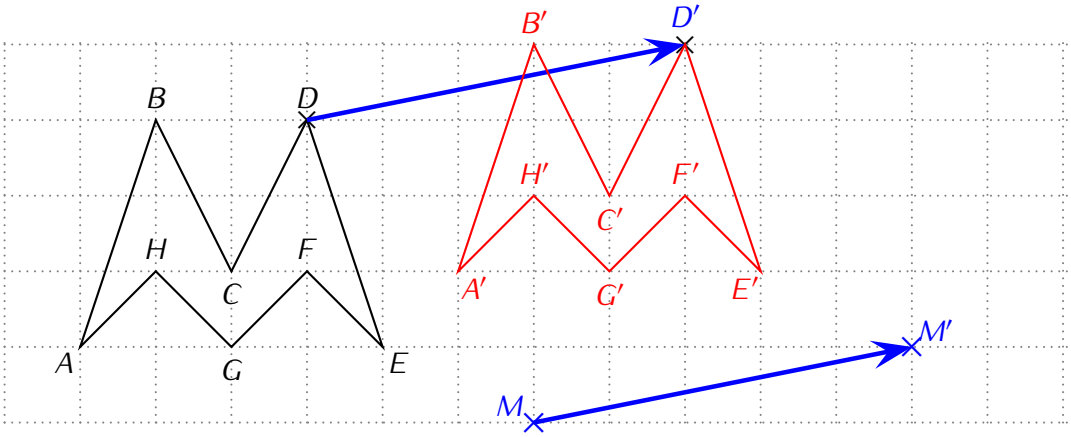
1. Définitions

Définitions

Un point M' est l'image d'un point M par une translation signifie que le point M a subi un glissement défini par une direction, un sens et une longueur (ces trois éléments étant couramment représentés sur le dessin par une flèche, ici de M à M', que l'on appelle le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ de la translation).

Pour construire le point D' (qui sera l'image de D), il suffit de "copier" le vecteur de la translation, et de "coller" son origine sur le point D : D' est alors à l'extrémité de la flèche, et on fait pareil pour tous les autres points.

Exemple :



La figure $A'B'C'D'E'F'G'H'$ est l'image de la figure $ABCDEFGH$ par la translation qui transforme M en M', c'est-à-dire la translation de vecteur $\overrightarrow{MM'}$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	14 p. 196	15, 16 p. 196 + 31, 33, 34 p. 200 (pb)

2. Propriétés et applications

Propriété

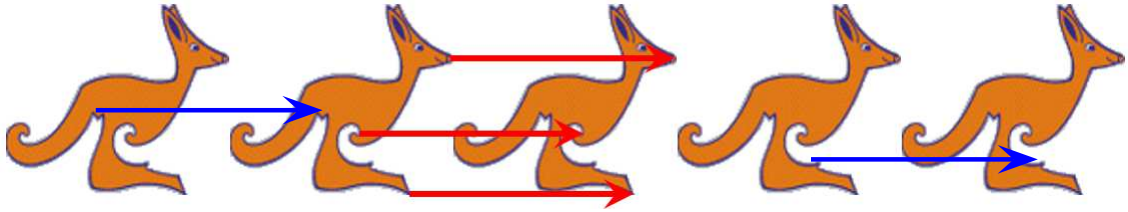
Les symétries et les translations conservent (= ne modifient pas) :
- **l'alignement (si 3 points sont alignés, alors leurs images aussi le seront),**
- **les mesures des angles ($\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$),**
- **les longueurs ($AB = A'B'$)**
- **les aires.**

Exemple : Sur chacune des figures ci-dessus,
- *la figure rouge est exactement la même que la figure de départ : même aire, même taille.*
- *on constate aussi que les points A, G et E sont alignés, tout comme leurs images A', G' et E', que ce soit par une symétrie ou une translation !*

Définition

Une frise est obtenue en répétant plusieurs fois un même motif par une même translation.

Exemple : Voici une frise obtenue à partir du célèbre kangourou du logo du concours Kangourou© :



Trace (en bleu) au moins deux autres flèches représentant cette translation sur cette frise.

Définition

Une pavage est obtenu en répétant plusieurs fois un même motif en combinant plusieurs transformations du plan.

Exemple : Voici deux pavages obtenus à partir du célèbre kangourou du logo du concours Kangourou© :

Quelles sont les transformations qui ont été utilisées pour chaque pavage ? Les dessiner.

Solution : À gauche, translation + symétrie axiale d'une ligne à l'autre.
À droite, symétrie centrale au niveau du pied du kangourou, puis les quatre figures sont translatées dans deux directions.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	22 p. 197	23, 24 p. 197

Chapitre 4

Racines carrées

I — Définition

■ **Activité 1 (avec la calculatrice) :** Essaye de trouver, éventuellement avec l'aide de ta calculatrice (avec au minimum 4 chiffres justes après la virgule) :
- ◇ le nombre dont le carré vaut $56,25$;
- ◇ le nombre dont le carré vaut 20.

Solution : On trouve exactement $7,5$ et environ $4,4721(3595)$.

Définition

On appelle racine carrée d'un nombre x positif un nombre c dont le carré vaut x. Autrement dit $c^2 = x$. On note alors ce nombre $\sqrt{x}$. Le carré et la racine carrée sont donc liés.

Exemple : Dans l'activité précédente, on écrira donc que $\sqrt{56,25} = 7,5$ *et* $\sqrt{20} \approx 4,4721$.

Carrés parfaits

Il va être utile de connaître les premiers carrés parfaits, et donc les premières racines carrées remarquables :

$\square^2$														$\sqrt{\square}$
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\sqrt{x}$
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	x

Remarque

On peut constater que les nombres se suivent sur la première ligne, mais pas sur la seconde : ceci signifie que *beaucoup* de racines carrées ne tomberont pas juste, et il faudra systématiquement les arrondir (en lisant bien l'énoncé pour savoir à quel rang). Par contre, vu le temps que cela nous a pris dans l'activité ci-dessus, on va déterminer un autre moyen !

II — Utilisations

1. Calculer une racine carrée, simplifier un carré

Méthode (calculer une racine carrée/simplifier un carré)

Pour calculer la racine carrée de 49, c'est-à-dire $\sqrt{49}$, on utilise la touche $\sqrt{\square}$:

on tape $\sqrt{\square}$ 4 9 =.

Pour simplifier un carré en géométrie, lorsqu'on aboutit à une égalité du type $AB^2 = 50$, on écrit :

$AB^2 = 50$

$AB = \sqrt{50}$ ⟵ **on utilise la calculatrice : $\sqrt{\square}$ 5 0 = S⇔D**

$AB \approx 7,1$ cm ⟵ **on n'oublie pas le symbole "$\approx$" s'il faut arrondir, ainsi que l'unité…**

La dernière touche sert à avoir la valeur approchée *non arrondie* de la calculatrice.

■ **Exercice 1 :** En t'aidant de l'exemple et des carrés parfaits de la page précédente, calcule les longueurs suivantes en cm :

$\alpha)$ $AB^2 = 81$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$

$\beta)$ $AB^2 = 36$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$

$\gamma)$ $AB^2 = 121$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$

$\delta)$ $AB^2 = 25$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$ — $AB = \ldots\ldots\ldots$

$\varepsilon)$ $DC^2 = 4$ — $DC = \ldots\ldots\ldots$ — $DC = \ldots\ldots\ldots$

$\zeta)$ $RS^2 = 16$ — $RS = \ldots\ldots\ldots$ — $RS = \ldots\ldots\ldots$

$\eta)$ $EF^2 = 64$ — $EF = \ldots\ldots\ldots$ — $EF = \ldots\ldots\ldots$

$\theta)$ $MN^2 = 169$ — $MN = \ldots\ldots\ldots$ — $MN = \ldots\ldots\ldots$

Solution : $\alpha)$ $AB = 9$ cm ; $\beta)$ $AB = 6$ cm ; $\gamma)$ $AB = 11$ cm ; $\delta)$ $AB = 5$ cm ; $\varepsilon)$ $DC = 2$ cm ; $\zeta)$ $RS = 4$ cm ; $\eta)$ $EF = 8$ cm et $\theta)$ $MN = 13$ cm.

■ **Exercice 2 :** Calcule les longueurs suivantes, arrondies au dixième de cm :

$\alpha)$ $AB^2 = 18$ — $\beta)$ $GH^2 = 55$ — $\gamma)$ $ST^2 = 75$ — $\delta)$ $MO^2 = 46$

Solution : $\alpha)$ $AB \approx 4,2$ cm ; $\beta)$ $GH \approx 7,4$ cm ; $\gamma)$ $ST \approx 8,7$ cm et $\delta)$ $MO \approx 6,8$ cm.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	20, 21, 22 p. 247	23, 24 p. 247

2. Encadrer une racine carrée

Méthode (encadrer une racine carrée par deux entiers consécutifs)

Pour encadrer une racine carrée par deux entiers consécutifs, on s'aide du tableau des carrés parfaits de la page précédente.

Par exemple, pour « encadrer $\sqrt{70}$ par deux entiers consécutifs »,

1. **on repère où se trouve 70 sur *la 2e ligne* : $64 \leqslant 70 \leqslant 81$;**
2. **on en déduit l'encadrement grâce aux deux nombres correspondants sur *la 1re ligne* : $\sqrt{64} \leqslant \sqrt{70} \leqslant \sqrt{81}$, donc plus simplement $8 \leqslant \sqrt{70} \leqslant 9$.**

C'est bien l'encadrement demandé puisque 8 et 9 sont deux entiers consécutifs !

Remarque

Pour les nombres plus grands, ou lorsque la calculatrice est autorisée, on peut plus facilement calculer la racine carrée. Le nombre de gauche de l'encadrement sera la partie entière de ce qui est affichée.
Par exemple, on sait déjà que $\sqrt{50} \approx 7,1$ cm, donc on peut en déduire que $7 \leqslant \sqrt{50} \leqslant 8$.

■ **Exercice 3 :** Encadre les racines carrées suivantes par deux entiers consécutifs :

$\sqrt{21}$; $\sqrt{37}$; $\sqrt{150}$; $\sqrt{200}$; $\sqrt{1\,000}$ et $\sqrt{2\,020}$.

Solution :

$4 \leqslant \sqrt{21} \leqslant 5$
$6 \leqslant \sqrt{37} \leqslant 8$

$12 \leqslant \sqrt{150} \leqslant 13$
$14 \leqslant \sqrt{200} \leqslant 15$

$31 \leqslant \sqrt{1\,000} \leqslant 32$
$44 \leqslant \sqrt{2\,020} \leqslant 45$

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	–

Chapitre 5

Proportionnalité (partie 1)

I – Qu'est-ce que c'est ?

Définitions

Dans un tableau où deux grandeurs A et B interviennent, si tous les quotients des nombres dans la grandeur A par les nombres correspondants de la grandeur B (donc dans la même colonne) sont les mêmes, alors on dit que c'est un tableau de proportionnalité, et que ce quotient est le cœfficient de proportionnalité. Il y a donc autant de quotients à calculer que le nombre de colonnes de valeurs.

Exemple : On donne les temps mis par un coureur selon la distance parcourue :

Temps (en min)	*15*	*30*	*60*	*90*
Distance (en km)	*5*	*10*	*20*	*30*

On calcule que $\frac{15}{5} = 3$; $\frac{30}{10} = 3$; $\frac{60}{20} = 3$ *et* $\frac{90}{30} = 3$. *Tous ces quotients sont égaux, on en déduit que :*

- ⋆ *c'est un tableau de proportionnalité, donc le temps mis par ce coureur est proportionnel à la distance parcourue.*
- ⋆ *le cœfficient de proportionnalité est égal à 3.*

Méthode (vérifier si un tableau est de proportionnalité)

1er cas :

Grandeur A	**3**	**6**	**15**
Grandeur B	**10**	**20**	**50**

$10 \div 3 = \frac{10}{3}$; $20 \div 6 = \frac{10}{3}$; $50 \div 15 = \frac{10}{3}$

Pour chaque colonne, on calcule le coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre

On obtient le même nombre, donc c'est un tableau de proportionnalité.

2e cas :

Grandeur A	**5**	**10**	**12**
Grandeur B	**35**	**70**	**96**

$35 \div 5 = 7$; $70 \div 10 = 7$; $96 \div 12 = 8$

Pour chaque colonne, on calcule le coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre

Les coefficients ne sont pas les mêmes, donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

■ **Exercice 1 :** Les tableaux suivants sont-il des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

Grandeur A	3	5	8
Grandeur B	12	20	32

Tableau 1

Grandeur A	4	6	7
Grandeur B	28	42	49

Tableau 2

Grandeur A	4	7	11
Grandeur B	6	10,5	16,5

Tableau 3

Grandeur A	2	3	4
Grandeur B	35	45	55

Tableau 4

Grandeur A	1,5	4,5	6
Grandeur B	2,5	7,5	10,5

Tableau 5

Grandeur A	10	15	50	75
Grandeur B	8	12	40	60

Tableau 6

Solution :

Tableau 1 : de proportionnalité, de cœfficient 4.
Tableau 2 : de proportionnalité, de cœfficient 7.
Tableau 3 : de proportionnalité, de cœfficient 1, 5.
Tableau 4 : pas de proportionnalité.
Tableau 5 : pas de proportionnalité.
Tableau 6 : de proportionnalité, de cœfficient 0, 8.

■ **Exercice 2 (avec un contexte) :** Les parents d'un élève l'ont mesuré à 3 âges différents. Ils se demandent s'il y a proportionnalité entre l'âge et la taille. Aide-les à savoir si c'est vrai ou non, en justifiant la réponse :

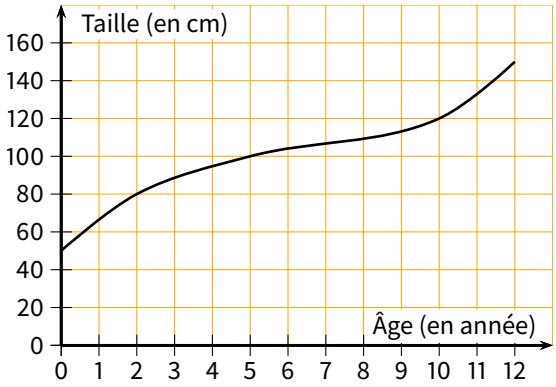
Âge (en année)	2	5	10
Taille (en cm)	80	100	120

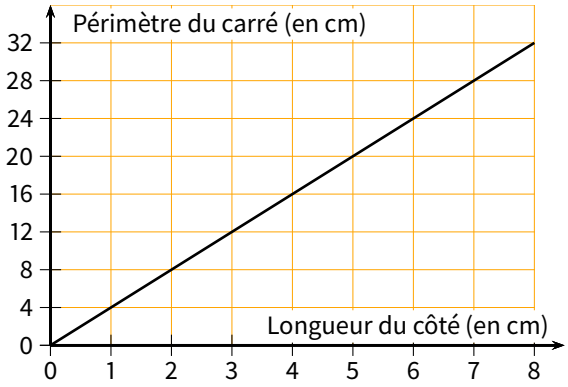
Solution : Ce n'est pas un tableau de proportionnalité car $\frac{80}{2} = 40$ et $\frac{100}{5} = 20 \neq 40$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	12, 13 p. 126	3, 4 p. 123 + 14, 15 p. 126

II – Lien avec les graphiques

■ **Exercice 3 :** On donne les graphiques suivants :





1. Utilise les graphiques pour compléter les tableaux suivants :

Tableau 1

Âge (en année)	0	2	10
Taille (en cm)			

Tableau 2

Longueur des côtés (en cm)	0	2	6
Périmètre (en cm)			

2. Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ? .....

3. À ton avis comment peut-on reconnaître graphiquement une situation de proportionnalité ?

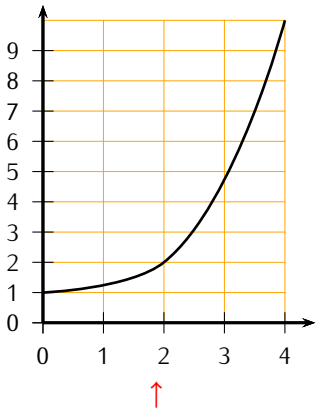
.....

.....

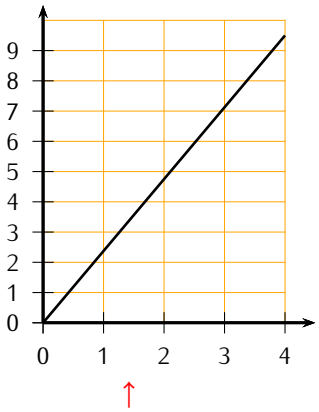
Propriété

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par une droite passant par l'origine du repère.

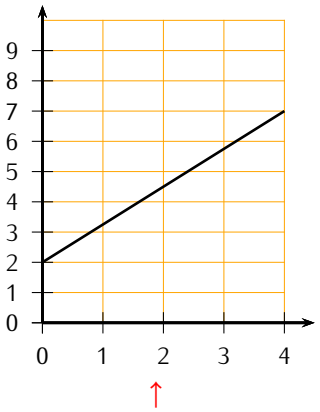
Exemples :



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car la courbe n'est pas une droite.



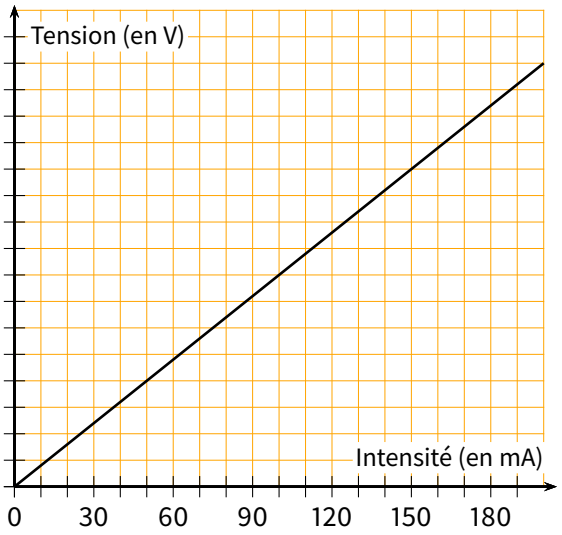
C'est une situation de proportionnalité car la courbe est une droite passant par l'origine.



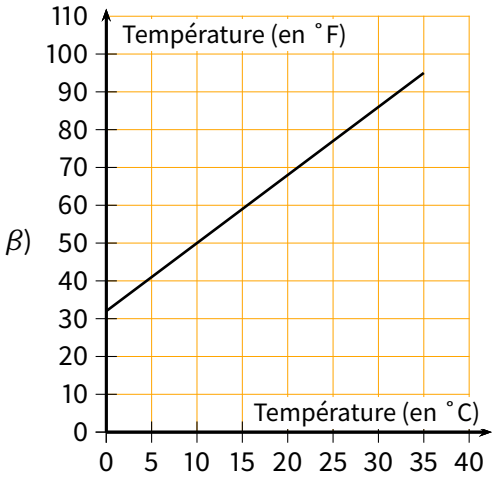
Ce n'est pas une situation de proportionnalité car la droite ne passe pas par l'origine.

■ **Exercice 4 :** Entoure la lettre des graphiques qui représentent une situation de proportionnalité.

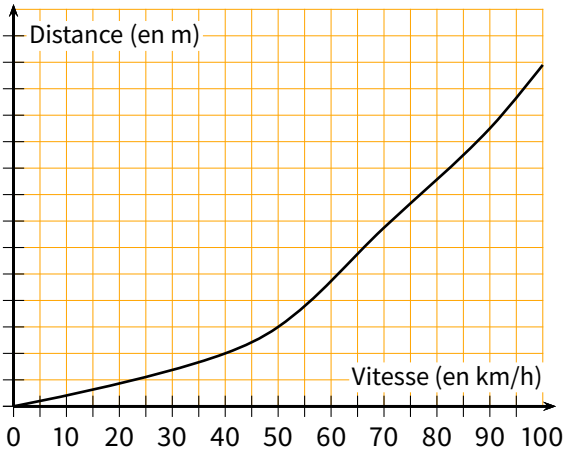
α)



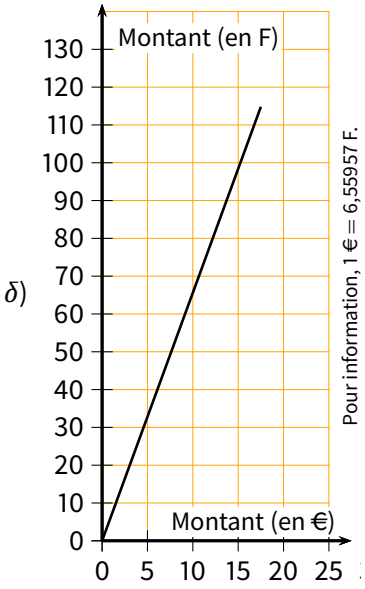
β)



γ)



δ)



Solution : Les graphiques α) et δ) représentent des situations de proportionnalité, tout simplement parce que ce sont des droites passant par l'origine !

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	20, 21 p. 127	8, 11 p. 125-127 + 31, 33 p. 131 (pb)

III — Comment compléter un tableau de proportionnalité ?

Propriété (« produit en croix »)

Dans un tableau de proportionnalité de quatre cases, s'il manque une valeur, on la calcule de la manière suivante :

1. On fait apparaître une "croix" en surlignant de deux couleurs différentes les valeurs sur une même diagonale.
2. On multiplie au numérateur les deux nombres de la diagonale « complète » (celle qui ne comporte PAS le nombre inconnu), et on divise au dénominateur par le nombre restant :

Grandeur A	15	?
Grandeur B	5	25

$$\frac{15 \times 25}{5} = \frac{375}{5} = 75.$$

■ **Exercice 5 :** Complète les tableaux de proportionnalités suivants :

4	10
6	

Calcul :

$$\frac{\times}{4} = \frac{}{4}$$

$$= \ldots\ldots$$

11	
20	8

Calcul :

$$\frac{\times 8}{} = \frac{}{}$$

$$= \ldots\ldots$$

15	6
	4

Calcul :

$$\frac{\times}{} = \frac{}{}$$

$$= \ldots\ldots$$

■ **Exercice 6 :** Recopie et complète les tableaux de proportionnalités suivants, en écrivant en-dessous de chaque tableau le calcul du produit en croix :

9	6
	4

10	15
8	

6	
14	7

	10
5	15

Solution : On trouve respectivement 6 ; 12 ; 3 et $\frac{10}{3}$.

Remarques

◇ Il peut y avoir plus de quatre cases dans un tableau de proportionnalité, il faut alors sélectionner deux lignes et deux colonnes qui donnent un "sous-tableau" de quatre cases dans lequel on connaît trois valeurs.

Exemple : Voici un tableau de proportionnalité à compléter :

6	9	15		30	
	21		63		84

On calcule que : $\frac{6 \times 21}{9} = \frac{126}{9} = 14$; $\frac{21 \times 15}{9} = \frac{315}{9} = 35$; $\frac{9 \times 63}{21} = \frac{567}{21} = 27$.

ce qui donne donc le tableau complété suivant :

6	9	15	27	30	
14	21	35	63		84

◇ Par définition, un tableau est de proportionnalité lorsque tous les quotients dans chaque colonne sont égaux. Par conséquent, un produit en croix peut aussi se calculer dans une égalité de deux quotients, par exemple

$$\frac{AB}{3} = \frac{2}{5} \quad \Rightarrow \quad AB = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ cm}.$$

Ce sera très utile dans le chapitre "Thalès" page 41 !!

■ **Exercice 7 :** Recopie et complète le tableau ci-dessous, en écrivant les différents calculs que tu as fait :

4	2	6			14
		9	15	18	

Solution : La troisième colonne nous donne le cœfficient de proportionnalité : 1, 5. Pour passer de la première à la deuxième ligne (1re, 2e et dernière colonne), on multiplie par 1, 5. Pour passer de la deuxième à la première ligne (4e et 5e colonnes), on divise par 1, 5 :

4	2	6	**10**	**12**	14
6	**3**	9	15	18	**21**

■ **Exercice 8 :** Dans chaque cas, calcule la valeur manquante, exprimée en cm (arrondie au dixième quand c'est nécessaire) :

$\alpha)\ \dfrac{x}{11} = \dfrac{5}{9}$ $\quad \beta)\ \dfrac{7}{AC} = \dfrac{6}{8}$ $\quad \gamma)\ \dfrac{6}{14} = \dfrac{RS}{3}$ $\quad \delta)\ \dfrac{9}{15} = \dfrac{5}{x}$

$\varepsilon)\ \dfrac{14}{11} = \dfrac{5}{MN}$ $\quad \zeta)\ \dfrac{7}{11} = \dfrac{y}{8}$ $\quad \eta)\ \dfrac{6}{z} = \dfrac{8}{5}$ $\quad \theta)\ \dfrac{ON}{10} = \dfrac{9}{8}$

Solution :

$\alpha)\ x \approx 6,1$ cm
$\varepsilon)\ MN \approx 3,9$ cm

$\beta)\ AC \approx 9,3$ cm
$\zeta)\ y \approx 5,1$ cm

$\gamma)\ RS \approx 1,3$ cm
$\eta)\ z = 3,75$ cm

$\delta)\ x \approx 8,3$ cm
$\theta)\ ON = 11,25$ cm

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	16 p. 126	17, 18, 19 p. 126

Pythagore

Chapitre 6

Nous avons déjà vu aux chapitres
- "Bases de géométrie" page 6 le DPC du théorème de Pythagore, où apparaît l'égalité contenant les longueurs au carré,
- "Racines carrées" page 17 la notion de racine carrée d'un nombre (et notamment la simplification du carré d'une longueur).

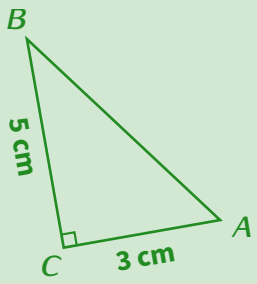
Dans ce chapitre, nous allons voir la rédaction complète du théorème de Pythagore.

I — Calculer la longueur de l'hypoténuse

Méthode (calculer la longueur de l'hypoténuse)

1. **On écrit le DPC correspondant sans tenir compte du côté dont on veut calculer la longueur. *La 1re ligne du "C" ne doit être constituée que de lettres.***
2. **On calcule en utilisant les longueurs des côtés connus.**

Exemple :



Calcule AB (arrondi au dixième).

D : ABC **est un triangle rectangle en** C

P : D'après le théorème de Pythagore on a :

C : $AB^2 = AC^2 + CB^2$ ⟵ **on surligne la longueur qu'on veut calculer**

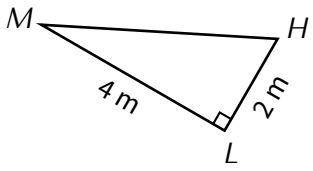
$AB^2 = 3^2 + 5^2$ ⟵ **on remplace les longueurs connues**

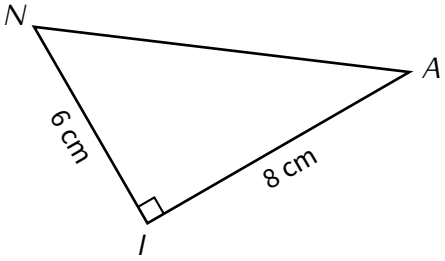
$AB^2 = 34$ ⟵ **on calcule l'addition**

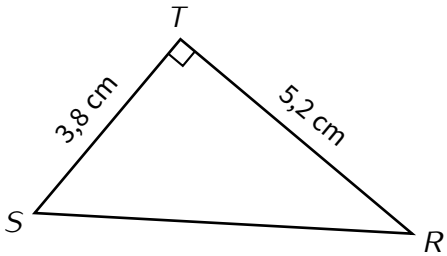
$AB = \sqrt{34}$ ⟵ **on "simplifie" le carré en utilisant** $\sqrt{\ }$

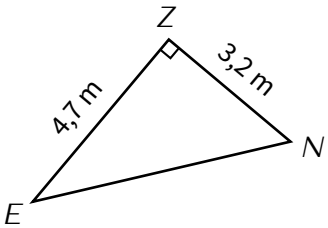
$AB \approx 5,8$ **cm** ⟵ **on calcule, on arrondit et on n'oublie pas l'unité...**

■ **Exercice 1 (hypoténuse) :** Dans chaque question, calcule la longueur de l'hypoténuse, arrondie si nécessaire au dixième près.







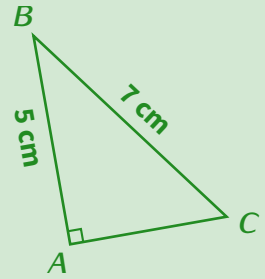


Solution : $MH \approx 4,5$ m ; $RS \approx 6,4$ cm ; $AN = 10$ cm et $EN \approx 5,7$ m.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	15, 16 p. 246 + 25, 28, 29 p. 247

II — Calculer la longueur d'un côté formant l'angle droit

Méthode (CALCULER LA LONGUEUR D'UN CÔTÉ FORMANT L'ANGLE DROIT)



Calcule AC (arrondi au dixième).

D : ABC **est un triangle rectangle en** C

P : D'après le théorème de Pythagore on a :

C : $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ⟵ **on souligne la longueur qu'on veut calculer**

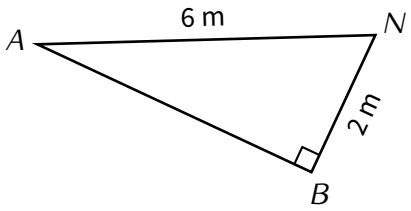
$AC^2 = 7^2 - 5^2$ ⟵ **on "sort" la longueur à calculer de l'addition et le calcul devient : « plus grande longueur² − plus petite longueur² »**

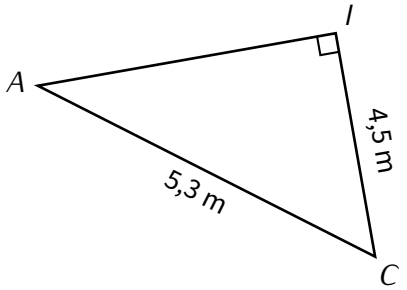
$AC^2 = 24$ ⟵ **on calcule la soustraction**

$AC = \sqrt{24}$ ⟵ **on "simplifie" le carré en utilisant** $\sqrt{\ }$

$AC \approx 4,9$ **cm** ⟵ **on calcule, on arrondit et on n'oublie pas l'unité…**

■ **EXERCICE 2 (CALCUL D'UN CÔTÉ FORMANT L'ANGLE DROIT) :** Calcule la longueur AB à gauche (arrondie au millimètre près) et la longueur AI à droite :

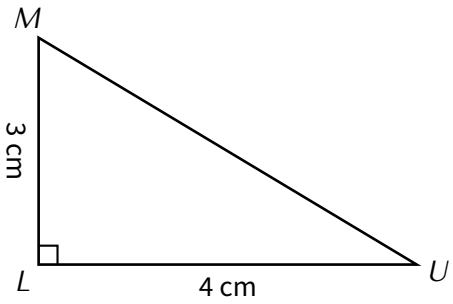




Solution : $AB \approx 5,657$ m (attention, millimètre ≠ millième : ici l'unité est en m, et les mm sont 3 colonnes à droite !) et $AI = 2,8$ cm.

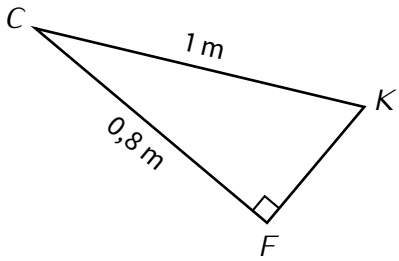
■ **EXERCICE 3 (LES DEUX MÉTHODES) :**

α)



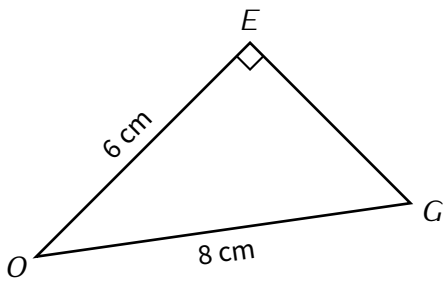
Calcule MU.

β)



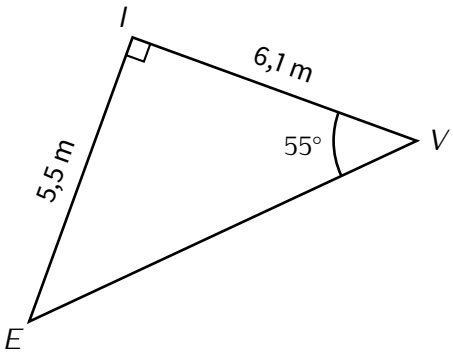
Calcule FK.

γ)



Calcule EG (arrondi au dixième de cm).

δ)



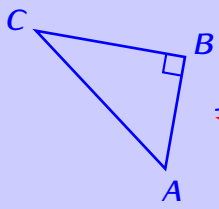
Calcule VE (arrondis au dixième de m).

Solution : α) $MU = 5$ cm ; β) $FK = 0,6$ m ; γ) $EG \approx 5,3$ cm et δ) $EV \approx 8,2$ m.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
9 à 16 p. 92-93 du cours	–	17, 18, 19 p. 246 + 26, 27, 30, 31 p. 247 + 39 p. 249 (algo)

III — Montrer qu'un triangle est rectangle ou non

Introduction



théorème de Pythagore

réciproque du théorème de Pythagore

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

— On utilise la réciproque du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle est rectangle ; pour cela il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est vraie dans ce triangle.

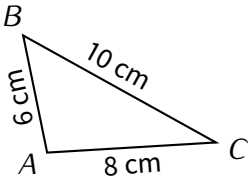
— On utilise la contraposée du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle ; pour cela il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est fausse dans ce triangle.

Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle ABC (dont le plus grand côté est AB) on a $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors ce triangle est rectangle en C.

Exemple (1) :

Montrer que le triangle ABC ci-contre est rectangle et préciser en quel point.



Réponse et rédaction :

D : Le plus grand côté est BC. ⟵ *on écrit quel est le côté le plus grand pour l'isoler dans le calcul qui suit*

- $BC^2 = 10^2 = 100$.
- $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$.

⟵ *on calcule séparément le grand côté au carré et la somme des carrés des deux autres côtés*

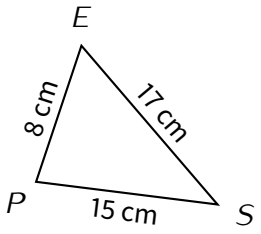
L'égalité est donc vraie, ⟵ *on constate que l'égalité est vraie donc on l'écrit*

P : Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ⟵ *on utilise la réciproque*

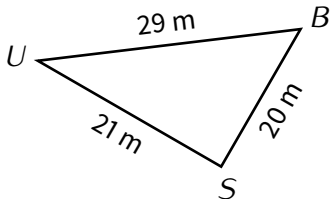
C : Le triangle ABC est rectangle en A. ⟵ *on conclut*

■ **Exercice 4 :** Montre que les triangles suivants sont rectangles :

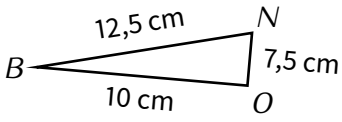
α)



β)



γ)



Solution :

α) $17^2 = 289$ et $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

β) $29^2 = 841$ et $21^2 + 20^2 = 441 + 400 = 841$

γ) $12,5^2 = 156,25$ et $10^2 + 7,5^2 = 100 + 56,25 = 156,25$.

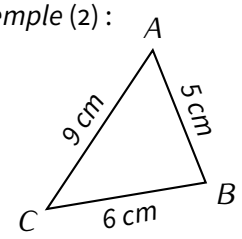
Remarque

Il arrivera forcément que les deux résultats ne soient pas identiques (c'est d'ailleurs bien *à cause* de ça qu'on doit calculer séparément), on écrira alors "contraposée" au lieu de "réciproque" pour en déduire que le triangle ne sera *pas* rectangle.

La contraposée correspond à la forme négative de la réciproque.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	32, 33 p. 247	34, 35, 36 p. 247

Exemple (2) :



Le triangle ABC est-il rectangle ?

D : Le plus grand côté est $[AC]$.
- $AC^2 = 9^2 = 81$.
- $BC^2 + AB^2 = 6^2 + 5^2 = 61$.

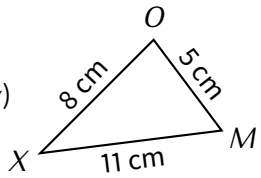
L'égalité est donc fausse.

P : Donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore,

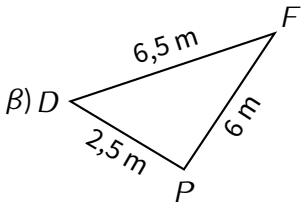
C : Le triangle ABC n'est pas rectangle.

■ **Exercice 5 :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

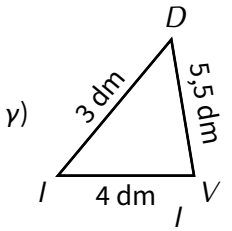
α)



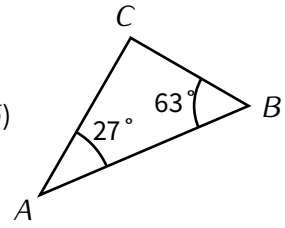
β)



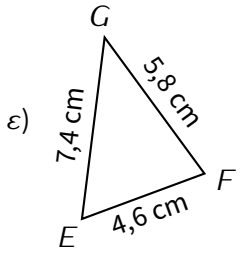
γ)



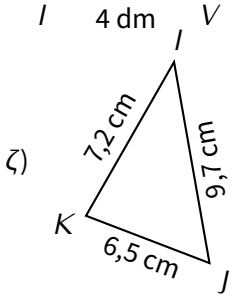
δ)



ε)



ζ)



Solution :

α) $11^2 = 121$ et $8^2 + 5^2 = 64 + 25 = 89 \Rightarrow MOX$ n'est pas rectangle.

β) $6,5^2 = 42,25$ et $2,5^2 + 6^2 = 6,25 + 36 = 42,25 \Rightarrow PDF$ est rectangle en P.

γ) $5,5^2 = 30,25$ et $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow DIV$ n'est pas rectangle (attention ici car le côté le plus long n'est pas le plus long sur la figure !).

δ) $180° - (27° - 63°) = 180° - 90° = 90° \Rightarrow ABC$ est un triangle rectangle en C.

ε) $7,4^2 = 54,76$ et $5,8^2 + 4,6^2 = 33,64 + 21,16 = 54,8 \Rightarrow EFG$ n'est pas rectangle (mais vraiment presque : le tracer en vraie grandeur…).

ζ) $9,7^2 = 94,09$ et $7,2^2 + 6,5^2 = 51,86 + 42,25 = 94,09 \Rightarrow IJK$ est rectangle en K.

Exercices de base : 17 à 24 p. 94-95 du cours	**Questions Flash :** –	**À la maison :** 37, 38 p. 247

Chapitre 7

Calcul littéral (partie 1)

I — Introduction

Rappels

- Définition : une expression littérale est une expression mathématique (un calcul) dans lequel au moins une lettre apparaît, désignant un nombre dont on ne connaît pas la valeur.
- Propriété : dans un calcul sans parenthèses où il n'y a que des multiplications, on peut calculer dans l'ordre qu'on veut (c'est-à-dire échanger les facteurs de place).
  Cette propriété est évidemment valable pour un calcul classique, mais aussi pour les expressions littérales.
- Le symbole "×" peut être enlevé devant une lettre ou une parenthèse : $8 \times x = 8x$ et $8x = 8 \times x$.

Exemples :

1. *Des expressions littérales ont déjà été vues en 6e sans le savoir, par exemple la formule de l'aire d'un disque de rayon R est $2 \times \pi \times R$.*
2. *De manière plus générale, $2x - 5$ ou encore $3x^2 + 5x - 10$ sont des expressions littérales (c'est très souvent la lettre x qui est utilisée).*

Méthode (réduire $8x \times 5$)

$$\begin{aligned} 8x \times 5 &= 8 \times x \times 5 \\ &= 8 \times 5 \times x \\ &= 40 \times x \\ &= 40x. \end{aligned}$$

- on écrit toutes les multiplications
- on change l'ordre des facteurs pour mettre les nombres devant
- on n'écrit pas ces trois étapes (on les fait dans sa tête)
- on calcule la multiplication
- on écrit le résultat sans la multiplication

■ **Exercice 1 :** Calcule :

$4x \times 9 = 36x$	$11x \times 7 = 77x$	$(-2) \times 8x = -16x$	$(-6) \times 5x = -30x$
$10 \times (-6)x = -60x$	$(-7)x \times 2 = -14x$	$8 \times x = 8x$	$x \times 12 = 12 \times x = 12x$
$(-3) \times (-4)x = 12x$	$(-5)x \times (-6) = 30x$	$(-2) \times x = -2x$	$x \times (-1) = -1 \times x = -x$

Méthode (réduire $7x \times 5x$)

$$\begin{aligned} 7x \times 5x &= 7 \times x \times 5 \times x \\ &= 7 \times 5 \times x \times x \\ &= 35 \times x^2 \\ &= 35x^2. \end{aligned}$$

- on écrit toutes les multiplications
- on change l'ordre des facteurs pour mettre les nombres devant
- on n'écrit pas ces étapes
- on calcule les multiplications
- on écrit le résultat sans la multiplication

■ **Exercice 2 :** Calcule :

$4x \times 2x = 8x^2$	$11x \times 7x = 77x^2$	$3x \times 8x = 24x^2$	$6x \times 5x = 30x^2$
$10x \times (-9)x = -90x^2$	$7x \times (-2)x = -14x^2$	$12x \times x = 12x^2$	$x \times (-21)x = -21x^2$
$x \times 4y = 4xy$	$5n \times (-4)n = -20n^2$	$2m \times 2m = 4m^2$	$(-4)d \times (-4) \times d = 16d^2$

ATTENTION !!!

Bien regarder les opérations car l'ordre des priorités s'applique aussi dans les expressions littérales. Par exemple, on a vu que $x \times 4y = 4xy$, mais par contre $x + 4y$ ne peut pas se réduire. En effet, $x + 4y = x + \underline{4 \times y}$ et le calcul prioritaire n'est pas faisable.
C'est encore pire avec $2x + 6$ car beaucoup d'élèves écrivent que c'est égal à $8x$. En fait non, car $2x + 6 = \underline{2 \times x} + 6$ et encore une fois, l'opération prioritaire ne peut être faite. On ne peut donc pas réduire cette expression, on s'arrêtera à $2x + 6$.

On verra plus loin, au chapitre "Calcul littéral (partie 2)" (page 68) comment faire pour réduire les expressions quand il y a d'autres opérations que des $\times$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	13, 14 p. 92	3 p. 89 + 15 à 21 p. 92

II – Développer (distributivité simple)

Méthode (développer $a(bx + c)$)

On veut développer l'expression $A = 5(8x + 2)$:

$A = 5(8x + 2)$
$A = 5 \times (8x + 2)$ ← **on écrit la multiplication et les flèches de développements**
$A = 5 \times 8x + 5 \times 2$ ← **chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit**
$A = 40x + 10.$ ← **on calcule chaque multiplication**

*Exemples : Les flèches de développement sont **obligatoires** pour bien comprendre le mécanisme de fonctionnement :*

α) Développement de $B = 6(4x + 3)$:

$B = 6(4x + 3)$
$B = 6 \times (4x + 3)$
$B = 6 \times 4x + 6 \times 3$
$B = 24x + 18.$

β) Développement de $C = 5x(2x + 7)$:

$C = 5x(2x + 7)$
$C = 5x \times (2x + 7)$
$C = 5x \times 2x + 5x \times 7$
$C = 10x^2 + 35x.$

■ **Exercice 3 :** Développe :

$D = 7(2x + 3)$ $E = 8(6 + 3x)$ $F = 9x(2x + 7)$ $G = 2x(9 + 3x)$

Solution : $D = 14x + 21$; $E = 48 + 24x$; $F = 18x^2 + 63x$ et $G = 18x + 6x^2$.

Méthode (DÉVELOPPER $a(bx-c)$)

On veut développer $H = 4(8x-3)$:

$H = 4(8x-3)$

$H = 4 \times (8x + (-3))$ ← **on écrit sous forme d'addition et on dessine les flèches**

$H = 4 \times 8x + 4 \times (-3)$ ← **chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit**

$H = 32x + (-12)$. ← **on calcule chaque multiplication**

Règle des signes (rappels, voir page 12)

La règle des signes (+ et +, ou − et −, donnent +; + et −, ou − et +, donnent −) s'applique aux multiplications et divisions (mais surtout pas les additions ou soustractions), et lorsque deux symboles d'opérations se suivent.

Exemples : Pour finir proprement le calcul H ci-dessus, il faudrait donc encore écrire $H = 32x + (-12) = 32x - 12$.
Voyons deux autres exemples :

α) Développement de $B = 2(4x-3)$:

$I = 2(4x-3)$

$I = 2 \times (4x + (-3))$

$I = 2 \times 4x + 2 \times (-3)$

$I = 8x + (-6)$

$I = 8x - 6$.

β) Développement de $C = 3x(5x-7)$:

$J = 3x(5x-7)$

$J = 3x \times (5x + (-7))$

$J = 3x \times 5x + 3x \times (-7)$

$J = 15x^2 + (-21)x$

$J = 15x^2 - 21x$

■ **EXERCICE 4 :** Développe :

$K = 4x(2x-7)$ $\quad L = 8x(2-5x)$ $\quad M = 6x(2x-4)$ $\quad N = 2x(9-2x)$

Solution : $K = 8x^2 - 28x$; $L = 16x - 40x^2$; $M = 12x^2 - 24x$ et $N = 18x - 4x^2$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
59 à 62 p. 102 du cours	22, 23 p. 92	24 à 27 p. 93 + 46, 51 p. 96-97 (pb)

III — Programmes de calculs

Nous avons déjà vu l'année dernière comment exprimer un programme de calculs sous la forme d'une expression :

Méthode (RAPPEL : TRADUIRE UN PROGRAMME DE CALCULS EN EXPRESSION LITTÉRALE)

- ⋆ **Choisis un nombre.**
- ⋆ **Multiplie-le par 7.**
- ⋆ **Ajoute 8.**
- ⋆ **Écris le résultat.**

Réponse :

a) On choisit x ← **on choisit une lettre, en général x**

b) $7 \times x = 7x$

c) $7x + 8$ ($\neq 15x$) } ← **on doit tenir compte des techniques de calcul littéral**

d) Le résultat est $7x + 8$. ← **on écrit le résultat**

■ **Exercice 5 :** En t'aidant de l'exemple de la méthode précédente, traduis à l'aide d'une expression littérale les deux programmes de calculs suivants :

Programme n° 1

◊ Choisis un nombre.
◊ Multiplie-le par 5.
◊ Soustraie 4 à ce produit.
◊ Écris le résultat.

Programme n° 2

☐ Choisis un nombre.
☐ Élève-le au carré.
☐ Multiplie par 4.
☐ Soustraie 10.
☐ Écris le résultat.

Solution : Programme n° 1 : $5x - 4$; Programme n° 2 : $4x^2 - 10$.

Cette année, nous allons pouvoir comparer deux programmes de calculs et notamment voir s'ils donnent le même résultat ou non. C'est un exercice difficile car il faut en comprendre le fonctionnement :

- ◇ pour prouver que deux programmes de calculs sont équivalents, c'est-à-dire donnent les mêmes résultats, il faut le prouver *pour tous les nombres*, soit une bonne infinité ! ! ! Pour le faire, on passera par les expressions littérales.
- ◇ pour prouver que deux programmes de calculs ne sont pas équivalents, il suffira de trouver une valeur pour laquelle les deux programmes donnent des nombres différents.

Exemple : Les programmes de calculs précédents ne sont pas équivalents car lorsqu'on y injecte 3, le programme n° 1 donne $5 \times 3 - 4 = 15 - 4 = 11$ *et le programme n° 3 donne* $4 \times 3^2 - 10 = 4 \times 9 - 10 = 36 - 10 = 26$, *et* $11 \neq 26$.

ATTENTION !!!

Si on avait choisi $x = 2$, le programme n° 1 aurait donné $5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6$ et le programme n° 2 aurait donné $4 \times 2^2 - 10 = 4 \times 4 - 10 = 16 - 10 = 6$.

Lorsqu'on trouve le même résultat pour une valeur de x, cela ne veut pas dire que les programmes sont équivalents ! !

■ **Exercice 6 :** Voici deux programmes de calculs :

Programme A

◊ Choisis un nombre.
◊ Multiplie-le par 10.
◊ Soustraie 15 à ce produit.
◊ Écris le résultat.

Programme B

☐ Choisis un nombre.
☐ Prends son double.
☐ Ajoute ensuite -3.
☐ Multiplie le résultat par 5.
☐ Écris le résultat.

1. Applique le programme de calculs A aux nombres 2, puis 5 et enfin -3.
2. Applique le programme de calculs B aux nombres 2, puis 5 et enfin -3.
3. Que peux-tu conjecturer (= faire comme hypothèse) ? Prouve-le.

Solution :

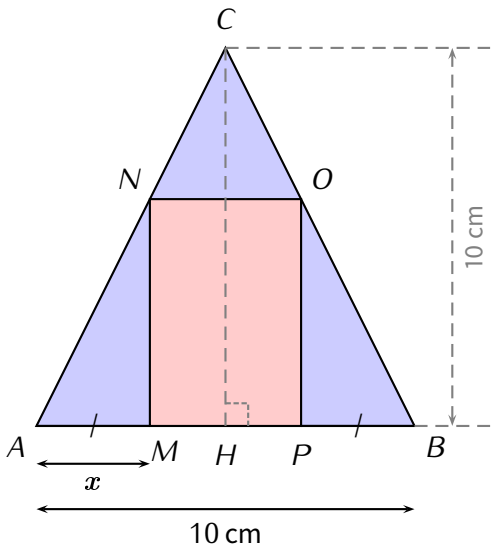
1. Le programme de calculs A donne respectivement 5, 35 et -45.
2. Le programme de calculs B donne respectivement 5, 35 et -45.
3. On peut conjecturer qu'ils donnent le même résultat *quel que soit le nombre choisi au départ*. Pour le prouver, passons par les expressions littérales :
   – Programme A : $x \xrightarrow{\times 10} 10x \xrightarrow{-15} 10x - 15$.
   – Programme B : $x \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{+(-3)} 2x - 3 \xrightarrow{\times 5} 5(2x - 3) = 10x - 15$.
   Les deux programmes de calculs donneront donc **toujours** le même résultat.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	4 p. 89 + 40 p. 95 (algo) + 49, 50 p. 96 (pb)

IV — Notion de fonction

On ne rentrera pas ici dans le détail du vocabulaire, qui sera vu l'année prochaine, mais simplement une approche de la notion de fonction (quelque chose "en fonction de" quelque chose d'autre).

■ **Exercice 7 :** Voici une figure dans laquelle ABC est un triangle **isocèle** en C. M est un point mobile sur le segment $[AH]$ (c'est-à-dire qu'il peut bouger sur ce segment), à distance x du point A (donc on a forcément $0 < x < 5$, et la distance x ne peut pas être fixe puisque M est un point mobile…). On construit alors le rectangle $MNOP$ à l'intérieur du triangle (partant de M, on monte jusqu'à croiser le côté gauche du triangle, on a alors N ; de là, on part à droite jusqu'à croiser le côté droit du triangle, on a alors O ; et de là, on redescend pour avoir P) :

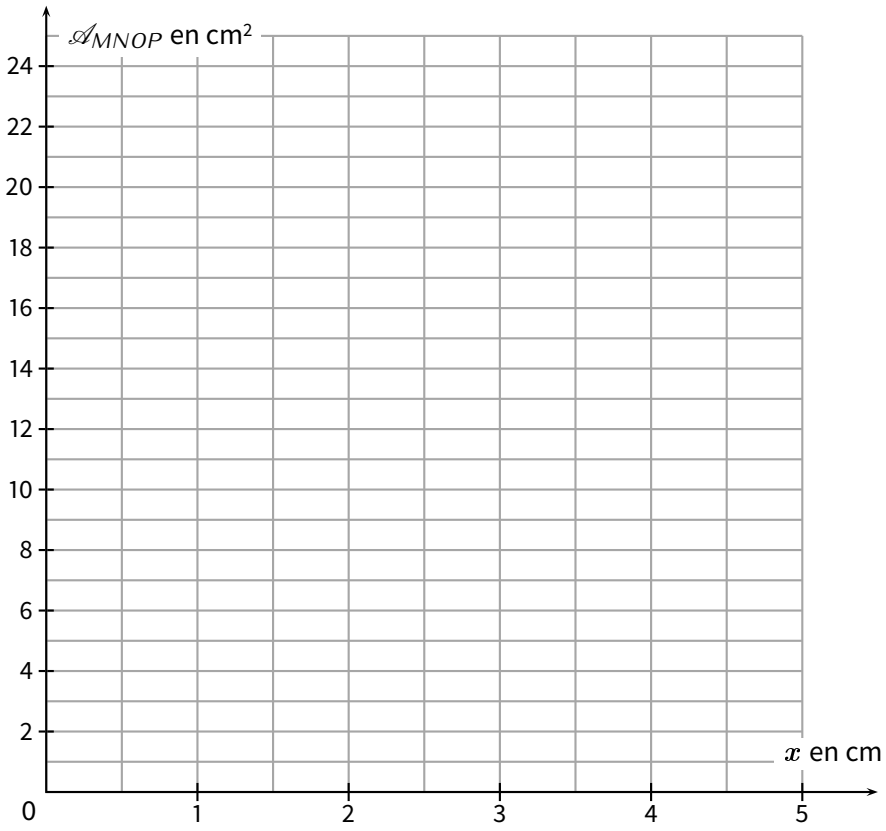


On va s'intéresser à l'aire du rectangle $MNOP$ en fonction de la position du point M, donc en fonction de la valeur de x, et on va chercher où placer le point M de sorte que cette aire soit maximale.

1. Calcule la longueur MP en fonction de x.
2. Calcule la longueur de MN en fonction de x *(indication : utilise le théorème de Thalès dans le triangle ACH.*
3. Déduis-en l'aire $\mathscr{A}_{MNOP}$ du rectangle $MNOP$.
4. Complète le tableau de valeurs suivant, en arrondissant au centième de cm² :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$20x - 4x^4$											

5. Complète le plus précisément possible le graphique suivant afin de tracer la courbe représentant l'aire du rectangle $MNOP$ en fonction de x :



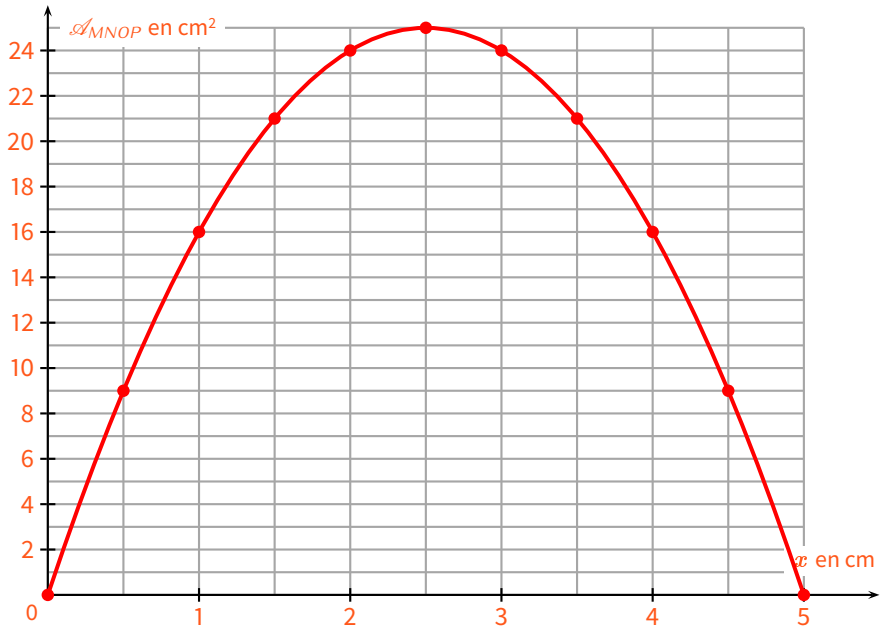
6. Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle $MNOP$ est-elle alors maximale ? Trace la figure en grandeur réelle pour cette valeur de x.

Solution :

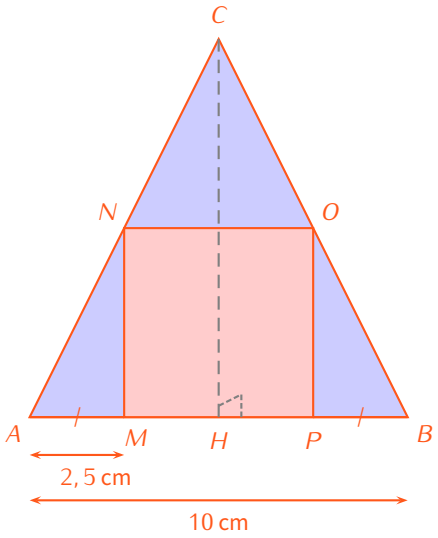
1. $MP = AB - AM - PB = 10 - x - x = 10 - 2x$ cm.
2. D : Les droites (MH) et (NC) sont sécantes en A, et les droites (MN) et (HC) sont parallèles.
   P : D'après le théorème de Thalès, on a :
   C : $\dfrac{AM}{AH} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{HC}$
   $\dfrac{x}{5} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{10}$
   $MN = \dfrac{10 \times x}{5}$
   $MN = 2x$ cm.
3. On en déduit que $\mathscr{A}_{MNOP} = MN \times MP = 2x \times (10 - 2x) = 20x - 4x^2$ cm².
4. Voici le tableau complété, avec les valeurs arrondies au centième :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$20x - 4x^4$	0	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0

5. Complète le plus précisément possible le graphique suivant afin de tracer la courbe représentant l'aire du rectangle $MNOP$ en fonction de x :



6. C'est donc pour $x = 2,5$ cm que l'aire du rectangle $MNOP$ est maximale, atteignant donc 25 cm². On notera que lorsque $x = 2,5$, $MP = 10 - 2x = 10 - 2 \times 2,5 = 5$ cm et $MN = 2x = 2 \times 2,5 = 5$ cm, et $MNOP$ est donc en fait un carré (figure réalisée à l'échelle 1/2) :



Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	27 p. 142 + 30 p. 143	29, 29, 21, 22 p. 143 + 53 p. 148 (pb)

Chapitre 8

Les solides de l'espace

Rappelons qu'en 6e et 5e ont déjà été vu les cubes, parallélépipèdes (ou pavés droits), prismes et cylindre (de révolution), ainsi que les patrons de ces différents solides.

En 4e, on va surtout s'intéresser aux solides "à pointe". Pour bien finir cet apprentissage, les sphères et boules seront vues en 3e.

I — Pyramide

1. Définitions

Définitions

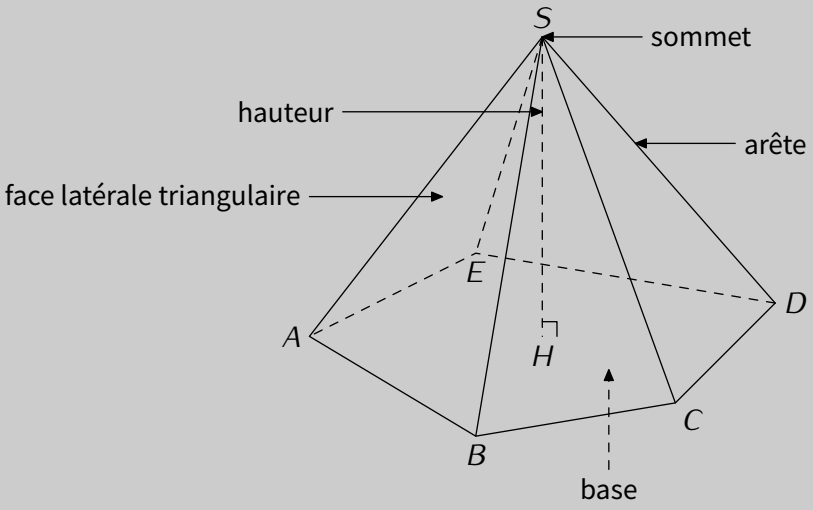
On appelle pyramide un solide de l'espace dont :

- **une face est un polygone appelé base (donc un triangle, un quadrilatère quelconque [carré, rectangle, losange, ...], un pentagone, ...);**
- **les autres faces sont des triangles qui "montent" (on les appelle faces latérales) tous vers un point commun : le sommet de la pyramide.**

La droite passant par le sommet de la pyramide et perpendiculaire à sa base est appelée hauteur de la pyramide.

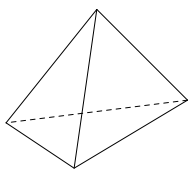
Le point d'intersection entre la base et cette hauteur est le pied de la hauteur : on le note en général H.

Par abus de langage, la longueur SH est aussi appelée hauteur de la pyramide :



Remarques

- Puisque chaque face latérale d'une pyramide est un triangle, ne pas confondre la hauteur de la pyramide et celle d'une face latérale.
- Cas particulier : Une pyramide dont la base est un triangle est un **tétraèdre**. Toutes les faces sont donc des triangles donc toutes les faces peuvent être considérées comme des bases :



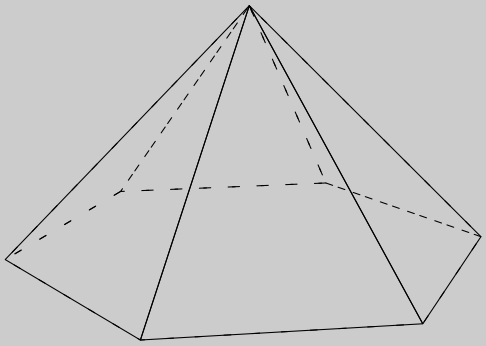
Pyramide à base triangulaire

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	11, 12, 13 p. 262	10 p. 141 (IP) + 13 p. 142 (IP)

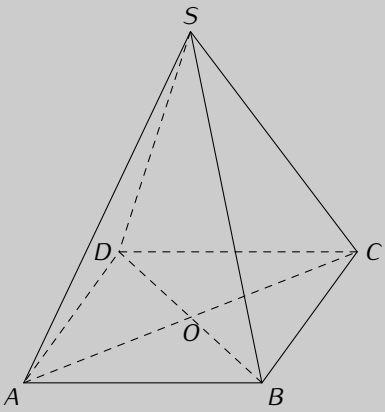
2. Pyramides régulières

Définition

Une pyramide est appelée pyramide régulière si :
- **sa base est un polygone régulier : triangle équilatéral, carré, pentagone régulier, ...**
- **le pied de sa hauteur est exactement le centre de la base.**



Pyramide à base hexagonale



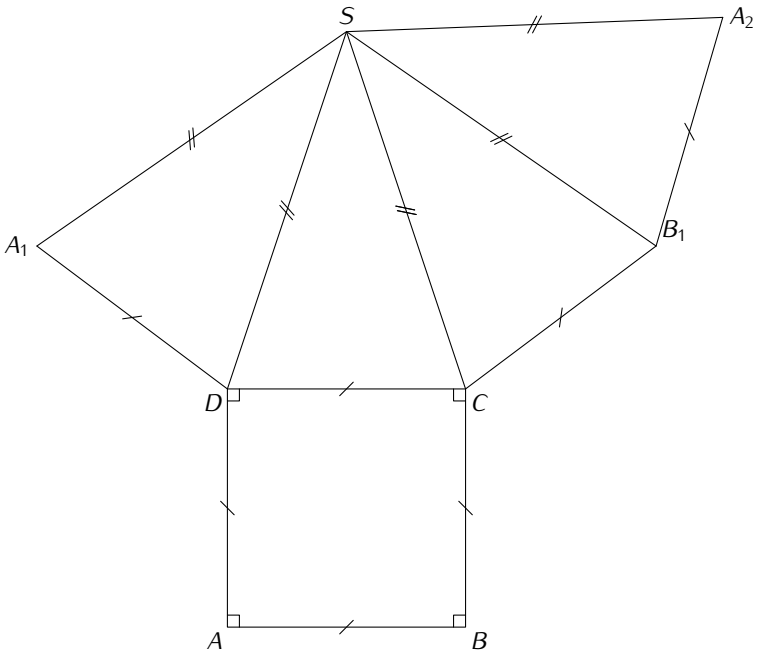
$ABCD$ est un carré de centre O

3. Patron

Définition (rappel)

Un patron d'un solide de l'espace est une figure plate (en 2D) qui permet, après découpage, pliage et collage, de fabriquer ce solide. Sur un patron, cChaque face est dessinée en vraie grandeur.

Exemple : Voici un patron possible de la pyramide $SABCD$ à base carrée dessinée ci-dessus :

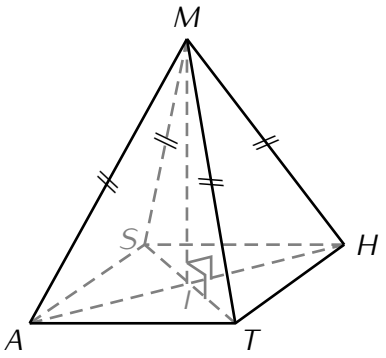


En découpant et en pliant, les points A, A_1, A_2 coïncident, ainsi que les points B et B_1.

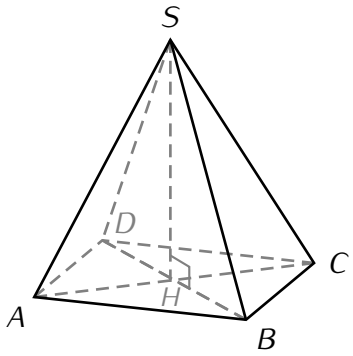
ATTENTION !!!

Pour le patron d'une pyramide, il doit y avoir autant de triangles que de côtés dans le polygone de base (donc ici 4).
Par souci de simplicité, il vaut mieux dessiner chaque face latérale en partant d'un côté de la base, afin d'obtenir un patron en étoile !

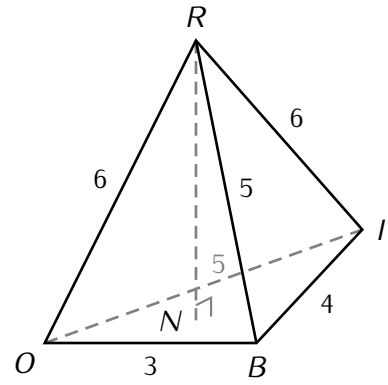
■ **Exercice 1 :** Construis en vraie grandeur un patron de chacune des pyramides suivantes :



$MATHS$ est une pyramide à base le carré $ATHS$ de côté 5 cm, et $MA = 4$ cm.



$SABCD$ est une pyramide à base rectangulaire telle que $AB = 6$ cm, $BC = 2,5$ cm et $SH = 7$ cm (attention à ne pas aller trop vite…).



$ROBI$ est une pyramide à base triangulaire. Les mesures notées ci-dessus sont exprimées en cm ($OI = 5$ cm).

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	16, 18 p. 142 (IP)

II – Cône (de révolution)

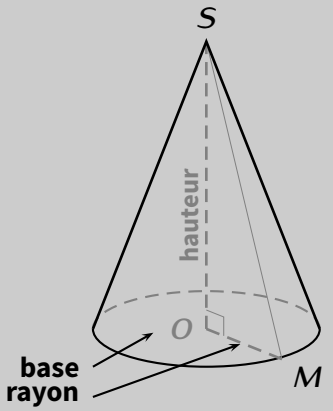
1. Définitions

Définitions

On appelle cône (de révolution) de sommet S, le solide généré par la rotation d'un triangle SOM rectangle en O, autour de la droite (SO).
Le disque de centre O et de rayon $[OM]$ est la base de ce cône.

La hauteur de ce cône est le segment $[SO]$ (comme pour la pyramide, la hauteur désigne aussi la longueur SO), qui est donc perpendiculaire à la base.

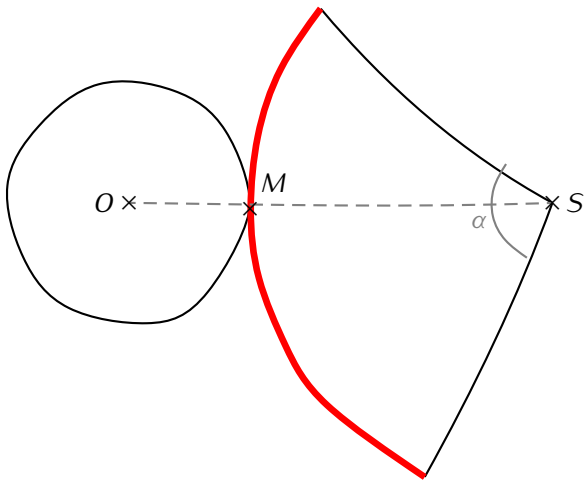
Un segment qui relie le sommet du cône à un point quelconque de la base (comme ici $[MS]$) est appelé une génératrice.



2. Patron

Le patron d'un cône n'est pas si simple à réaliser…

Il faut déjà être conscient que la face latérale est une portion de disque. La difficulté va être de savoir de quelle taille : si la portion est trop grande, on fera plus qu'un tour de la base ; par contre si elle est trop petite, le cône ne sera pas refermé.
La dessin à main levée ci-contre représente donc le patron de n'importe quel cône, mais il faudra faire attention aux tailles : combien entre O et M ? combien entre M et S ? quelle mesure d'angle pour α ?



Il va donc falloir faire quelques calculs *avant* de réaliser le patron de ce cône :

Méthode (CONSTRUIRE LE PATRON D'UN CÔNE)

1. On commence par construire un segment $[OS]$ de longueur $OM + MS$ cm (le rayon + une génératrice).
2. On trace le cercle de centre O et de rayon le rayon de la base.
3. On trace une portion de disque de centre S, de rayon la longueur d'une génératrice (MS) et d'angle
$$\boxed{\alpha = \frac{r}{g} \times 360},$$
où r désigne le rayon de la base, et g la longueur d'une génératrice.
4. Le disque et la portion de disque doit se "frôler".

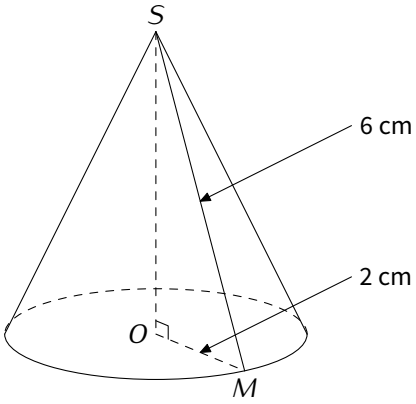
ATTENTION !!!

Il est souvent *nécessaire* de calculer la longueur de la génératrice puisqu'on ne donne souvent que les longueurs du rayon de la base et la hauteur du cône. Ce sera fait en appliquant le théorème de Pythagore (en effet, la hauteur étant par définition perpendiculaire à la base, elle l'est aussi par rapport au rayon).

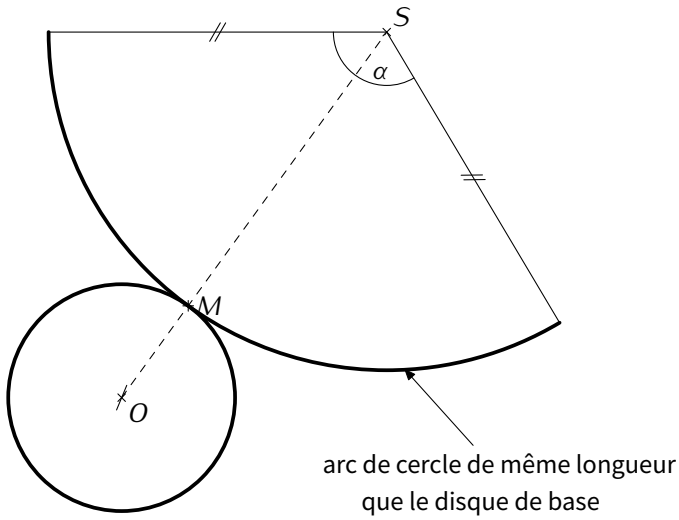
Exemple : Voici donc un cône (à gauche) et son patron dessinés. Pour les calculs, on a donc juste

$$\alpha = \frac{r}{g} \times 360 = \frac{2}{6} \times 360 = 120°.$$

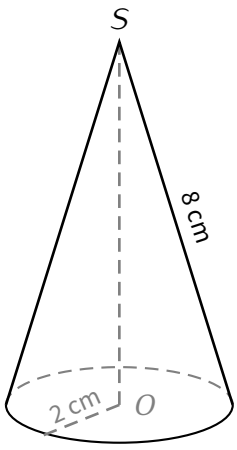
On obtient donc le résultat suivant (à droite) :

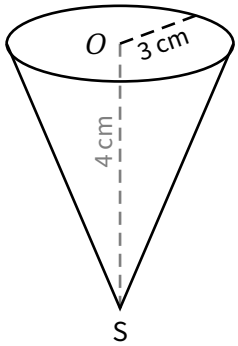


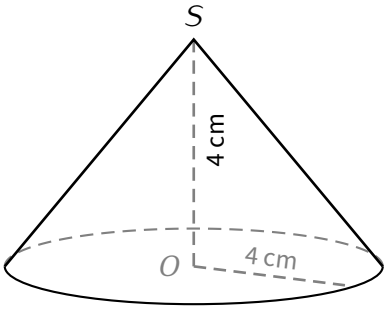
⇒



■ **EXERCICE 2 :** Construis en vraie grandeur un patron de chacun des cônes suivants :







Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	8 p. 141 (IP) + 14, 15 p. 142 (IP)

Chapitre 9

Fractions (bases)

Nous avons déjà vu en classe des 5e les nombres premiers inférieurs à 30. Nous allons étendre cette limite à 100 cette année, et aussi apprendre les 4 opérations avec des nombres sous forme de fractions.

I — Nombres premiers (rappels)

1. Définition

Définition

Un nombre premier est un nombre qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

En 4e, on doit donc connaître (ou savoir retrouver) les nombres premiers inférieurs à 100 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, et 97 (activité crible d'Ératosthène).

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	2, 3, 4 p. 12 (IP)

2. Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut se décomposer de manière unique en un produit de nombres premiers.

Exemple (1) : *Pour trouver la décomposition en facteurs premiers de 900, on procède de la manière suivante :*

$$900 \xrightarrow{\div 2} 450 \xrightarrow{\div 2} 225 \xrightarrow{\div 3} 75 \xrightarrow{\div 3} 25 \xrightarrow{\div 5} 5 \xrightarrow{\div 5} 1.$$

Réponse : on écrit alors $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$. ⟵ *On recopie la liste des diviseurs premiers, autant de fois qu'ils apparaissent, éventuellement sous la forme de puissances*

Exemple (2) : *Quelle est la décomposition en produits de facteurs premiers de 12 250 ?*

$$12\,250 \xrightarrow{\div 2} 6\,125 \xrightarrow{\div 5} 1\,225 \xrightarrow{\div 5} 245 \xrightarrow{\div 5} 49 \xrightarrow{\div 7} 7 \xrightarrow{\div 7} 1.$$

Réponse : on a donc $12\,225 = 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 2 \times 5^3 \times 7^2$.

■ **Exercice 1 :** Décomposer 1600 en en produit de facteurs premiers.

Solution : $1600 \xrightarrow{\div 2} 800 \xrightarrow{\div 2} 400 \xrightarrow{\div 2} 200 \xrightarrow{\div 2} 100 \xrightarrow{\div 2} 50 \xrightarrow{\div 2} 25 \xrightarrow{\div 5} 5 \xrightarrow{\div 5} 1$,
d'où : $1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^6 \times 5^2$.

À la calculatrice

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, il suffit de saisir ce nombre, l'enregistrer dans la mémoire de la calculatrice en appuyant sur [=], puis d'appuyer sur [SHIFT] [FACT F ÷R].

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	9 p. 12 (IP)

3. Fractions irréductibles

Propriété

Pour rendre une fraction irréductible, on peut décomposer son numérateur et dénominateur en produits de nombre premiers, et simplifier par les nombres premiers communs.

Exemple (1) : *On va rendre la fraction* $\frac{180}{12\,250}$ *irréductible. Grâce au paragraphe précédent, on peut écrire que :*

$$\frac{180}{12\,250} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{2 \times 5^3 \times 7^2} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times 3 \times 3 \times \cancel{5}}{\cancel{2} \times \cancel{5} \times 5 \times 5 \times 7 \times 7} = \frac{2 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 7 \times 7} = \frac{18}{1\,225}.$$

Remarque

La calculatrice rend déjà une fraction automatiquement irréductible, ce qui est très pratique pour vérifier le résultat, mais elle ne donnera jamais la rédaction associée à ce calcul !

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	5, 6 p. 16 (IP)

II — Additions et soustractions de fractions

J'ai 2 crayons dans la main gauche et 1 gomme dans la main droite. Est-ce que je peux dire plus facilement ce que j'ai en mains ? Non…
Par contre, si j'ai 2 crayons dans la main gauche et 3 autres crayons dans la main droite, je peux dire que j'ai en tout 7 crayons dans mes mains.

Cette addition est possible car les éléments ajoutés sont de la même "catégorie" (ici des crayons). On a appris en 6e et avant que les fractions se rangent aussi par "catégories" : ce sont les dénominateurs qui les donnent (par exemple $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{5}$, lire "3 cinquièmes" et "4 cinquièmes").

On en déduit qu'on ne pourra additionner (et donc soustraire) des fractions *que lorsqu'elles auront le même dénominateur*, d'où la méthode suivante :

Méthode (additionner ou soustraire des fractions)

$$A = \frac{4}{5} + \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} + \frac{2 \times 5}{3 \times 5}$$

On réduit les fractions au même dénominateur

$$A = \frac{12}{15} + \frac{10}{15}$$

$$A = \frac{12 + 10}{15}$$

On additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun (on n'est pas obligé d'écrire cette étape)

$$A = \frac{22}{15}.$$

■ **Exercice 2 :** Complète les exemples suivants :

$$B = \frac{2}{7} + \frac{8}{11}$$
$$B = \frac{2 \times \ldots\ldots}{7 \times 11} + \frac{8 \times \ldots\ldots}{11 \times 7}$$
$$B = \frac{\ldots\ldots}{77} + \frac{\ldots\ldots}{77}$$
$$B = \frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{77}$$
$$B = \frac{\ldots\ldots}{77}.$$

$$C = \frac{4}{5} - \frac{1}{6}$$
$$C = \frac{4 \times \ldots\ldots}{5 \times 6} - \frac{1 \times \ldots\ldots}{6 \times \ldots\ldots}$$
$$C = \frac{\ldots\ldots}{30} - \frac{\ldots\ldots}{30}$$
$$C = \frac{\ldots\ldots - \ldots\ldots}{30}$$
$$C = \frac{\ldots\ldots}{30}$$

$$D = \frac{8}{9} + \frac{7}{10}$$
$$D = \frac{8 \times \ldots\ldots}{9 \times \ldots\ldots} + \frac{7 \times \ldots\ldots}{10 \times \ldots\ldots}$$
$$D = \frac{\ldots\ldots}{90} + \frac{\ldots\ldots}{90}$$
$$D = \frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{90}$$
$$D = \frac{\ldots\ldots}{90}$$

Solution : $B = \frac{78}{77}$; $C = \frac{19}{30}$ et $D = \frac{143}{90}$.

■ **Exercice 3 :** Calcule :

$$E = \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \qquad F = \frac{8}{3} - \frac{1}{4} \qquad G = \frac{11}{4} - \frac{2}{5} \qquad H = \frac{6}{13} + \frac{1}{2}$$

Solution : $E = \frac{23}{10}$; $F = \frac{29}{12}$; $G = \frac{47}{20}$ et $H = \frac{25}{26}$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	35, 36 p. 45	14, 16 p. 43 + 37 à 44 p. 45 + 50, 51, 52 p. 48 (pb)

Chapitre 10

Thalès

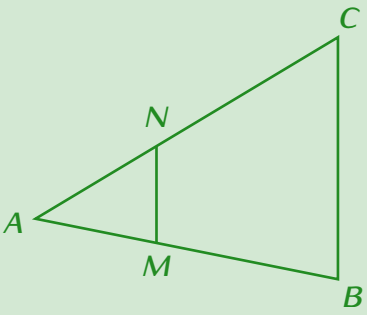
Nous avons déjà vu aux chapitres
- "Bases de géométrie" (page 6) le DPC du théorème de Thalès, où apparaît la double égalité des quotients de longueurs,
- "Proportionnalité (partie 1)" (page 19) la notion de produit en croix, y compris appliquée à une égalité de deux quotients.

Dans ce chapitre, nous allons voir la rédaction complète du théorème de Thalès.

I — Calculer une longueur

Méthode (utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur)

Calculer AM.



Données :
- $AB = 12$ **cm**
- $AC = 10$ **cm**
- $BC = 9$ **cm**
- $AN = 4$ **cm**
- $(MN) \,//\, (BC)$

Réponse :

D : • (BM) **et** (CN) **sont sécantes en** A**.**
• $(MN) \,//\, (BC)$

P : **Donc d'après le théorème de Thalès, on a :**

C : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$ **(cette étape n'est pas obligatoire : on peut barrer le quotient inutile)**

on écrit le DPC du théorème de Thalès

$\dfrac{AM}{12} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{MN}{9}$ ← **on remplace avec les valeurs connues**

$\dfrac{AM}{12} = \dfrac{4}{10}$ ← **on garde le *quotient complet* et *celui où se trouve la longueur à calculer***

$AM = \dfrac{12 \times 4}{10}$ ← **on calcule grâce à un produit en croix**

$AM = \dfrac{48}{10}$ ← **on calcule le numérateur (cette étape n'est pas obligatoire)**

$AM = 4,8$ **cm** ← **on calcule pour obtenir une valeur décimale** ; **on n'oublie pas l'unité !**

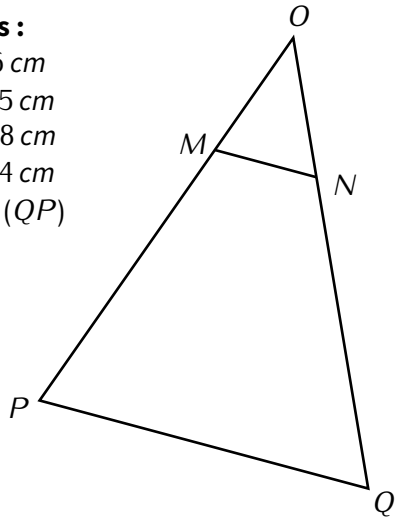
ATTENTION !!!

Il faut être rigoureux, notamment parce que le DPC donne 3 quotients, mais le produit en croix n'en utilise que 2 : il faut donc en enlever un, et pas n'importe lequel ! De manière générale, on garde toujours le quotient qui contient la longueur à calculer ainsi que celui qui est *complet*, c'est-à-dire où les 2 nombres sont connus.

Attention aussi car on peut demander plusieurs calculs dans une seule configuration de Thalès, il faudra donc utiliser plusieurs fois le produit en croix dans le C, mais un seul schéma DPC.

Exemples : Voici deux exemples entièrement rédigés sans les indications, donc comme il faudra également le faire sur une copie :

Données :
$OM = 6\,cm$
$OP = 15\,cm$
$OQ = 18\,cm$
$PQ = 14\,cm$
$(MN) \parallel (QP)$



Calcule MN.

D : *Les droites (PM) et (QN) sont sécantes en O, et $(MN) \parallel (QP)$.*

P : *Donc d'après le théorème de Thalès, on a :*

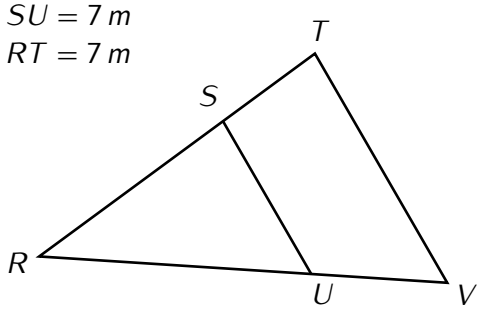
C : $\dfrac{OM}{OP} = \dfrac{ON}{OQ} = \dfrac{MN}{PQ}$

$\dfrac{6}{15} = \dfrac{ON}{18} = \dfrac{MN}{14}$

$MN = \dfrac{6 \times 14}{15}$

$MN = 5,6\,cm.$

Données :
$(US) \parallel (TV)$
$RU = 8\,m$
$RV = 11\,m$
$SU = 7\,m$
$RT = 7\,m$



Calcule RS (arrondi au dixième de cm), puis TV.

D : *Les droites (ST) et (UV) sont sécantes en R, et $(US) \parallel (TV)$.*

P : *Donc d'après le théorème de Thalès, on a :*

C : $\dfrac{RS}{RT} = \dfrac{RU}{RV} = \dfrac{SU}{TV}$

$\dfrac{RS}{7} = \dfrac{8}{11} = \dfrac{7}{TV}$

Calcul de RS :

$\dfrac{RS}{7} = \dfrac{8}{11}$

$RS = \dfrac{8 \times 7}{11}$

$RS \approx 5,\underline{1}\,cm$

Calcul de TV :

$\dfrac{8}{11} = \dfrac{7}{TV}$

$TV = \dfrac{7 \times 11}{8}$

$TV = 0,875\,cm$

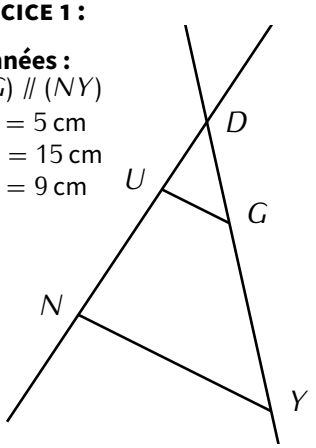
Remarque

Pour l'exemple de droite, il n'est pas nécessaire d'écrire 2 DPC à cause des 2 longueurs à calculer. On écrit un seul DPC, et on part de la double égalité du "C" pour extraire deux calculs différents. Il faut alors préciser (pour clarifier la rédaction) ce qu'on calcule !

■ Exercice 1 :

α)

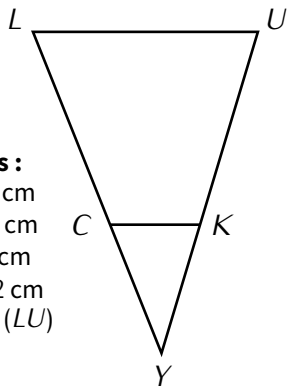
Données :
$(UG) \parallel (NY)$
$DU = 5$ cm
$DN = 15$ cm
$NY = 9$ cm



Calcule UG.

β)

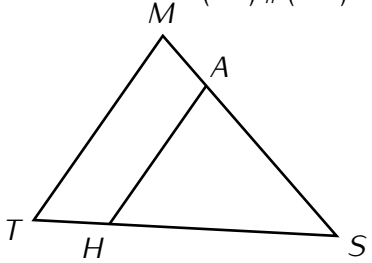
Données :
$YC = 5$ cm
$YK = 6$ cm
$LU = 9$ cm
$YL = 12$ cm
$(CK) \parallel (LU)$



Calcule CK, puis $\underline{K}U$.

γ)

Données :
$SA = 8$ cm ; $SM = 14$ cm
$ST = 16$ cm ; $MT = 6$ cm
$(AH) \parallel (MT)$

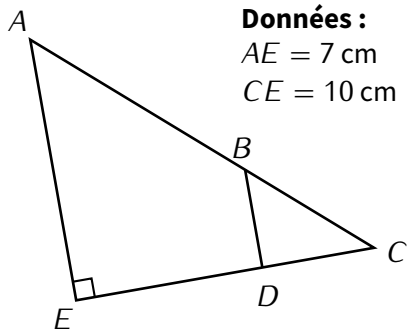


Calcule SH et AH (arrondis si besoin au dixième de cm).

Solution : α) $UG = 3$ cm. β) $CK = 3,75$ cm et $KU = 14,4 - 6 = 8,4$ cm. γ) $SH \approx 9,1$ cm et $AH \approx 3,4$ cm

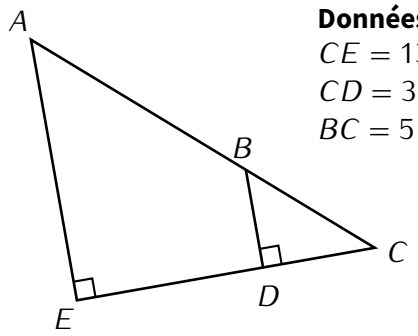
■ **Exercice 2 :** Dans chaque cas, utilise le théorème de Pythagore **ou** le théorème de Thalès pour calcule l'arrondi au dixième de AC :

α)



Données :
$AE = 7$ cm
$CE = 10$ cm

β)



Données :
$CE = 13$ cm
$CD = 3$ cm
$BC = 5$ cm

Solution : À gauche, on utilise Pythagore dans le triangle ACE rectangle en E : $AC = \sqrt{149} \approx 12,2$ cm.
À droite, on utilise Thalès (ATTENTION : penser à justifier que $(AE) \parallel (BD)$ car ce n'est cette fois-ci **pas** écrit dans l'énoncé !) :
$AC = \dfrac{5 \times 13}{3} \approx 21,7$ cm.

Exercices de base : IV p. 98-99 du cours	Questions Flash : –	À la maison : p. 61 (IP)

II — Montrer que deux droites sont parallèles ou pas

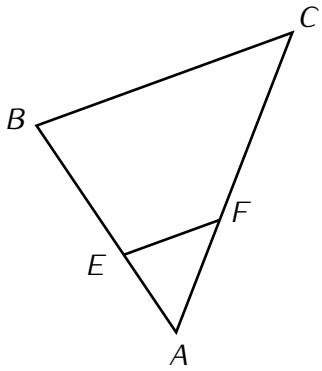
Réciproque du théorème de Thalès

Si une figure vérifie les données suivantes :
- **Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre (notez le point commun A...),**
- **$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$,**

alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exemple :
Sur la figure ci-contre on a $AE = 1,2$ cm, $AB = 4,8$ cm, $AC = 7,2$ cm et $AF = 1,8$ cm.

Montrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.



Réponse et rédaction :

D : • L'égalité à tester est $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} = \dfrac{EF}{BC}$: ← On écrit l'égalité de Thalès (et on barre le quotient avec les droites "parallèles"...)

$\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1,2}{4,8} = \dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{1,8}{7,2} = \dfrac{1}{4}$. On calcule les deux rapports de l'égalité ci-dessus, **séparément**, en remplaçant avec les valeurs et en simplifiant avec la calculatrice

Donc l'égalité est **vraie**.

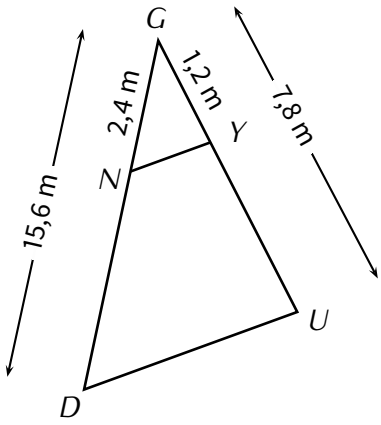
• De plus, les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre. ⟩ Le D contient 2 points : l'égalité et "l'alignement dans le même ordre"

P : Donc d'après la **réciproque** du théorème de Thalès,

C : Les droites (EF) et (BC) **sont parallèles**.

■ Exercice 3 :

Sur la figure ci-contre, démontrer que les droites (DU) et (NY) sont parallèles.



Solution :

D : • L'égalité à tester est $\frac{GN}{GD} = \frac{GY}{GU} = \frac{\cancel{NY}}{\cancel{DU}}$:

$$\frac{GN}{GD} = \frac{2,4}{15,6} = \frac{2}{13} \quad \text{et} \quad \frac{GY}{GU} = \frac{1,2}{7,8} = \frac{2}{13}.$$

L'égalité est donc vraie.

• Les points U, G, N et D, G, Y sont alignés dans le même ordre.

P : D'après la réciproque du théorème de Thalès,

C : Les droites (DU) et (NY) sont parallèles.

Remarque

Comme pour le théorème de Pythagore, il arrivera forcément que les deux résultats ne soient pas identiques (c'est d'ailleurs bien *à cause* de ça qu'on doit aussi calculer séparément), on écrira alors "contraposée" au lieu de "réciproque" pour en déduire que les droites ne seront *pas* parallèles.

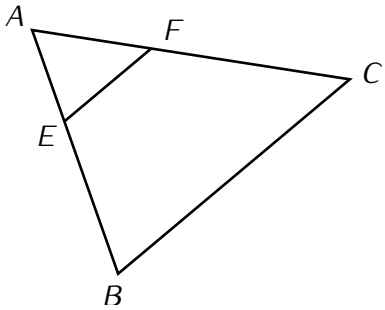
C'est toujours vrai : la contraposée correspond à la forme négative de la réciproque !

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	1, 2 p. 62 (IP)

■ Exercice 4 :

Sur la figure ci-contre on a :

- $AB = 1,4$ cm
- $AE = 0,4$ cm
- $AC = 2,5$ cm
- $AF = 0,5$ cm



Les droites (EF) et (BC) sont-elles parallèles ?

Solution :

D : • L'égalité à tester est $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{\cancel{EF}}{\cancel{BC}}$:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{0,4}{1,4} = \frac{2}{7} \quad \text{et} \quad \frac{AF}{AC} = \frac{0,5}{2,5} = \frac{1}{5}.$$

Dans le D, la seule différence avec le paragraphe II est l'égalité non vérifiée !

L'égalité est donc **fausse**.

• Les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre.

P : D'après la **contraposée** du théorème de Thalès, ← C'est la contraposée qu'on utilise ici

C : Les droites (EF) et (BC) **ne sont pas** parallèles.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	3, 4 p. 62 (IP) + 2, 4 p. 63 (IP)

III – Agrandissements & réductions

Une configuration de Thalès n'est pas juste un triangle avec un segment parallèle à un côté à l'intérieur, mais vraiment deux triangles : un petit et un grand, emboîtés l'un dans l'autre. Puisqu'ils ont la même forme, on pourrait même dire que l'un est un agrandissement de l'autre, et les quotients égaux de l'égalité de Thalès permettent de passer de l'un à l'autre.
Dans ce paragraphe, on va généraliser cela à d'autres figures.

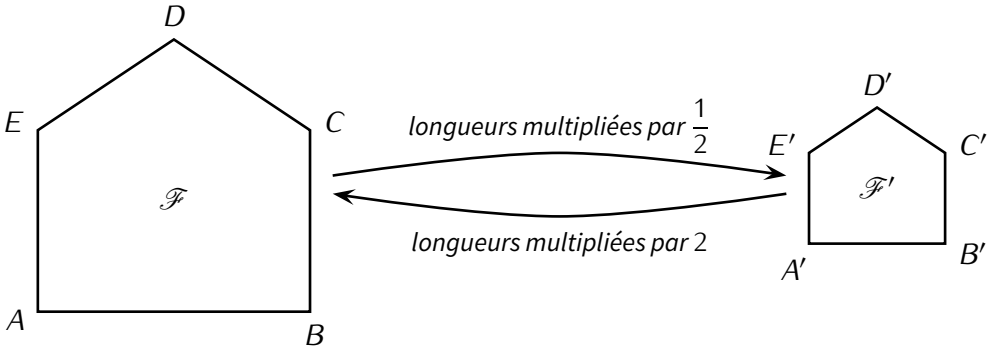
Définitions

Quand on multiplie par un nombre k strictement positif les longueurs des côtés d'une figure $\mathscr{F}$ pour obtenir les longueurs des côtés d'une figure $\mathscr{F}'$, on dit que :

- **$\mathscr{F}'$ est un agrandissement de $\mathscr{F}$ si $k > 1$;**
- **$\mathscr{F}'$ est une réduction de $\mathscr{F}$ si $k < 1$.**

Le nombre k est appelé le rapport d'agrandissement / de réduction ou le cœfficient d'agrandissement / de réduction.

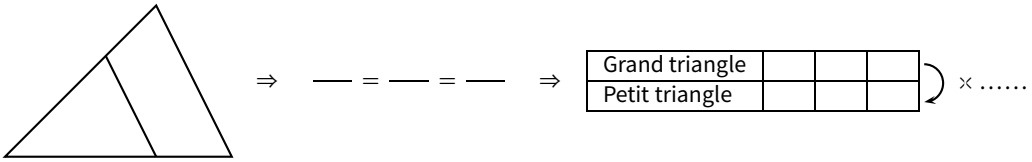
Exemple :



On peut dire que $ABCDE$ est un agrandissement de $A'B'C'D'E'$ de rapport 2 ou alors que $A'B'C'D'E'$ est une réduction de $ABCDE$ de rapport $\frac{1}{2}$.

Remarque

Dans la configuration de Thalès, puisque les trois quotients sont égaux et qu'on a l'habitude de mettre les côtés du petit triangle aux numérateurs, on aura un quotient inférieur à un, donc un cœfficient de réduction : en multipliant un côté du grand triangle par ce cœfficient, on obtiendra la longueur du côté qui lui correspond dans le petit triangle :

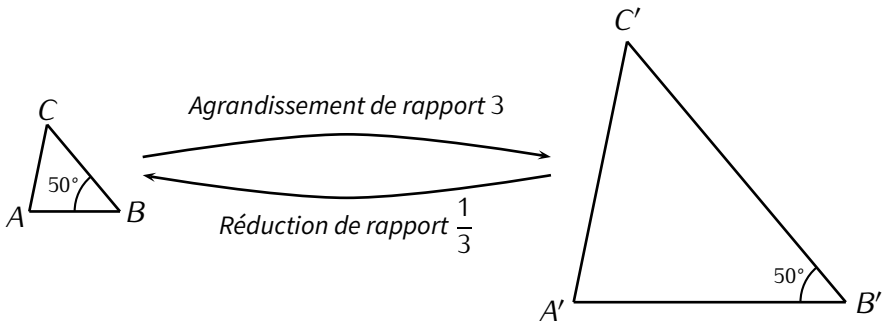


Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	1, 2 p. 64 (IP)

Propriété

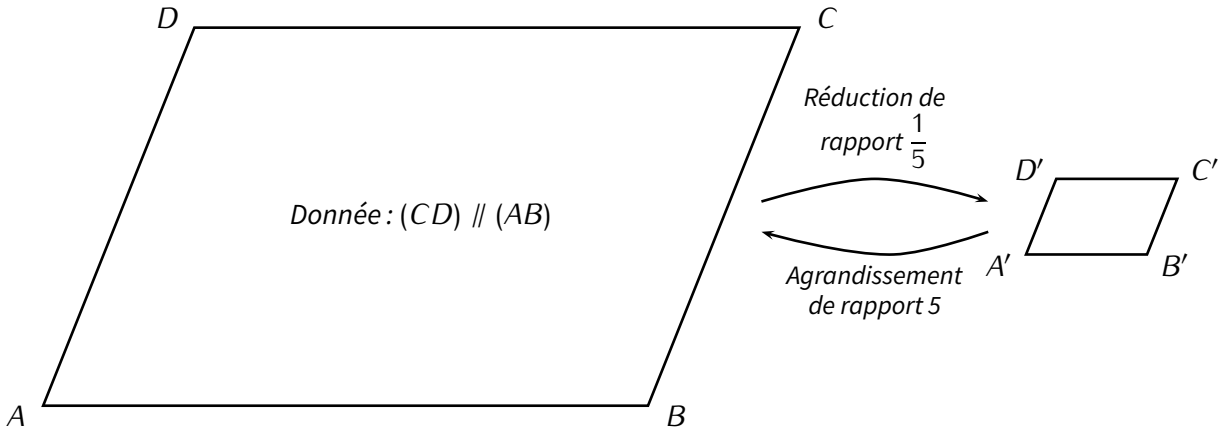
Un agrandissement (ou une réduction) conserve la mesure des angles ainsi que le parallélisme (la figure image aura donc exactement la même forme, c'est juste qu'elle sera plus grande ou plus petite).

Exemple 1 :



$A'B'C'$ est un agrandissement de ABC de rapport 3, donc $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 50°$.

Exemple 2 :

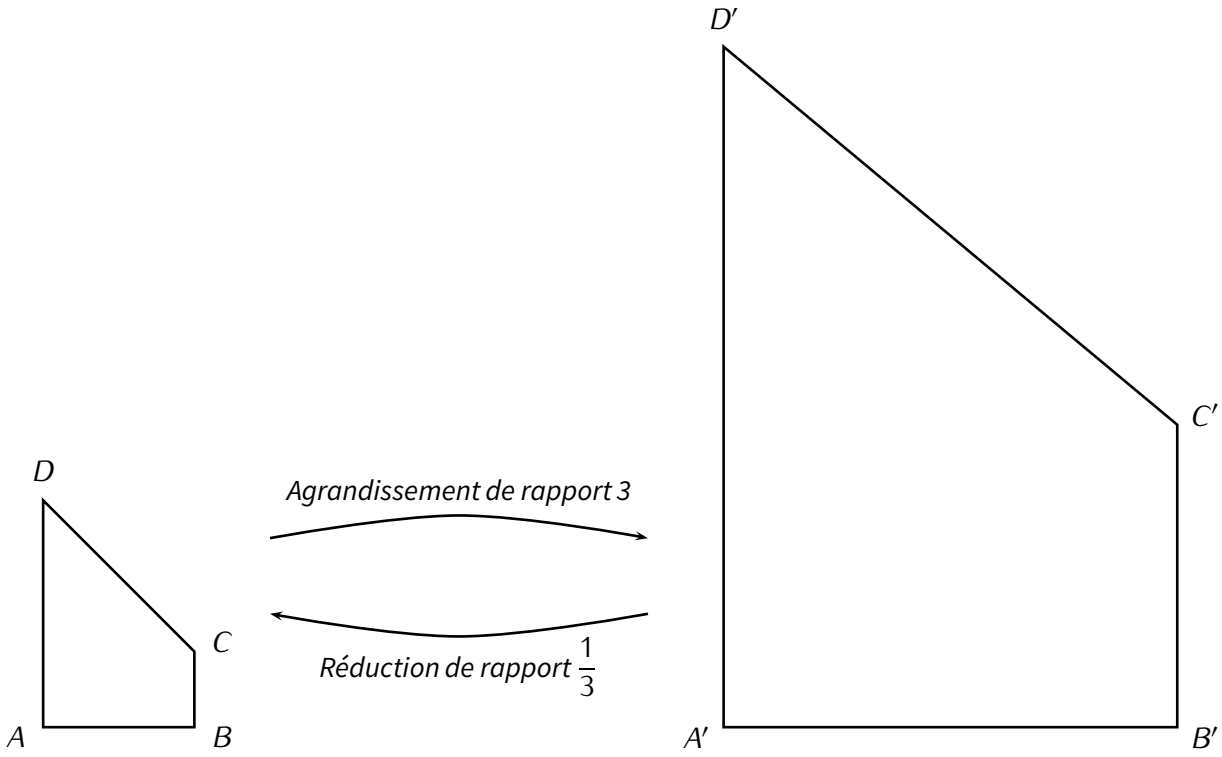


A′B′C′D′ est une réduction de rapport $\frac{1}{5}$*, donc* $(C'D') \parallel (A'B')$.

Propriété

Si on agrandit (ou réduit) les longueurs d'une figure ou d'un solide en les multipliant par k, alors :
- **l'aire de la figure est multipliée par k^2,**
- **le volume du solide est multiplié par k^3.**

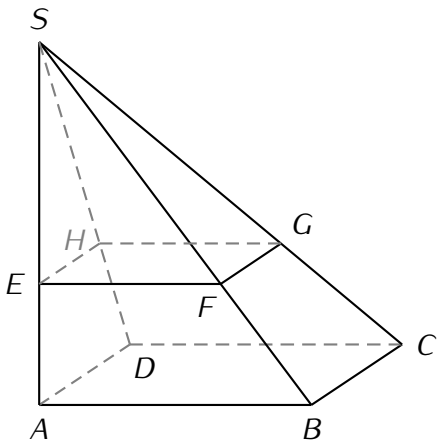
Exemple 1 :



Donnée : l'aire de ABCD est de $5\ cm^2$

A′B′C′D′ est un agrandissement de ABCD de rapport 3, donc $\mathscr{A}_{A'B'C'D'} = 3^2 \times \mathscr{A}_{ABCD} = 9 \times 5 = 45\ cm^2$.

■ **Exercice 5 (Brevet - Nord - 2006) :**



Sur la figure ci-contre, $SABCD$ est une pyramide à base carrée de hauteur $[SA]$ telle que $AB = 9$ cm et $SA = 12$ cm.

Le triangle SAB est rectangle en A.

$EFGH$ est la section de la pyramide $SABCD$ par le plan parallèle à la base et telle que $SE = 3$ cm (couper par un plan parallèle à la base signifie que les bases des deux pyramides sont parallèles).

1. (a) Calculer EF.
   (b) Calculer SB.
2. On admet que le volume de la pyramide $SABCD$ est 324 cm³ (pour savoir comment on l'a calculé, voir chapitre "Volumes & repérage dans l'espace" page 52).
   (a) Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide $SABCD$ à la pyramide SEFGH.
   (b) En déduire le volume de $SEFGH$. On donnera une valeur arrondie à l'unité.

Solution :

1. (a) La face avant SAB constitue une configuration de Thalès, on peut donc appliquer le théorème :
   D : Les droites (AE) et (FB) sont sécantes en S, et $(EF) \parallel (AB)$.
   P : Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
   C : $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SB} = \dfrac{EF}{AB}$
   $\dfrac{3}{12} = \dfrac{SF}{SB} = \dfrac{EF}{9}$
   $EF = \dfrac{3 \times 9}{12} = 2,25$ cm.

   Remarque : Notons que c'est ici qu'on obtient le cœfficient de réduction de la grande vers la petite pyramide : $\frac{3}{12} = \frac{2,25}{9}$ et qui vaut donc (à la calculatrice) $\frac{1}{4} = 0,25$.

   (b) On se place dans le triangle rectangle SAB dans lequel on connaît deux longueurs. On peut donc utiliser le théorème de Pythagore :
   D : Le triangle SAB est rectangle en A (attention à justifier : car $[SA]$ est la hauteur de la pyramide, donc $[SA]$ est perpendiculaire à la base, donc aussi à $[AB]$).
   P : Donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
   C : $SB^2 = SA^2 + AB^2$
   $SB^2 = 12^2 + 9^2$
   $SB^2 = 225$
   $SB = \sqrt{225} = 15$ cm.
2. La formule du volume est $\mathscr{V}_{\text{solide à pointe}} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{\text{base}} \times h = \frac{1}{3} \times (9 \times 9) \times 12 = 324$ cm³.
   (a) Ce cœfficient a déjà été calculé : il suffit de prendre une longueur dans la grande pyramide (SA) et de la diviser par sa longueur correspondante dans la petite pyramide (SE), on trouve $k = \frac{1}{4} = 0,25$.
   (b) Les volumes sont multipliés par k^3, donc :
   $$\mathscr{V}_{SEFGH} = k^3 \times \mathscr{V}_{SABCD} = (0,25)^3 \times 324 = 5,062\,5 \text{ cm}^3.$$
   Remarque : Puisqu'on a calculé EF, on aurait pu passer par la formule directe : $\mathscr{V}_{SEFGH} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{\text{base}} \times h = \frac{1}{3} \times (2,25 \times 2,25) \times 3 = 5,062\,5$ cm³.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	3, 4, 5 p. 64 (IP)

Chapitre 11

Proportionnalité (partie 2)

I — Pourcentages

Un pourCENTage représente une proportion, mais rapportée sur un total de 100. Cette spécificité fait qu'ils sont très utilisés en statistiques pour comparer des données entre elles : élections, soldes, évolution des gens se rendant dans des parcs lors du confinement historique de 2020, …

Tout problème ou question utilisant les pourcentages contient nécessairement de la proportionnalité, et peut donc se résoudre grâce à un tableau de proportionnalité.

Propriété (« pourcentage d'une quantité »)

L'expression française « p% de x » se traduit mathématiquement par un tableau de proportionnalité ou par le calcul $\frac{p}{100} \times x$. Par exemple, pour calculer 18% de 250, on procède de la manière suivante :

Nombre	18	?
Total	100	250

$$\frac{18 \times 250}{100} = \frac{4\,500}{100} = 45 \quad \text{ou} \quad \frac{18}{100} \times 250 = 45.$$

18% de 250 représentent donc 45.

Exemple : Au collège, 360 contrôles ont été fait l'année dernière. Un quart des contrôles concernait les maths, 30% le français et 10% l'histoire-géographie. Dans chaque cas, calcule le nombre de contrôles donnés dans chaque matière.

Pour les maths, il s'agit de calculer « 25% (un quart) de 360 ». On fait donc un tableau de proportionnalité :

Nombre	*25*	*?*
Total	*100*	*360*

$$\frac{25 \times 360}{100} = \frac{9\,000}{100} = 90.$$

On en déduit que 90 contrôles ont été donnés en mathématiques l'année dernière.

■ **Exercice 1 :** Calcule le nombre de contrôles qui ont été donnés en français puis en histoire-géographie en reprenant l'exemple précédent.

Solution : Français : $\frac{30}{100} \times 250 = 75$ contrôles ; histoire-géoégraphie : $\frac{10}{100} \times 250 = 25$ contrôles.

Propriété

Pour déterminer un pourcentage à partir d'une proportion, on passe toujours par un tableau de proportionnalité, mais comme on cherche le pourCENTage, c'est le nombre au-dessus du 100 qui reste vide. Par exemple, dans un collège de 585 élèves, 234 font de l'allemand ; quel pourcentage d'élèves font de l'allemand ?

Allemand	?	234
Total	100	585

$$\frac{234 \times 100}{585} = \frac{23\,400}{585} = 40.$$

Il y a donc 40% des élèves de ce collège qui font de l'allemand.

Exemple (RÉSOLU) *: Dans une classe de 25 élèves, 19 ont un téléphone portable. Calcule le pourcentage d'élèves ayant un téléphone portable.*

Solution :

1. Puisqu'on cherche un pourcentage, on met le 100 dans la ligne "total", et on laisse la case au-dessus vide :

Nombres d'élèves ayant un portable		
Nombre total d'élèves	100	

2. On complète le tableau en rajoutant les données (19 élèves sur 25 ont un téléphone portable) :

Nombres d'élèves ayant un portable		19
Nombre total d'élèves	100	25

3. On calcule grâce à un produit en croix : $\frac{19 \times 100}{25} = \frac{1900}{25} = 76$.
4. Conclusion (phrase en français car le problème est énoncé en français) : 76% des élèves possèdent un téléphone portable.

Voici maintenant toute une série de petits problèmes à résoudre dans ton cahier d'exercice :

■ **EXERCICE 2 :**

α) Yasmine veut acheter un sweat-shirt qui coûte 48 €. Le vendeur lui fait une remise de 14,40 €.
À quel pourcentage du prix initial correspond cette remise ?

β) Parmi les 160 élèves d'un collège, 104 sont externes.
Calculer le pourcentage d'élèves externes de ce collège.

γ) Le prix d'une paire de lunettes de soleil est augmenté de 3,20 €. Son prix initial était de 40 €.
À quel pourcentage du prix initial correspond cette augmentation ?

δ) Un collège compte 760 élèves dont 266 demi-pensionnaires.
Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans ce collège ?

ε) Un jean coûtant 22,60 € est soldé avec une remise de 5,65 €.
(a) À quel pourcentage du prix initial correspond cette remise ?
(b) Quel est le nouveau prix du jean ?

ζ) (a) Le corps d'une personne pesant 60 kg contient 36 kg d'eau. Quel est le pourcentage d'eau dans son corps ?
(b) Le corps d'une personne de 75 kg contient 65 % d'eau. Quelle est sa masse d'eau (arrondie à l'unité) ?

η) Un pull coûtant 33,50 € est soldé ; son nouveau prix est 26,80 €.
(a) Calculer le montant de la remise.
(b) À quel pourcentage du prix initial correspond cette remise ?

Solution :

α) La remise était de 36 %.
β) 65 % des élèves sont externes.
γ) L'augmentation est de 8 %.
δ) Il y a 35 % de demi-pensionnaires.
ε) (a) La remise est de 25 %.
(b) Le jean coûte maintenant 16,95 €.
ζ) (a) Cette personne a 60 % d'eau dans son corps.
(b) Sa masse d'eau est d'environ 49 kg.
η) (a) La remise est de 6,70 €(attention à bien mettre 2 chiffres après la virgule !).
(b) La remise correspond donc à 20 %.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	23, 24 p. 127	10, 11 p. 125 + 25, 26, 27 p. 127 + 28 p. 129 (algo)

II — Vitesse moyenne

Définition

La vitesse moyenne correspond au quotient $\frac{\text{distance pacourue}}{\text{temps du parcours}}$. Elle s'exprime généralement en km/h ou m/s (un véhicule qui fait 50 km en 1 h aura une vitesse moyenne de 50 km/h).

On note généralement : $V = \frac{D}{T}$.

Méthode (déterminer une vitesse moyenne)

En vélo, Richard a parcouru 52 km en 2 h 30 min. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

1. **On utilise un tableau de proportionnalité :**

résultat correspondant à la vitesse en km/h

on écrit les données de l'énoncé en convertissant si besoin

quand on veut le résultat en km/h, on exprime la distance en km, on exprime la durée en min !

Distance (en km)	52	
Durée (en min)	150	60

2 h 30 correspondent à 150 min : 2 ; 3 ; 0 ; 0 ; = → 70 min

km/h signifie que la durée est de 1 h = 60 min

2. **On calcule la valeur manquante avec un produit en croix :**

$$\frac{52 \times 60}{150} = \frac{3120}{150} = 20,8.$$

3. **Conclusion : Richard a roulé à une vitesse moyenne de 20,8 km/h.**

Remarque

On notera qu'on a mis ici la durée en minutes dans le tableau. De manière générale, lorsqu'un temps est donné (ici en heures et minutes), on choisit souvent l'unité *la plus petite* afin d'éviter au maximum les nombres à virgule…

Est-il plus facile de convertir par exemple 1 h 10 min en heure ou en minutes ?

Exemples :

Laurent a fait un trajet en voiture de 73 km en 1 h 10 min. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième ?

Distance (en km)	*73*	*?*
Durée (en min)	*70*	*60*

Calcul : $\frac{73 \times 60}{70} = 54.$

Conclusion : Il a roulé en moyenne à 54 km/h.

Karima s'est promenée pendant 40 minutes sur 9 km. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

Distance (en km)	*9*	*?*
Durée (en min)	*40*	*60*

Calcul : $\frac{9 \times 60}{40} = 13,5.$

Conclusion : Elle a couru à environ $13,5$ *km/h durant sa promenade.*

■ Exercice 3 :

1. Un cheval a parcouru 3 km en 6 minutes. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?
2. Lors d'un marathon, Samuel a parcouru les 42,195 km en 2h45.
   Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h (arrondie au dixième) ?

Solution : 1. 30 km/h (il suffisait de multiplier par 10 !) 2. ≈ 15,3 km/h.

Méthode (déterminer D ou T à partir de V)

Un véhicule a roulé à la vitesse moyenne de 66 km/h pendant 1 h 10 min. Quelle distance a-t-il parcouru ?

1. **On utilise un tableau de proportionnalité :**

on écrit les données de l'énoncé en convertissant si besoin

quand on veut le résultat en km/h, on exprime la distance en km, on exprime la durée en minutes !

Distance (en km)	66	
Durée (en min)	60	70

66 km/h signifie 66 km en 1 h et 1 h = 60 min

on cherche pour une durée de 1 h 10 : 1 , 1 0 , 0 = → 70 min

2. **On calcule la valeur manquante :**

$$\frac{66 \times 70}{60} = \frac{4620}{60} = 77.$$

3. **Conclusion : ce véhicule a parcouru 77 km.**

Exemples :

Le guépard est l'un des animaux les plus rapides. Si un guépard a une vitesse moyenne de 100 km/h, quelle distance (arrondie au dixième) parcourt-il en 35 minutes ?

Distance (en km)	*100*	*?*
Durée (en min)	*60*	*35*

Calcul : $\frac{100 \times 35}{60} = \frac{175}{3} \approx 58,3.$

Conclusion : Le guépard parcourt donc environ 58,3 km en 35 minutes.

Un train roule à 280 km/h de moyenne sur une distance de 500 km. Combien de temps va durer ce trajet (on arrondira les minutes à l'unité, puis on donnera la réponse en h et min) ?

Distance (en km)	*280*	*500*
Durée (en min)	*60*	*?*

Calcul : $\frac{500 \times 60}{280} = \frac{750}{7} \approx 107.$

Conclusion : Ce trajet de 500 km va donc durer environ 107 minutes, soit environ 1 h 47 min (à la calculatrice : 0 , 1 0 7 , 0 = *)*

■ **Exercice 4 :** Une voiture roule à 80 km/h.

1. Quelle distance va-t-elle parcourir si son trajet dure 2 h 25 min (arrondie au km près) ?
2. Combien va-t-elle mettre de temps pour parcourir 76 km ?

Solution :

1. Elle fera environ 193 km en 2 h 25 min.
2. Elle mettra environ 57 min pour faire 76 km.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	4, 7 p. 139 + 17, 18, 19, 21, 23, 24, 25 p. 142 + 35, 41, 44 p. 146-147 (pb)

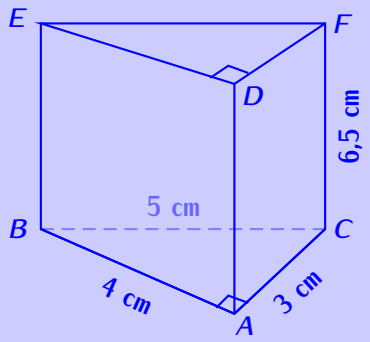
Chapitre 12

Volumes & repérage dans l'espace

I — Calculs de volumes

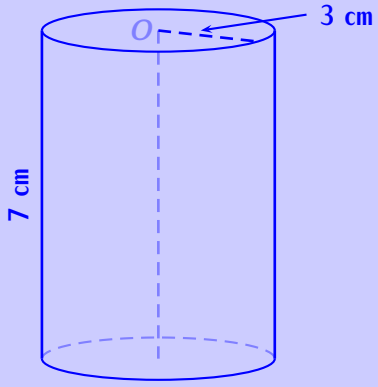
RAPPEL : calculer le volume d'un prisme ou d'un cylindre

Pour calculer le volume d'un prisme ou d'un cylindre, on utilise la formule : $\mathscr{V} = (\mathscr{A}_{\text{base}}) \times h$, où $\mathscr{A}_{\text{base}}$ est l'aire de la base et h la longueur de la hauteur :



$ABCDEF$ est un prisme tel que :
- ABC est triangle rectangle en A.
- $AB = 4$ cm ; $BC = 5$ cm et $AC = 3$ cm.
- $AD = 6,5$ cm.

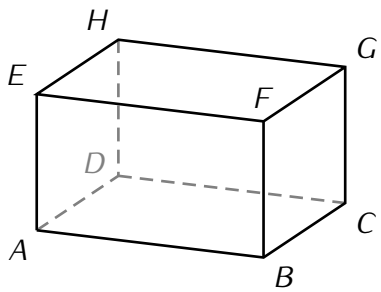
$$\mathscr{V}_{ABCDEF} = \underbrace{\left(\frac{3 \times 4}{2}\right)}_{\text{aire de la base}} \times \underbrace{6,5}_{\text{hauteur}}$$
$$= 6 \times 6,5$$
$$= 39 \text{ cm}^3.$$



$$\mathscr{V}_{\text{cylindre}} = \underbrace{\left(\pi \times 3^2\right)}_{\text{aire de la base}} \times \underbrace{7}_{\text{hauteur}}$$
$$= 9\pi \times 7$$
$$= 63\pi$$
$$\approx 198 \text{ cm}^3.$$

On raisonne avec la valeur exacte, on arrondit à la fin

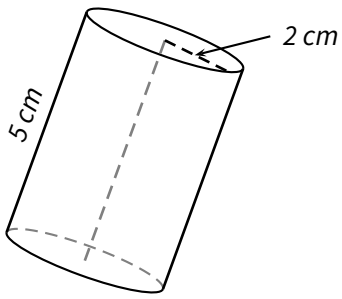
Exemples : Voici deux exemples rédigés :



$ABCDEFGH$ est un pavé tel que :
$AB = 5$ cm ; $BC = 2$ cm et $GC = 3$ cm.

Calcul du volume de ce pavé droit :

$$\mathscr{V}_{ABCDEFGH} = (5 \times 2) \times 3 = 10 \times 3 = 30 \text{ cm}^3.$$

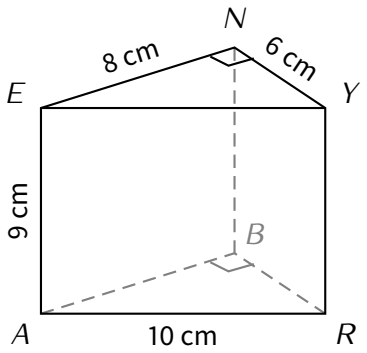


Calcul du volume de ce cylindre (arrondi au cm³ près) :

$$\mathscr{V}_{\text{cylindre}} = (\pi \times 2^2) \times 5 = 4\pi \times 5 = 20\pi \approx 68 \text{ cm}^3.$$

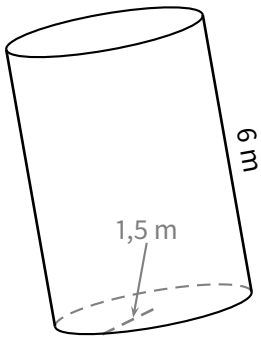
■ **Exercice 1 :** Calcule le volume de chacun des solides suivants, arrondi si nécessaire au m³ :

a)

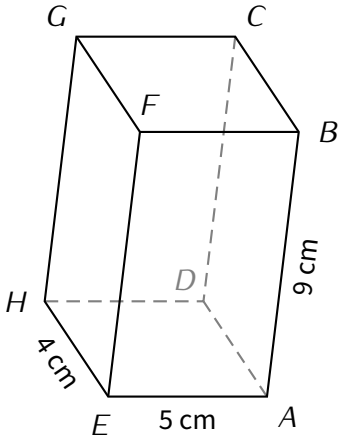


$BARNEY$ est un prisme droit à base triangulaire.

b)



c)



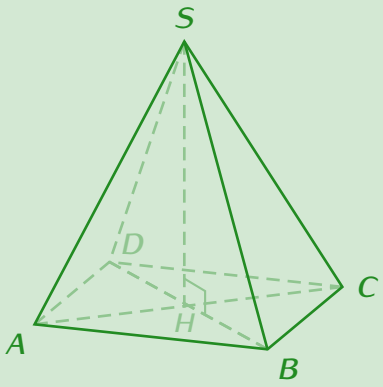
$HEADGFBC$ est un pavé droit.

Solution : $\mathscr{V}_{BARNEY} = \left(\frac{8 \times 6}{2}\right) \times 9 = 216$ cm³ ; $\mathscr{V}_{\text{cylindre}} = (\pi \times 1,5^2) \times 6 = \frac{27}{2}\pi \approx 42$ cm³ ; $\mathscr{V}_{ABCDEFGH} = (4 \times 5) \times 9 = 180$ cm³.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	46 p. 267 (pb)

Méthode (Calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône)

Pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône, on utilise la formule $\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times (\mathscr{A}_{\text{base}}) \times h$, où $\mathscr{A}_{\text{base}}$ est l'aire de la base et h la longueur de la hauteur.



$SABCD$ est une pyramide à base rectangulaire $ABCD$ telle que :

- $AB = 6$ **cm et** $BC = 2,5$ **cm**
- $SH = 7$ **cm.**

Aire de la base :

$$\mathscr{A}_{ABCD} = 6 \times 2,5$$
$$\mathscr{A}_{ABCD} = 15 \text{ cm}^2$$

Volume de $SABCD$:

$$\mathscr{V}_{SABCD} = \frac{1}{3} \times 15 \times 7$$
$$\mathscr{V}_{ABCDEF} = 35 \text{ cm}^3.$$

aire de la base

hauteur

Aire de la base :

$$\mathscr{A}_{\text{base}} = \pi \times 2 \times 2$$
$$\mathscr{A}_{\text{base}} = 4\pi \text{ m}^2$$

on garde la valeur exacte !

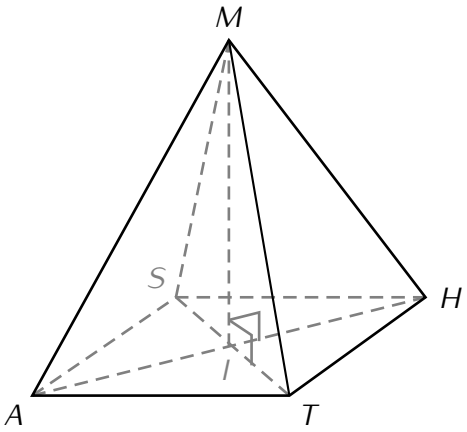
Volume de cône :

$$\mathscr{V}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times 4\pi \times 8$$
$$\mathscr{V}_{\text{cône}} = \frac{32}{3}\pi \text{ m}^3$$
$$\mathscr{V}_{\text{cône}} \approx 33,5 \text{ m}^3.$$

aire de la base

hauteur

Exemples : Voici deux exmples rédigés :



MATHS est une pyramide à base carrée ATHS telle que AT = 5 cm et MI = 6 cm.

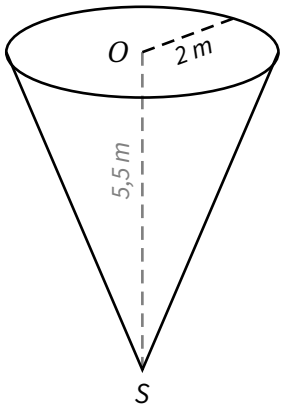
Calcul du volume :

Aire de la base :

$$\mathscr{A}_{ATHS} = 5^2 = 25\,cm^2.$$

Volume de MATHS :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{MATHS} &= \frac{1}{3} \times 25 \times 6\\ \mathscr{V}_{MATHS} &= 50\,cm^3.\end{aligned}$$



Calcul du volume au m^3 près :

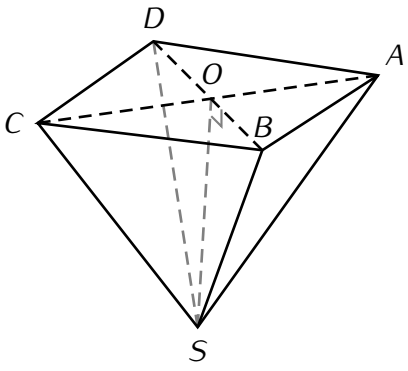
Aire de la base :

$$\mathscr{A}_{base} = \pi \times 2^2 = 4\pi\,cm^2.$$

Volume de ce cône :

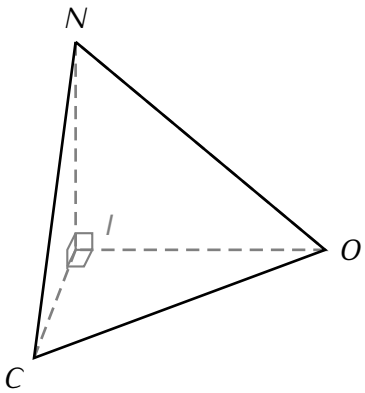
$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{cône} &= \frac{1}{3} \times 4\pi \times 8\\ \mathscr{V}_{cône} &= \frac{32}{3}\pi\,m^3\\ \mathscr{V}_{cône} &\approx 34\,m^3.\end{aligned}$$

■ **Exercice 2 :** Calcule le volume de chacun des solides suivants :



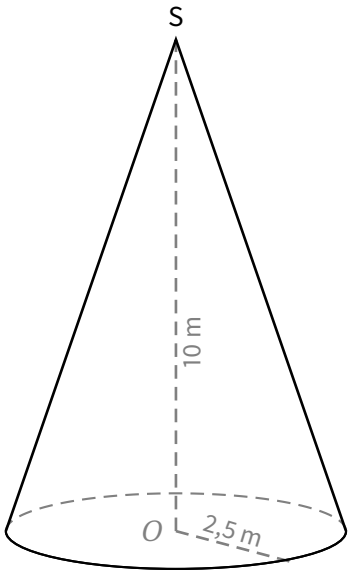
$ABCD$ est un rectangle tel que $CD = 4$ cm et $AD = 7$ cm.

La hauteur de la pyramide $[SO]$ mesure 6 cm.



$NICO$ est une pyramide à base triangulaire telle que :

- $IC = 3,3$ m ; $CO = 6,5$ m.
- $OI = 5,6$ m ; $NI = 5$ m.



Arrondis au m^3.

Solution : $\mathscr{V}_{SABCD} = \frac{1}{3} \times (7 \times 4) \times 6 = 56$ cm^3 ; $\mathscr{V}_{NICO} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{3,3 \times 6,5}{2}\right) \times 5 = 18,875$ m^3 ; $\mathscr{V}_{cône} = \frac{1}{3} \times (\pi \times 2,5^2) \times 10 = \frac{125}{6}\pi \approx 65$ m^3.

Exercices de base : V p. 100-101 du cours	Questions Flash : –	À la maison : 17 p. 262

II — Repérage dans l'espace

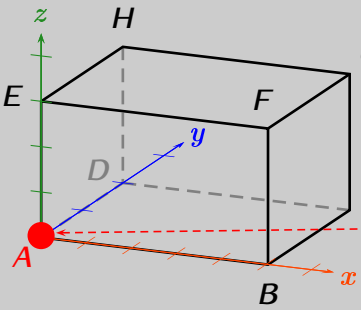
Nous avons déjà vu (surtout rappelé) le repérage dans le plan au chapitre "Les nombres relatifs" page 11. Cette notion va maintenant être généralisée à l'espace.

Puisque le plan est en 2D, deux nombres suffisaient dans les coordonnées (donc 2 axes : abscisses et ordonnées). Pour l'espace en 3D, il nous faudra donc 3 nombres et donc 3 axes : abscisses, ordonnées, altitude (ou cote).

Définitions

É partir d'un pavé droit, pour définir un repère de l'espace, on choisit un sommet du pavé (par exemple A) comme origine du repère, et les 3 arêtes qui partent de ce sommet seront les 3 axes à utiliser :

- **les deux arêtes de la base formeront l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées ;**
- **l'arête latérale (= qui monte) formera l'axe des cotes ou l'axe des altitudes.**



Axes des :
— abscisses,
— ordonnées,
— cotes.

origine

On a repris le pavé droit du début de chapitre, avec les mêmes dimensions : $AB = 5$ cm, $AD = 2$ cm et $AE = 3$ cm.

Propriété

Tout point M de l'espace est repéré par son abscisse x, son ordonnée y et sa cote (ou altitude) z, qui forment ses coordonnées. On écrit mathématiquement $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$.

Inversement, donner trois nombres $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ revient à donner un point M de l'espace dont les coordonnées sont ces trois nombres dans l'ordre donné.

Remarque

Comme à l'époque du repérage dans le plan, l'ordre des nombres aura de l'importance : en effet, les points de coordonnées (2 ; 3) et (3 ; 2) n'étaient pas au même endroit. Ce sera pareil pour le repérage dans l'espace.

Exemple : Dans le repère du pavé ci-dessus, on peut dire que $A(0\ ;0\ ;0)$, $B(5\ ;0\ ;0)$, $C(5\ ;\ 2\ ;\ 0)$ *et* $E(0\ ;0\ ;3)$.

■ **Exercice 3 :** Détermine les coordonnées des quatre autres points de ce pavé.

Solution : $D(0\ ;2\ ;0)$, $F(5\ ;0\ ;3)$, $G(5\ ;2\ ;3)$ et $H(0\ ;2\ ;3)$.

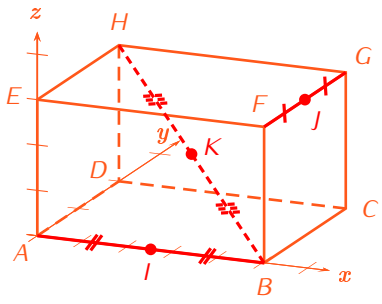
■ **Exercice 4 (plus dur...) :** Détermine les coordonnées des points I, J et K, milieux respectifs des segments $[AB]$, $[FG]$ et $[BH]$.

Solution : Une nouvelle figure s'impose :

Pour I, pas de souci : $I(2,5\ ;0\ ;0)$.

Pour J, ça passe encore, car quand on le projette sur le plan de la base $(ABCD)$, on tombe sur le milieu de $[BC]$ qui a pour coordonnées $(5\ ;1\ ;0)$. C'est juste l'altitude qui change pour J : $J(5\ ;1\ ;3)$.

Pour K, c'est plus dur car il faut déjà bien voir qu'il est pile au centre du pavé droit. Ses coordonnées sont donc la moitié des dimensions de ce pavé, c'est-à-dire $K(2,5\ ;1\ ;1,5)$.

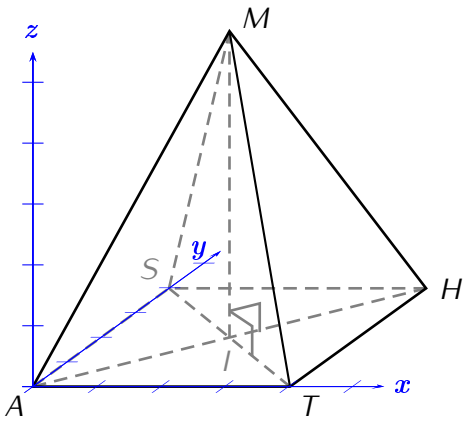


Remarque

On voit dans cet exercice l'importance de séparer les coordonnées par des points-virgules : certaines des coordonnées comportent en effet déjà des virgules !

■ Exercice 5 :

Sur la figure ci-contre, dont le repère est gradué tous les centimètres, détermine les coordonnées des sommets de la pyramide $MATHS$ (à base carrée de côté 4 cm, et de hauteur 5 cm) ainsi que celles du point I :



Solution : Base : $A(0\ ;0\ ;0)$, $T(4\ ;0\ ;0)$, $H(4\ ;4\ ;0)$ et $S(0\ ;4\ ;0)$.
Centre de la base : $I(2\ ;2\ ;0)$.
Sommet de la pyramide : $S(2\ ;2\ ;5)$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	21 p. 262	5 p. 259 + 22 p. 262 + 23, 24 p. 264

Chapitre 13

Puissances

I – Puissances

Nous avons déjà vu l'année dernière que pour tout nombre x, on note $x^2 = x \times x$ et $x^3 = x \times x \times x$ (respectivement "x au carré" et "x au cube"), ainsi que les "cas particuliers" $x^0 = 1$ et $x^1 = x$ (pour tout nombre x). Nous allons cette année généraliser cette notation :

Définition et notation

x désigne un nombre relatif quelconque et n un nombre entier positif.
On dit que x est élevé à la puissance ou à l'exposant n lorsque le nombre x est multiplié n fois par lui-même. On note :

$$x^n = \underbrace{x \times x \times \cdots \times x}_{n \text{ fois}}.$$

Exemple :

On peut très bien utiliser la définition pour décomposer sous forme de produit :
$11^2 = 11 \times 11$; $14^3 = 14 \times 14 \times 14$; $5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$; $(-8)^4 = (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8)$, *mais aussi pour réduire l'écriture d'un produit :* $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ *et* $(-7) \times (-7) \times (-7) = (-7)^3$.

Nous travaillerons quand même plus précisément sur les puissances de 10…

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	18, 19, 20 p. 76	3, 6 p. 73 + 21, 22, 23, 25, 26 p. 76 + 46 p. 79 (algo)

II – Puissances de 10

Définition et notation

n désigne un nombre entier positif.
Une puissance de 10 correspond au nombre 10 élevé à la puissance n, donc :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ fois}}.$$

■ **Exercice 1 :** Calcule (en donnant le calcul intermédiaire et le résultat) de 10^3, 10^5, 10^4 et 10^6.

Solution :

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$.
$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$.

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$.
$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$.

Propriété

En analysant l'exercice 1, on se rend compte que : 10^n = "1" suivi de n zéros.

Définition et notation

x désigne un nombre relatif quelconque et n un nombre entier positif.
On dit que x est élevé à la puissance $-n$ lorsqu'il est égal à l'inverse du nombre x^n. On note :

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} = \frac{1}{\underbrace{x \times x \times \cdots \times x}_{n \text{ fois}}}.$$

ATTENTION : ce n'est pas parce qu'il y a un "moins" dans l'exposant que le nombre x^{-n} est forcément négatif...

Propriété

En particulier, pour les puissances de 10, on aura :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\text{"1" suivi de } n \text{ zéros}} = n \text{ zéros devant le "1"},$$

(y compris celui qui est devant la virgule).

Exemples : En se basant sur la propriété, on écrit que :

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$

$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0,000\,1$

$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$

$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\,000\,000} = 0,000\,001$

■ **Exercice 2 :** On peut aussi aller beaucoup plus vite ! Donne le résultat directement (et sans calculatrice) de : 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-7}, 10^{-4}, 10^{-6} et 10^{-13}.

Solution : $10^{-3} = 0,001$; $10^{-5} = 0,000\,01$; $10^{-7} = 0,000\,000\,1$; $10^{-4} = 0,000\,1$; $10^{-6} = 0,000\,001$; $10^{-13} = 0,000\,000\,000\,000\,1$

Grâce aux deux propriétés précédentes, on peut facilement compléter le tableau ci-dessous (les préfixes de nano à giga sont à connaître) :

Préfixe	symbole	Valeur (puissance de 10)	Valeur (nombre)
fento	f	10^{-15}	
pico	p	10^{-12}	
nano	n	10^{-9}	
micro	μ	10^{-6}	
milli	m	10^{-3}	
(aucune)	(unité)	10^{0}	
kilo	k	10^{3}	
méga	M	10^{6}	
giga	G	10^{9}	
tera	T	10^{12}	

Exemples : Ce ne sont que les préfixes, il faut utiliser une unité avec : 1 kg de pommes pèse aussi $= 10^3 = 1\,000$ *g; un disque dur de* 3 *To (téraoctets) contient donc* $3 \times 10^{12} = 3\,000\,000\,000\,000$ *octets; une molécule d'eau mesure environ* $0,1$ *nm* $= 0,1 \times 10^{-9} = 0,000\,000\,01$ *m, ou encore* $0,000\,01$ *mm.*

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	32, 33 p. 77	9 p. 73 + 14 p. 75 + 28, 29, 30, 31 p. 76 + 34, 35, 37, 38, 40 p. 77

III — Écriture scientifique

Définition

L'écriture scientifique d'un nombre est une écriture de la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre relatif dont la partie numérique n'admet qu'un seul chiffre *non nul* avant la virgule (donc de 1 à 9, mais surtout pas 0 !), et n est un nombre entier relatif. *Donc a peut aussi être un nombre négatif !*

Exemples :

- $-4,78 \times 10^3$ *est une écriture scientifique : un seul chiffre avant la virgule (4), et 3 est un nombre entier.*
- $2,159 \times 10^{-5}$ *est une écriture scientifique : un seul chiffre avant la virgule (2), et -5 est un nombre entier.*
- $45,9 \times 10^2$ *n'est pas une écriture scientifique : deux chiffres avant la virgule (45).*
- $0,9 \times 10^5$ *n'est pas une écriture scientifique : on a bien un seul chiffre avant la virgule, mais c'est 0…*
- $2,5 \times 3^{10}$ *n'est pas une écriture scientifique : il n'y a pas de puissance de 10.*

■ **Exercice 3 :** Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont en écriture scientifique :

$8,56 \times 10^4$	$0,56 \times 10^9$	$1,2 \times 5^2$	$7,8 \times 10^{-20}$
$23,5 \times 10^2$	$0,8 \times 3^{-2}$	2×10^3	9×10^{-14}
$-6,023 \times 10^{-27}$	$0,981 \times 10^{-3}$	$9,99 \times 10^{-16}$	$-11,9 \times 10^7$
$10,3 \times 10^{12}$	$-1,02 \times -3^{10}$	$0,999 \times 10^{-4}$	$1,23 \times 10^0$

Solution : Les nombres en écritures scientifiques sont : $8,56 \times 10^4$, $7,8 \times 10^{-20}$ / 2×10^3, 9×10^{-14} / $-6,023 \times 10^{-27}$, $9,99 \times 10^{-16}$ / $1,23 \times 10^0$.

Méthode (déterminer l'écriture scientifique d'un nombre)

Déterminer l'écriture scientifique de $478,5$.

Au brouillon ou dans ma tête :

1. **On écrit les chiffres du nombre sans la virgule : $4\,785$.**
2. **On place la virgule de sorte à n'avoir qu'un seul chiffre avant la virgule : $4{,}785$.**
3. **On compte combien de chiffres il y a entre la virgule de départ et celle du nombre de l'étape précédent (ici 2 chiffres : 78) ce qui nous donne la puissance de 10 : $4,785 \times 10^2$.**
4. **Si la partie numérique du nombre de départ est inférieur à 1, alors il faut mettre un "moins" à l'exposant. Ici on a $478,5 > 1$, donc pas besoin de moins.**

Sur ma feuille :

$$478,5 = 4,78 \times 10^2.$$

■ **Exercice 4 :** Détermine l'écriture scientifique des nombres suivants :

$4\,591,23$; 256 ; $0,000\,6$; $-23,5$; $-0,458$; $0,07$; $0,002\,9$; $-80\,561$; $89\,147$.

Solution :

$4\,591,23 = 4,591\,23 \times 10^3$
$256 = 2,56 \times 10^2$
$0,000\,6 = 6 \times 10^{-4}$

$-23,5 = -2,35 \times 10^1$
$-0,458 = -4,58 \times 10^{-1}$
$0,07 = 7 \times 10^{-2}$

$0,002\,9 = 2,9 \times 10^{-3}$
$-80\,561 = -8,056\,1 \times 10^{-4}$
$89\,147 = 8,914\,7 \times 10^4$

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	41, 42 p. 77	17 p. 75 + 43, 44, 45 p. 77 + 50, 57 p. 80 (pb) + 67 p. 82 (pb)

IV – Pour aller plus loin...

Propriétés

Soient m et n deux nombres entiers (= sans virgule apparente) relatifs (= positifs comme négatifs) quelconques. Alors

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n} \quad ; \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} \quad ; \quad (10^m)^n = 10^{m\times n}.$$

■ **Exercice 5 (application) :** Exprime sous forme d'une seule puissance de 10 les nombres suivants :

$$A = 10^5 \times 10^2 \qquad B = \frac{10^{12}}{10^5} \qquad C = (10^5)^{-3}$$
$$D = \frac{10^4}{10^{-7}} \qquad E = (10^{11})^2 \qquad F = 10^{-7} \times 10^{-9}$$
$$G = (10^{-4})^{-5} \qquad H = 10^{-11} \times 10^3 \qquad I = \frac{10^{-2}}{10^{-1}}$$

Solution : $A = B = 10^7$; $C = 10^{-15}$; $D = 10^{11}$ (et non 10^{-3}) ; $E = 10^{22}$; $F = 10^{-16}$; $G = 10^{20}$; $H = 10^{-8}$ (et non 10^{-14} !) et $I = 10^{-1}$ (et non 10^{-3}).

■ **Exercice 6 (avec formules) :** Écris sous forme d'une seule puissance de 10 les nombres suivants :

$$J = \frac{10^4 \times 10^3}{10^2} \qquad K = \frac{10^4 \times 10^{11}}{10^{-3}} \qquad L = \frac{10^5 \times 10^{-7}}{10^2} \qquad M = \frac{10^5}{10^7 \times 10^4}$$
$$N = \frac{(10^2)^5}{10^{-4}} \qquad O = \frac{10^4}{10^2 \times 10^3} \qquad P = \frac{10^4 \times 10^{-7}}{10^2 \times 10^5} \qquad Q = \frac{10^3 \times 10^{-12}}{(10^{-5})^2}$$

Solution : $J = 10^5$; $K = 10^{18}$; $L = 10^{-4}$; $M = 10^{-6}$; $N = 10^{14}$; $O = 10^{-1}$; $P = 10^{-10}$ et $Q = 10^1$.

Parfois, les nombres à transformer ressemblent déjà à des écritures scientifiques, mais ne le sont pas (généralement parce que le nombre devant le "×" a plus d'un chiffre avant la virgule).

Exemple : Déterminons l'écriture scientifique de $R = 458,6 \times 10^5$ *:*

$$\begin{aligned} R &= \underbrace{458,6}\times 10^5 \\ &= 4,586 \times \underbrace{10^2 \times 10^5} \longleftarrow \textit{on détermine l'écriture scientifique du nombre devant le } \times \\ &= 4,586 \times \quad 10^{2+5} \longleftarrow \textit{on utilise les formules sur les deux puissances de 10} \\ &= 4,586 \times 10^7. \end{aligned}$$

■ **Exercice 7 :** Détermine l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$S = 458,7 \times 10^4 \qquad T = -0,052 \times 10^6 \qquad U = 0,000\,8 \times 10^{-2}$$
$$V = 14\,500 \times 10^2 \qquad W = -456 \times 10^{-11} \qquad X = 0,26 \times 10^{-5}$$
$$Y = 457,8 \times \frac{10^7}{10^2} \qquad Z = 0,007 \times \frac{10^4 \times 10^3}{10^2} \qquad \Sigma = -521 \times \frac{10^2 \times 10^3}{10^{-4} \times 10^{-6}}$$

Solution : $S = 4,587 \times 10^6$; $T = -5,2 \times 10^4$; $U = 8 \times 10^{-5}$; $V = 1,45 \times 10^6$; $W = -4,56 \times 10^{-9}$; $X = 2,6 \times 10^{-6}$; $Y = 4,578 \times 10^7$; $Z = 7 \times 10^2$ et $\Sigma = -5,21 \times 10^{17}$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	–

Chapitre 14

Fractions (multiplication)

Contrairement à l'addition et à la soustraction de fractions, où les dénominateurs doivent être les mêmes pour finir le calcul, la multiplication de deux fractions utilise une méthode totalement différente.

I — Multiplication de fractions

Méthode (multiplier deux fractions)

$$A = \frac{4}{11} \times \frac{7}{9}$$

$$A = \frac{4 \times 7}{11 \times 9}$$ ← **On mulitplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux (on n'est pas obligé d'écrire cette étape)**

$$A = \frac{28}{99}.$$

■ **Exercice 1 :** Calcule (attention à bien lire l'énoncé…) :

$B = \frac{4}{7} \times 23$ | $D = \frac{14}{11} \times 13$ | $F = \frac{9}{10} + \frac{2}{7}$ | $H = \frac{10}{13} - \frac{1}{2}$

$C = \frac{13}{5} \times \frac{2}{11}$ | $E = \frac{9}{5} \times \frac{2}{7}$ | $G = \frac{8}{11} \times \frac{-7}{5}$ | $I = \frac{1}{3} - \frac{8}{5}$

Solution : $B = \frac{91}{7}$; $C = \frac{26}{55}$; $D = \frac{14}{33}$; $E = \frac{18}{35}$; $F = \frac{83}{70}$; $G = -\frac{56}{55}$; $H = \frac{7}{26}$ et $I = -\frac{19}{15}$.

Pour le premier calcul, on a utilisé une **astuce** : $23 = 23 \div 1 = \frac{23}{1}$!

Remarque

Ici, il est encore plus important de toujours vérifier les résultats à la calculatrice (qui simplifie automatiquement les fractions) : si tu ne trouves pas le même résultat qu'elle, cela ne veut pas dire que tu auras faux mais que ta fraction peut (et doit) être simplifiée. Il vaut mieux alors simplifier *avant* de calculer les multiplications :

$$\frac{4}{1\,024} \times \frac{256}{3} = \frac{4 \times 256}{1\,024 \times 3} = \frac{1\,024}{3\,072} = ? \quad \text{ou} \quad \frac{4}{1\,024} \times \frac{256}{3} = \frac{4 \times 256}{1\,024 \times 3} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{256}}{\cancel{4} \times \cancel{256} \times 3} = \frac{1}{3}.$$

Bien sûr, si tuas un peu de temps à perdre, tu peux toujours repartir de $\frac{1\,024}{3\,072}$ et décomposer chacun de ces deux nombres en un produit de facteurs premiers…

■ **Exercice 2 :** Calcule, en détaillant les étapes :

$J = \frac{4}{9} \times 35$ | $K = \frac{13}{10} \times \frac{15}{7}$ | $L = \frac{14}{9} \times \frac{12}{21}$ | $M = \frac{24}{6} \times 9$

Solution : $J = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$; $K = \frac{195}{70} = \frac{39}{14}$; $L = \frac{168}{189} = \frac{8}{9}$ et $M = \frac{216}{6} = 36$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
66, 68, 70, 72, 74, 76 p. 102-103 du cours	17, 18, 19 p. 60	5 p. 57 + 20 à 25 p. 60

II — Fraction d'une quantité

Propriété

Pour calculer une fraction d'un nombre, on multiplie cette fraction et ce nombre. On rappelle que le mot « de » en français (et ses déclinaisons « des », « de la » ou « du ») se traduisent mathématiquement par une multiplication (×).

Exemple :

Question : *calculer les deux tiers de 6 L.*

Réponse :

le « de » correspond à une multiplication

« deux tiers »

$$\frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 6}{3} \longleftarrow \textit{on multiplie les numérateurs}$$
$$= \frac{12}{3} \longleftarrow \textit{on calcule la multiplication}$$
$$= 4\ \text{L.} \longleftarrow \textit{on calcule } \textbf{\textit{et on n'oublie pas l'unité}}$$

■ **Exercice 3 :**

α) Calcule $\frac{5}{3}$ de 9 L.

β) Calcule $\frac{1}{4}$ de 8 kg.

γ) Calcule le tiers de 27 €.

δ) Calcule $\frac{8}{7}$ de 14 L.

ε) Calcule $\frac{2}{5}$ de 30 g.

ζ) Calcule les trois quarts de 1 km.

Solution :

α) $\frac{5}{3}$ de 9 L $= \frac{5 \times 9}{3} = \frac{45}{9} = 5$ L.

β) $\frac{1}{4}$ de 8 kg $= \frac{1 \times 8}{4} = \frac{8}{4} = 2$ kg.

γ) le tiers de 27 € $= \frac{1 \times 27}{3} = \frac{27}{3} = 9$ €.

δ) $\frac{8}{7}$ de 14 L $= \frac{8 \times 14}{7} = \frac{112}{7} = 16$ L.

ε) $\frac{2}{5}$ de 30 g $= \frac{2 \times 30}{5} = \frac{60}{5} = 12$ g.

ζ) Les trois quarts de 1 km $= \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$ km $= 750$ m.

■ **Exercice 4 :** Voici quelques petits problèmes à résoudre :

α) Hicham avait 20 bonbons. Il en a mangé les $\frac{4}{5}$.
Combien en a-t-il mangé ?

β) Lise avait 28€. Elle en a depensé les $\frac{3}{7}$.
Combien d'argent lui reste-t-il ?

γ) Un collège compte 600 élèves. Les $\frac{2}{3}$ sont externes et les autres élèves sont demi-pensionnaires.
Combien ce collège compte-il d'élèves demi-pensionnaires ?

Solution :

α) Il a mangé les $\frac{4}{5}$ de 20 bonbons, soit $\frac{4}{5} \times 20 = \frac{4 \times 20}{5} = \frac{80}{5} = 16$ bonbons.

β) Elle a dépensé les $\frac{3}{7}$ des 28€, soit $\frac{3}{7} \times 28 = \frac{3 \times 28}{7} = \frac{84}{7} = 12$ €.

γ) Les $\frac{2}{3}$ des 2600 élèves sont externes, soit $\frac{2}{3} \times 600 = \frac{2 \times 600}{3} = \frac{1\,200}{3} = 400$ externes, et donc $600 - 400 = 200$ demi-pensionnaires.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
67, 69, 71, 73, 75 p. 102-103 du cours	26, 27 p. 60	8 p. 57 + 28 à 32 p. 60 + 33 p. 61

Chapitre 15

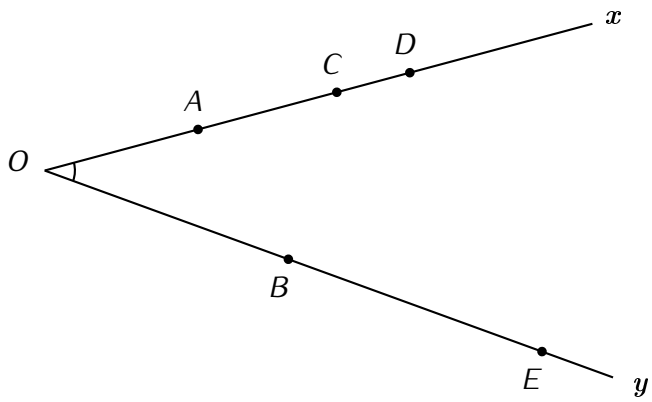
Cosinus d'un angle

Nous avons déjà vu le théorème de Pythagore comme principal outil de calcul d'une longueur dans un triangle rectangle (p. 24), mais comment faire lorsque l'énoncé ne nous donne qu'une seule longueur et un angle ?

I — Introduction

■ **Activité 1 (constructions et calculs) :** Voici une figure :

1. Trace les trois perpendiculaires à la droite (Ox) passant par A, C et D. Elles couperont l'autre droite (Oy) en respectivement A', C' et D'.
2. Trace les deux perpendiculaires à la même droite (Ox) passant par B et E. Elles couperont la droite (Ox) en respectivement B' et E'.
   Les points A, B', C, D et E' doivent donc être alignés sur $[Ox)$, de même que A', B, C', D' et E sur $[Oy)$.
3. Après avoir pris les *mesures* nécessaires à la règle et au mm près aucun calcul à faire dans cette question), complète le tableau suivant :



Longueur sur $[Ox)$	OA	OB'	OC	OD	OE'
Mesure (en cm)					

Longueur sur $[Oy)$	OA'	OB	OC'	OD'	OE
Mesure (en cm)					

4. À l'aide de ta calculatrice, calcule les quotients suivants en écrivant le résultat arrondi au centième près :

Quotient	$\frac{OA}{OA'}$	$\frac{OB'}{OB}$	$\frac{OC}{OC'}$	$\frac{OD}{OD'}$	$\frac{OE'}{OE}$
Valeur (au centième)					

5. Que remarque-tu ? .....

6. Avec ton rapporteur, mesure le plus précisément possible l'angle $\widehat{AOB}$: $\widehat{AOB} = \ldots\ldots°$.
7. Sur ta calculatrice, appuye sur la touche $\cos$, puis rajoute l'angle que tu as mesuré à la question 6. Ferme la parenthèse et valide.

   Que remarques-tu ? .....

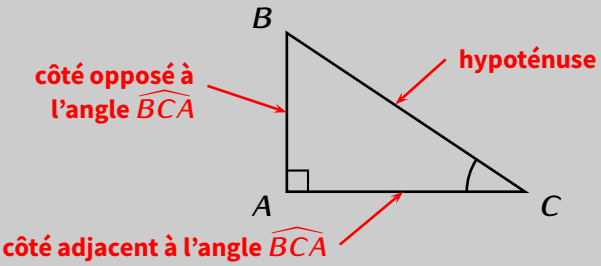
II — Vocabulaire et définitions

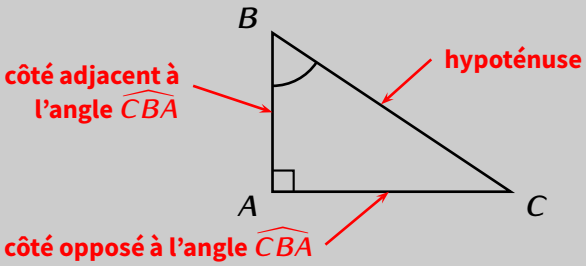
L'activité précédente permet de voir que ce n'est pas la taille du triangle rectangle qui fait finalement qu'on trouve le même nombre pour tous les quotients, mais plutôt l'angle au niveau du point O.

Pour établir ce résultat, nous aurons donc besoin d'un peu de vocabulaire, puis nous entrerons dans le vif du sujet :

Définitions

Dans un triangle rectangle, chaque côté porte un nom spécifique en fonction de l'angle marqué :





- **l'hypoténuse est le côté « en face » de l'angle droit.**
- **le côté opposé à l'angle est le côté « en face » de l'angle.**
- **le côté adjacent à l'angle est l'autre côté (à part l'hypoténuse) « qui touche » l'angle.**

Définition

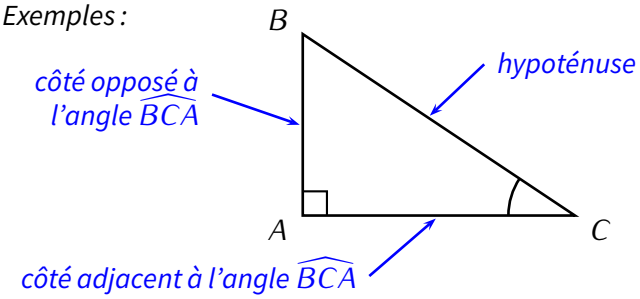
Dans un triangle rectangle, quelle que soit sa taille, le cosinus d'un angle $\widehat{O}$ est défini par

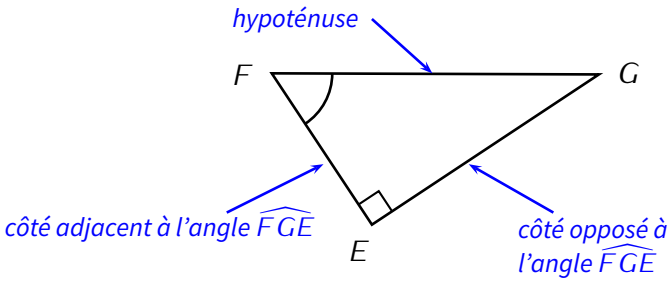
$$\cos \widehat{O} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{O}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}.$$

Remarques

- L'hypoténuse est le seul côté qui ne change pas quelque soit l'angle choisi : sur la figure tout en haut de la page, c'est toujours $[BC]$ qui est l'hypoténuse.
- Cette relation (ou cette égalité) et ce vocabulaire ne sont valables ***que*** dans un triangle rectangle.
- Le cosinus d'un angle est donc **un nombre**, forcément entre 0 et 1 puisque les longueurs sont positives, et on divise une longueur par une longueur plus grande.
  C'est ce nombre qui nous permettra de faire le lien avec la mesure de l'angle concerné…

Exemples :





Dans le triangle ABC on a la relation : $\cos \widehat{BCA} = \dfrac{AC}{BC}$.

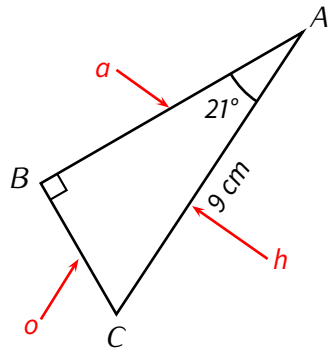
Dans le triangle EFG on a la relation : $\cos \widehat{FGE} = \dfrac{EG}{FG}$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	P. 77-78 (IP)

III — Utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur

Quand (toujours dans un triangle rectangle…) on connaît la mesure d'un angle et la longueur d'un côté, on utilise la trigonométrie pour calculer la longueur des autres côtés.

Exemple (FACILE) *:*



Question : *calcule AB (arrondir au dixième de cm).*

Réponse :

on justifie pourquoi on peut utiliser la formule du cosinus

D : *Le triangle ABC est rectangle en B.*

P : *Donc d'après la formule du cosinus, on a :*

$$C : \quad \cos\widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$

on écrit la définition de la formule en n'utilisant que des lettres !

$$\frac{\cos(21°)}{1} = \frac{AB}{9}$$

$$AB = \frac{9 \times \cos(21°)}{1}$$

on utilise le produit en croix

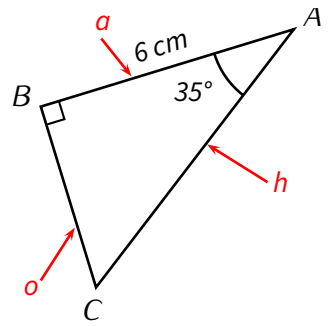
$$AB \approx 8,4 \text{ cm.}$$

on utilise la calculatrice :

tout nombre peut s'écrire comme une fraction avec 1 au dénominateur

$$\cos(21°) = \frac{\cos(21°)}{1}$$

Exemple (PLUS DUR...) *:*



Question : *calcule BC (arrondir au dixième de cm).*

Réponse : *Ici c'est plus délicat car on cherche à calculer BC qui est le côté opposé en connaissant AB qui est le côté adjacent... or la formule du cosinus n'utilise pas le côté opposé ! On va donc d'abord calculer AC, puis BC grâce au théorème de Pythagore :*

D : *Le triangle ABC est rectangle en B.*

P : *Donc d'après la formule du cosinus, on a :*

$$C : \quad \cos\widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{\cos(35°)}{1} = \frac{6}{AC}$$

$$AC = \frac{6 \times 1}{\cos(35°)}$$

$$AC \approx 7,3 \text{ cm.}$$

On applique ensuite le théorème de Pythagore :

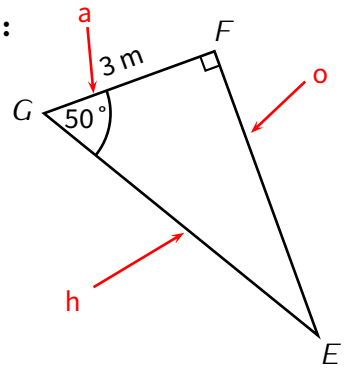
D : Le triangle ABC est rectangle en B.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$C : CA^2 = BC^2 + BA^2$$
$$7,3^2 = BC^2 + 6^2$$
$$BC^2 = 7,3^2 - 6^2$$
$$BC^2 = 53,29 - 36$$
$$BC^2 = 17,29$$
$$BC = \sqrt{17,29}$$
$$BC \approx 4,2 \text{ cm.}$$

À la calculatrice

Avant d'utiliser sa calculatrice, il faut vérifier qu'elle est bien réglée en mode degré. Si oui, un "D" est affiché à l'écran. Si non, il faut la configurer : SHIFT SET UP MODE 3, et on vérifie que le "D" est bien affiché.

■ **Exercice 1 :**



Calcule EG, puis EF (arrondir au dixième de m).

Solution :
On commence par calculer EG grâce à la formule du cosinus :

D : Le triangle EFG est rectangle en F.
P : Donc d'après la formule du cosinus, on a :

$$\text{C : } \cos\widehat{FGE} = \frac{FG}{EG}$$
$$\frac{\cos(50°)}{1} = \frac{3}{EG}$$
$$EG = \frac{3\times 1}{\cos(50°)}$$
$$EG \approx 4,\underline{7}\text{ m}$$

On poursuit avec le théorème de Pythagore :

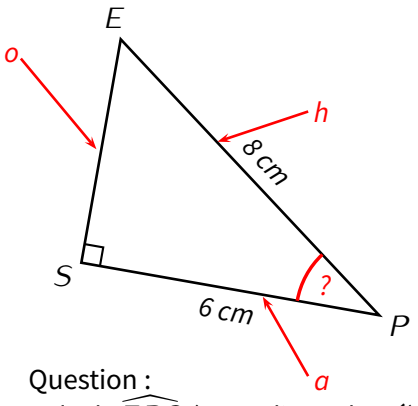
D : Le triangle EFG est rectangle en F.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $EG^2 = EF^2 + FG^2$
$4,7^2 = EF^2 + 3^2$
$EF^2 = 4,7^2 - 3^2$
$EF^2 = 22,09 - 9$
$EF^2 = 13,09$
$EF = \sqrt{13,09}$
$EF \approx 3,6$ m.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	5, 6, 7 p. 79 (IP) + 1, 2 p. 80 (IP) + 1 p. 81 (IP)

IV – Utiliser la trigonométrie pour calculer la mesure d'un angle

Quand on connaît les longueurs de l'hypoténuse et du côté adjacent à un angle, alors on sait déjà qu'on peut calculer le cosinus de cet angle. La calculatrice nous permettra de passer du nombre entre 0 et 1 à la valeur en degrés de l'angle :

Exemple :



Question :
calcule $\widehat{EPS}$ (arrondir au degré).

Réponse :

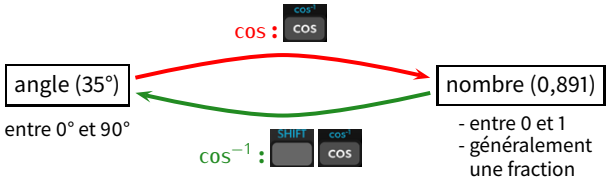
on justifie pourquoi on peut utiliser la formule du cosinus

D : Le triangle EPS est rectangle en S
P : Donc d'après la formule du cosinus, on a :

$$\text{C : } \cos\widehat{EPS} = \frac{SP}{EP}$$ *on écrit la définition de la formule en n'utilisant que des lettres !*
$$\cos\widehat{EPS} = \frac{6}{8}$$
$$\widehat{EPS} = \cos^{-1}\left(\frac{6}{8}\right)$$ *on utilise la calculatrice pour faire "disparaître" cos :*
$$\widehat{EPS} \approx 41°.$$

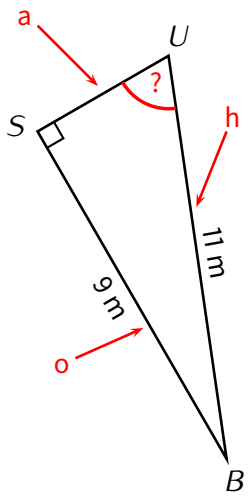
Remarques

- Sur certaines calculatrice, la manipulation affichera "$\cos^{-1}$" à l'écran, et sur d'autre on verra "arccos". Dans les deux cas, la manipulation est correcte. Sur le papier en revanche, il *faudra* écrire "$\cos^{-1}$".
- Si l'on reprend l'activité d'introduction, nous avions trouvé à la question 4 que des valeurs proches de 0,819. En appliquant le "$\cos^{-1}$" à cette valeur, la calculatrice donne environ 35°, qui était l'angle mesuré à la question 6 ! De manière générale :



Pour conclure, on va faire un petit exercice :

■ **Exercice 2 :**



Question : calculer $\widehat{SUB}$ (arrondir au degré)

Solution :

On commence par calculer SU grâce au théorème de Pythagore :

D : Le triangle USB est rectangle en S.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $UB^2 = US^2 + SB^2$
$11^2 = US^2 + 9^2$
$US^2 = 11^2 - 9^2$
$US^2 = 121 - 81$
$US^2 = 40$
$US = \sqrt{40}$
$US \approx 6,3$ m.

On poursuit avec la formule du cosinus :

D : Le triangle USB est rectangle en S
P : Donc d'après la formule du cosinus, on a :
C : $\cos \widehat{SUB} = \dfrac{US}{UB}$

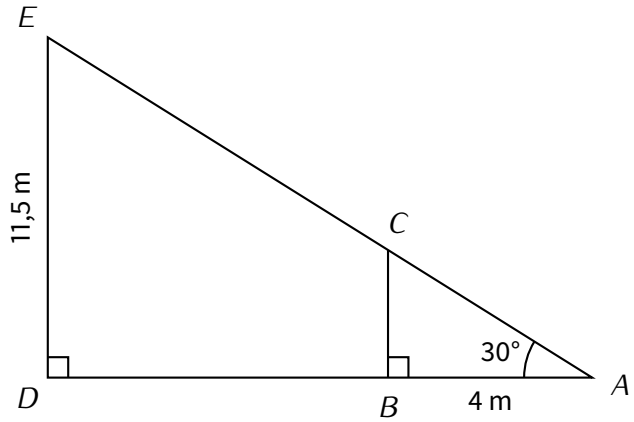
$\cos \widehat{SUB} = \dfrac{6,3}{11}$

$\widehat{SUB} = \cos^{-1}\left(\dfrac{6,3}{11}\right)$

$\widehat{SUB} \approx 55°$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	2, 3, 4 p. 79 (IP)

■ **Énigme 1 :** Voici une figure non dessinée en grandeur réelle :



Calculer la longueur AD, arrondie si besoin au dixième de m près.

Solution :

1. $AC \approx 4,62$ m (cosinus dans ABC).
2. $BC \approx 2,3$ m (Pythagore dans ABC).
3. $AD = 20$ m (Thalès).

Remarque

L'année prochaine, on verra qu'on peut faire ce calcul en une seule étape…

Chapitre 16

Calcul littéral (partie 2)

I — Réduire

■ **Activité 1 (introduction) :**

1. Complète :

   8 filles + 5 garçons + 3 filles + 4 garçons = ... filles + ... garçons

   11 filles + 8 garçons + 2 filles + 12 garçons = ... filles + ... garçons

2. En observant les égalités de la question 1, complète :

   $8x + 5y + 3x + 4y = \ldots\ldots x + \ldots\ldots y$

   $11x + 8y + 2x + 12y = \ldots\ldots x + \ldots\ldots y$

3. Complète :

   $4\clubsuit + 7\triangle + 5 + 2\clubsuit + 9\triangle + 8 = \ldots\ldots\clubsuit + \ldots\ldots\triangle + \ldots\ldots$

   $3\clubsuit + 11\triangle + 12 + 4\clubsuit + 7\triangle + 9 = \ldots\ldots\clubsuit + \ldots\ldots\triangle + \ldots\ldots$

4. En observant les égalités de la question 3, complète :

   $4x^2 + 7x + 5 + 2x^2 + 9x + 8 = \ldots\ldots x^2 + \ldots\ldots x + \ldots\ldots$

   $3x^2 + 11x + 12 + 4x^2 + 7x + 9 = \ldots\ldots x^2 + \ldots\ldots x + \ldots\ldots$

À partir de cette activité, on peut énoncer la définition suivante :

Définition

Réduire, c'est regrouper et calculer ensemble les nombres qui appartiennent à une même "famille", une même catégorie.

Remarque

La notion de "famille" est assez vague ici, mais pour résumer, on utilise généralement 3 familles :

- La "famille des nombres" : elle comprend tous les nombres appris depuis l'école primaire : $2, -15, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \sqrt{2}, \ldots$
- La "famille des x" : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un x derrière (lié par une multiplication cachée) : $2x, -15x, \frac{3}{4}x, \frac{1}{3}x, \sqrt{2}x, \ldots$ Cette famille est majoritairement utilisée avec des nombres simples ($2x, 3x, -5x, 10x, \ldots$), et peut aussi se décliner avec d'autres lettres !
- La "famille des x^2" : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un x^2 derrière (lié par une multiplication cachée) : $2x^2, -15x^2, x^2, 13x^2, \ldots$ Cette famille est aussi majoritairement utilisée avec des nombres simples.

Règle

Dans un calcul où n'apparaissent que des « + » et des « − » visibles, on tient compte des "histoires de famille". On souligne (ou surligne) d'une même couleur les membres d'une même famille, sans oublier les symboles d'opérations !

Exemple 1 : On souhaite réduire $A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14$ *:*

$A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14 = 7x^2 + 5x^2 + 3x + 8x + 1 + 14 = 12x^2 + 11x + 15$.

■ **Exercice 1 :** Réduis les expressions suivantes :

$B = 5x + 10y + 8x + 11y$ $C = 9x + 5y + 12x + 3y$ $D = 7x + 2y + x + y$

$E = 4x^2 + 8x + 6 + 7x^2 + 5x + 3$ $F = 9x^2 + 5x + 11 + 3x^2 + 2x$ $G = x^2 + 6x + 4 + 11x^2 + 10x + 9$

Solution : $B = 13x + 21y$, $C = 21x + 8y$, $D = 8x + 3y$, $E = 11x^2 + 13x + 9$, $F = 12x^2 + 7x + 11$ et $G = 12x^2 + 16x + 13$.

Exemple 2 : On souhaite réduire $H = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14$ *:*

$H = 7x^2 \; -3x \; +1 \; -5x^2 \; -8x \; -14 = 7x^2 - 5x^2 \; -3x - 8x \; +1 - 14 = 3x^2 \; -11x \; -13$.

Remarque

C'est ici qu'on se rend compte de l'importance de "ne plus séparer un nombre de son signe" : en effet, certains élèves écrivent que $+1 - 14[= +(1 - 14)] = +15$…

■ **Exercice 2 :** Réduis les expressions suivantes :

$I = 15x + 10y - 8x + 11y$ $J = 7x - 5y + 12x - 3y$

$K = -7x + 2y + x - y$ $L = 14x^2 + 3x + 6 - 7x^2 - 5x - 3$

$M = 9x^2 - 5x - 11 - 3x^2 - 2x - 7$ $N = 4x^2 - 6x + 4 - 11x^2 + 10x + 9$

$O = 5x^2 + 11x - 2 + 8x^2 - 6x$ $P = x^2 - 6x - 4 + 5x - 3x^2 + 10$

Solution : $I = 7x + 21y$, $J = 19x - 8y$, $K = -6x + y$, $L = 7x^2 - 2x + 3$, $M = 6x^2 - 7x - 18$, $N = -7x^2 + 4x + 13$, $O = 13x^2 + 5x - 2$ et $P = -2x^2 - x + 6$.

Exercices de base : III.2 p. 97-98 du cours	Questions Flash : –	À la maison : –

Méthode (supprimer des parenthèses)

Pour supprimer des parenthèses dans une expression littérale, il y a trois cas différents :

1er cas : c'est un + devant la parenthèse

On supprime les parenthèses sans changer les signes :

$A = 3x + (8x^2 + 5x - 9) - 4x^2$

$= 3x + 8x^2 + 5x - 9 - 4x^2$ ⟵ **on supprime les ( ) sans changer les signes**

2e cas : c'est un − devant la parenthèse

À l'intérieur de la parenthèse, on écrit l'*opposé* de chaque nombre, puis on enlève la parenthèse et le − qui se trouvait devant :

$B = 2x^2 - (6x^2 + 9x - 4) - 11x$

$= 2x^2 - 6x^2 - 9x + 4 - 11x$ ⟵ **on supprime le − et les ( ) en changeant les signes**

3e cas : c'est un × devant la parenthèse ; c'est un "développement" : s'il n'y a qu'un nombre devant le ×, c'est un développement simple (chapitre "Calcul littéral (partie 1), page 28). S'il y a une paire de parenthèse devant le ×, c'est un développement double et il faudra regarder au paragraphe suivant !

■ **Exercice 3 :** Dans chaque expression, supprime les parenthèses :

$C = 5 + (7x + 1)$ $D = 8 - (10x + 2)$ $E = 5x - (4x - 6)$

$F = 9x + (5x^2 + 3x - 10)$ $G = 4x - (7x^2 - 8x + 9)$ $H = 7x^2 + (5x^2 - 2x - 1) + 6$

$I = x^2 - (4x^2 + 3x + 1) + 7x$ $J = x - (7x^2 - 8x + 11) - 5x^2$ $K = 3k - (k^2 + k - 1) - 11$

Solution : $C = 7x + 6$, $D = -10x + 6$, $E = x + 6$, $F = 5x^2 + 12x - 10$, $G = -7x^2 + 12x - 9$, $H = 12x^2 - 2x + 5$, $I = -3x^2 + 4x - 1$, $J = -12x^2 + 9x - 11$ et $K = -k^2 + 2k - 10$.

■ **Exercice 4 :** Réduis les expressions suivantes :

$L = 7x + (9x - 5)$ $M = 4 - (2x + 3)$ $N = 6x^2 - (8x - 4x^2)$

$O = 4x^2 + (9x^2 + 11x - 5)$ $P = 3x^2 - (5x^2 - 2x + 4) + 10x$ $Q = 6x^2 - (3x^2 + 5x - 10) + 2x$

Solution : $L = 16x - 5$, $M = -2x + 1$, $N = 10x^2 - 8x$, $O = 13x^2 + 11x - 5$, $P = -2x^2 + 14x - 4$ et $Q = 3x^2 - 3x + 10$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	28, 29, 30 p. 93

II – Développer (distributivité double)

Méthode (développer et réduire $(ax + b)(cx + d)$)

On veut développer et réduire $A = (3x + 5)(8x + 2)$:

$A = (3x + 5)(8x + 2)$

$A = (3x + 5) \times (8x + 2)$ ← on écrit la multiplication et les flèches de développement

$A = 3x \times 8x + 3x \times 2 + 5 \times 8x + 5 \times 2$ ← chaque flèche est une multiplication qu'on écrit

$A = 24x^2 + 6x + 40x + 10$ ← on calcule chaque multiplication

$A = 24x^2 + 46x + 10.$ ← on réduit (*"+" visibles ⇒ attention aux familles !*)

■ **Exercice 5 :** Effectue les trois développements doubles suivants :

1. $A = (6x + 1)(4x + 3)$,
2. $B = (5x + 3)(2x + 7)$,
3. $C = (1 + 7x)(8x + 2)$.

Solution : Voici les solutions sans les flèches de développement, pourtant à ne pas oublier :

$$\begin{aligned} A &= (6x + 1)(4x + 3) \\ &= (6x + 1) \times (4x + 3) \\ &= 6x \times 4x + 6x \times 3 + 1 \times 4x + 1 \times 3 \\ &= 24x^2 + 18x + 4x + 3 \\ &= 24x^2 + 22x + 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (5x + 3)(2x + 7) \\ &= (5x + 3) \times (2x + 7) \\ &= 5x \times 2x + 5x \times 7 + 3 \times 2x + 3 \times 7 \\ &= 10x^2 + 35x + 6x + 21 \\ &= 10x^2 + 41x + 21. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (1 + 7x)(8x + 2) \\ &= (1 + 7x) \times (8x + 2) \\ &= 1 \times 8x + 1 \times 2 + 7x \times x + 7x \times 2 \\ &= 8x + 2 + 56x^2 + 14x \\ &= 56x^2 + 22x + 2. \end{aligned}$$

■ **Exercice 6 :** Développe et réduis :

$A = (6x + 4)(2x + 5)$ $B = (8x + 3)(10x + 4)$ $C = (x + 6)(9x + 1)$

$D = (7 + 3x)(4x + 6)$ $E = (4x + 3)(1 + 9x)$ $F = (3 + x)(5 + 4x)$

$G = (9x + 7)(8x + 4)$ $H = (11 + 14x)(x + 1)$ $I = (4 + 7x)(4 + 10x)$

Solution : $A = 12x^2 + 38x + 20$, $B = 80x^2 + 62x + 12$, $C = 9x^2 + 55x + 6$, $D = 12x^2 + 46x + 42$, $E = 36x^2 + 31x + 3$, $F = 4x^2 + 17x + 15$, $G = 72x^2 + 92x + 28$, $H = 14x^2 + 25x + 11$ et $I = 70x^2 + 68x + 16$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	–

Méthode (développer et réduire $(ax-b)(cx-d)$)

On veut développer et réduire $A=(2x-5)(7x-3)$:

$A = (2x-5)(7x-3)$

$A = \big(2x+(-5)\big)\big(7x+(-3)\big)$ ← **on change la (les) soustraction(s) en addition(s) (voir p. 12)**

$A = \big(2x+(-5)\big)\times\big(7x+(-3)\big)$ ← **on écrit la multiplication et on dessine les flèches**

$A = 2x\times 7x + 2x\times(-3) + (-5)\times 7x + (-5)\times(-3)$ ← **chaque flèche est une multiplication qu'on écrit**

$A = 14x^2 + (-6)x + (-35)x + 15$ ← **on calcule chaque multiplication**

$A = 14x^2 + (-41)x + 15.$ ← **on réduit (*"+" visibles ⇒ attention aux familles !*)**

Règle des signes (rappels, voir p. 12)

La règle des signes (+ et +, ou − et −, donnent + ; + et −, ou − et +, donnent −) s'applique aux multiplications et divisions (mais surtout pas les additions ou soustractions), mais aussi lorsque deux symboles d'opérations se suivent.

Exemple : Pour finir proprement l'exemple A ci-dessus, il faudrait donc encore écrire $A = 14x^2 + (-41)x + 15 = 14x^2 - 41x + 15$.

■ **Exercice 7 :** Effectue les trois développements doubles suivants :

$$A=(5x-1)(4x-3),\ B=(2x+4)(3x-8) \text{ et } C=(4x-1)(6x+9).$$

Solution : Voici les solutions dans les flèches de développement, pourtant à ne pas oublier :

$A = (5x-1)(4x-3)$
$= \big(5x+(-1)\big)\times\big(4x+(-3)\big)$
$= 5x\times 4x + 5x\times(-3) + (-1)\times 4x + (-1)\times(-3)$
$= 20x^2 + (-15)x + (-4)x + 3$
$= 20x^2 + (-19)x + 3$
$= 20x^2 - 19x + 3.$

$B = (2x+4)(3x-8)$
$= (2x+4)\times\big(3x+(-8)\big)$
$= 2x\times 3x + 2x\times(-8) + 4\times 3x + 4\times(-8)$
$= 6x^2 + (-16)x + 12x + (-32)$
$= 6x^2 + (-4)x + (-32)$
$= 6x^2 - 4x - 32.$

$C = (4x-1)(6x+9)$
$= \big(4x+(-1)\big)\times(6x+9)$
$= 4x\times 6x + 4x\times 9 + (-1)x + (-1)\times 9$
$= 24x^2 + 36x + (-6)x + (-9)$
$= 24x^2 + 30x + (-9)$
$= 24x^2 + 30x - 9.$

■ **Exercice 8 :** Développe et réduis :

$A=(6x-4)(2x-5)$ $\quad B=(8x-3)(10x+4)$ $\quad C=(x+6)(9x-1)$

$D=(7x-3)(4x+6)$ $\quad E=(4x+3)(9x+1)$ $\quad F=(x-3)(8x-7)$

$G=(4x+5)(10x-5)$ $\quad H=(10x+3)(3-4x)$ $\quad I=(6-2x)(3-6x)$

Solution : $A=12x^2-38x+20$, $B=80x^2+2x-12$, $C=9x^2+53x-6$, $D=28x^2+30x-18$, $E=36x^2+31x+3$, $F=8x^2-31x+21$, $G=40x^2+30x-25$, $H=-40x^2+18x+9$ et $I=12x^2-102x+48$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	–

Remarque

On peut de temps en temps rencontrer des développements un peu plus compliqués en raison d'un "parasite" qu'il ne faudra surtout pas oublier de recopier (rappel : « quand on ne touche pas à quelque chose en maths, on le recopie *au même endroit* »). Par exemple, ou souhaite développer et réduire $A = (5x+1)(3x-4)+7x$:

$A = (5x+1)(3x-4)+7x$ ← on souligne les éléments extérieus au développement

$A = (5x+1)\times\big(3x+(-4)\big)+7x$

$A = 5x\times 3x + 5x\times(-4) + 1\times 3x + 1\times(-4) + 7x$

$A = 15x^2 + (-20)x + 3x + (-4) + 7x$

$A = 15x^2 - 10x - 4.$ ← on réduit *("+" visibles ⇒ attention aux familles !)*

on développe avec les méthodes vues, et on réécrit ce qui a été souligné

■ **Exercice 9 :** Effectue les deux développements suivants :

1. $A = (3x-4)(6x+1)+5x^2$,
2. $C = (2x+1)(7x+3)-15$.

Solution : Voici les solutions dans les flèches de développement, pourtant à ne pas oublier :

$A = (3x-4)(6x+1)+5x^2$
$= \big(3x+(-4)\big)\times(6x+1)+5x^2$
$= 3x\times 6x + 3x\times 1 + (-4)\times 6x + (-4)\times 1 + 5x^2$
$= 18x^2 + 3x + (-24)x + (-4) + 5x^2$
$= 23x^2 + (-21)x + (-4)$
$= 23x^2 - 21x - 4.$

$B = (2x+1)(7x+3)-15$
$= (2x+1)\times(7x+3)-15$
$= 2x\times 7x + 2x\times 3 + 1\times 7x + 1\times 3 - 15$
$= 14x^2 + 6x + 7x + 3 - 15$
$= 14x^2 + 13x - 12.$

■ **Exercice 10 :** Développe et réduis :

$D = (4x+10)(3x+5)+2x$ $\qquad$ $E = (8x+1)(2x-1)-6x^2$

$F = (11x-2)(7x+3)-4$ $\qquad$ $G = (x-1)(2x-9)+10x$

$H = (9x-8)(3+11x)+1$ $\qquad$ $I = (7+2x)(x-1)-3x$

Solution : $D = 12x^2+52x+50$, $E = 10x^2-6x-1$, $F = 77x^2+19x-10$, $G = 2x^2-x+9$, $H = 99x^2-61x-23$ et $I = 2x^2+2x-7$.

■ **Exercice 11 :** Développe et réduis :

$H = (x+2)(3+x)+5x^2$ $\qquad$ $I = (-5x-3)(-4-2x)-3x^2$

Solution : $H = 6x^2+5x+6$ et $I = 7x^2+26x+12$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	–

III — Factoriser

Méthode (FACTORISER $ax^2 + bx$)

On veut factoriser $A = 5x^2 + 7x$:

$A = 5x^2 + 7x$

$A = 5 \times x \times x + 7 \times x$ ← **on fait apparaître toutes les multiplications**

$A = 5 \times x \times x + 7 \times x$ ← **on souligne ce qui est en commun dans chaque multiplication, y compris un symbole "×" !**

$A = x \times (5 \times x + 7)$ ← **on écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre ()**

$A = x(5x + 7)$. ← **on simplifie l'écriture**

Remarques

Dans cet exemple, on a souligné à la 3e ligne la multiplication avant le facteur commun (ici une lettre, donc un nombre inconnu), alors qu'on a fait l'inverse à la ligne d'après…Ce n'est pas grave du tout, puisqu'on peut échanger les facteurs dans un produit !

■ **EXERCICE 12 :** Factorise :

$A = 2x^2 + 9x$ $\quad B = x^2 + 11x$ $\quad C = 5x^2 - 4x$ $\quad D = 8x^2 - 13x$

$E = 11x + 6x^2$ $\quad F = 4x - 3x^2$ $\quad G = 9x - 14x^2$ $\quad H = 23x + 25x^2$

Solution : $A = x(2x+9)$, $B = x(x+11)$, $C = x(5x-4)$, $D = x(8x-13)$, $E = x(11+6x)$, $F = x(4-3x)$, $G = x(9-14x)$ et $H = x(23+25x)$.

Méthode (FACTORISER $ax + b$)

On veut factoriser $A = 15x + 10$:

$A = 15x + 10$

$A = 3 \times 5 \times x + 2 \times 5$ ← **on décompose les familles pour obtenir deux produits**

$A = 3 \times 5 \times x + 2 \times 5$ ← **on souligne ce qui est en commun dans chaque multiplication, y compris le symbole "×" !**

$A = 5 \times (3 \times x + 2)$ ← **on écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre ()**

$A = 5(3x + 2)$. ← **on simplifie l'écriture**

Remarques

- Le facteur commun est généralement un nombre (des fois carrément une expression, mais ce cas sera vu l'an prochain), qui peut être connu comme inconnu.
- Ce qui est sûr, c'est qu'il faut décomposer les deux nombres sous forme de produit pour trouver le facteur commun. Il peut ainsi y avoir plusieurs factorisations possibles selon que les deux nombres soient dans plusieurs tables de multiplication.

■ **EXERCICE 13 :** Factorise par le plus grand nombre possible :

$A = 10x^2 + 20$ $\quad B = 6x + 4$ $\quad C = 15x^2 - 20$ $\quad D = 14x - 21$

$E = 6x + 12$ $\quad F = 4x - 20$ $\quad G = 20x + 10$ $\quad H = 6x - 3$

Solution : $A = 10(x^2 + 2) = 5(2x^2 + 4) = 2(5x^2 + 10)$, $B = 2(3x + 2)$, $C = 5(3x^2 - 4)$, $D = 7(2x - 3)$, $E = 6(x + 2) = 3(2x + 4) = 2(3x + 6)$, $F = 4(x - 5) = 2(2x - 10)$, $G = 10(2x + 1) = 5(4x + 2) = 2(10x + 5)$ et $H = 3(2x - 1)$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	31, 32 p. 93	33 à 38 p. 93

Chapitre 17

Fractions (division)

On aborde ici la dernière partie sur les fractions, la division. Puisque les autres chapitres de fractions on déjà été vus, on va essayer de se ramener à quelque chose de connu, et on va transformer une division en… multiplication !

I — Inverse d'un nombre

Une fraction étant avant tout une division, on sait qu'une fraction est donc aussi un nombre. On peut donner la définition suivante :

Définition

On appelle inverse d'un *nombre* $\frac{a}{b}$ (avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$) le *nombre* $\frac{b}{a}$.

Remarque

Puisqu'un nombre peut se transformer en fraction en le mettant sur 1 (par exemple : $7 = \frac{7}{1}$ ou encore $2\,020 = \frac{2\,020}{1}$), cette définition s'applique aussi aux nombres qui ne sont pas écrits sous la forme d'une fraction.

Exemples :

⋆ *L'inverse de* $\frac{7}{12}$ *est* $\frac{12}{7}$. *L'inverse de* $\frac{6}{5}$ *est* $\frac{5}{6}$ *: il suffit donc d'échanger le numérateur et le dénominateur.*

⋆ *L'inverse de* 3 $\left(= \frac{3}{1}\right)$ *est* $\frac{1}{3}$.

■ **Exercice 1 :** Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Nombre	$\frac{6}{5}$	4	$\frac{1}{4}$	$\frac{12}{31}$	$\frac{47}{102}$
Inverse du nombre					

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	34, 35, 36 p. 61	11 p. 59 + 37 à 41 p. 61

II — Division de fractions

Règle 4

Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

Exemple : $\frac{7}{3} \div \frac{9}{2} = \frac{7}{3} \times \frac{2}{9} = \frac{7 \times 2}{3 \times 9} = \frac{14}{27}$.

Remarque

Vous l'aurez remarqué, on ne touche pas à la 1re fraction, mais en transformant la division en multiplication, il ne faut surtout pas oublier d'*inverser* la 2e fraction ! Le calcul se termine comme dans le chapitre "Fractions (multiplication)" page 61.

■ **Exercice 2 (application directe) :** Calcule et donne le résultat sous forme la plus simplifiée possible :

$A = \frac{4}{3} \div \frac{5}{2}$

$A = \frac{4}{3} \times$

$A =$

$B = 7 \div \frac{2}{9}$

$C = \frac{12}{5} \div \frac{8}{3}$

$D = \frac{15}{2} \div 3$

$E = \frac{1}{6} \div \frac{6}{5}$

■ **Exercice 3 (un peu plus compliqué) :** Calcule dans ton cahier, en détaillant les étapes, donne le résultat sous forme irréductible :

$F = \frac{1}{2} + \frac{3}{7}$ $\quad G = \frac{5}{9} \times 2$ $\quad H = \frac{8}{9} - \frac{1}{9}$ $\quad I = \frac{2}{10} \times \frac{6}{10}$ $\quad J = 3 - \frac{1}{4}$

$K = \frac{5}{4} \div \frac{8}{3}$ $\quad L = \frac{3}{7} - \frac{3}{10}$ $\quad M = 7 \div \frac{5}{4}$ $\quad N = 5 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{3}\right)$ $\quad O = 8 \times \frac{7}{9} - \frac{5}{9}$

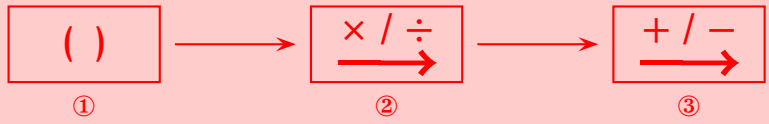
Solution : $F = \frac{13}{14}$; $G = \frac{10}{9}$; $H = \frac{7}{9}$; $I = \frac{3}{25}$; $J = \frac{11}{4}$; $K = \frac{15}{32}$; $L = \frac{9}{70}$; $M = \frac{28}{5}$, $N = \frac{40}{3}$ et $O = \frac{17}{3}$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	42, 43 p. 61	44 à 48 p. 61 + 51 p. 63 (algo) + 78 p. 65 (défi)

III – Priorités opératoires

Pour les deux derniers calculs de l'exercice précédent, ainsi que pour ceux qui suivent, il peut être utile de rappeler la règle des priorités opératoires vue au chapitre "Les nombres relatifs" (page 11) :

Propriété (priorités opératoires)



■ **Exercice 4 (encore plus dur) :** Calcule (donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible) :

$P = \frac{2}{9} + \frac{5}{2} \times \frac{1}{3}$ $\quad Q = \frac{7}{10} \times \left(\frac{11}{3} - \frac{4}{2}\right)$ $\quad R = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$

$S = \frac{1}{3} + \frac{-5}{2} \times \frac{4}{15}$ $\quad T = -\frac{1}{5} + \frac{7}{10} - \frac{3}{4} \div 5$ $\quad U = \dfrac{\frac{2}{3} - \frac{-1}{5}}{\frac{1}{-2} \times \frac{-3}{2}}$

Solution : $P = \frac{19}{18}$; $Q = \frac{7}{6}$; $R = 3$; $S = -\frac{1}{3}$; $T = \frac{7}{20}$ et $U = \frac{52}{45}$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	16 p. 59 + 49, 50 p. 61

Chapitre 18

Probabilités

L'année dernière, la notion de probabilité a déjà été vue sur des cas très simples et sans employer le vocabulaire spécifique à cette branche des mathématiques. On va donc logiquement entrer un peu plus dans les détails cette année, à commencer par donner tout le vocabulaire…

I — Vocabulaire (rappels)

Définition

On appelle expérience aléatoire un phénomène dont on ne peut pas prévoir à l'avance et de façon certaine le résultat.

Exemples :

- *Le lancer d'un dé à 6 faces est une expérience aléatoire : on ne sait pas quel chiffre va donner le dé mais ce sera forcement 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6.*
- *Tirer, au hasard, un jeton dans une boîte qui contient 4 jetons oranges et 7 jetons blancs est une expérience aléatoire : on ne sait pas de quelle couleur sera le jeton mais ce sera forcement orange ou blanc.*

Définitions

- **Les résultats possibles d'une expérience aléatoire sont appelés les issues.**
- **Un événement est un « regroupement » d'une ou plusieurs issues. De manière plus simple, un événement est donc quelque chose pour lequel on va vouloir déterminer/calculer ses chances de réussite.**

Exemples :

- *Pour le lancé d'un dé,*
  - ◇ *« obtenir le chiffre 1 »; « obtenir le chiffre 2 »; « obtenir le chiffre 3 »; « obtenir le chiffre 4 »; « obtenir le chiffre 5 » et « obtenir le chiffre 6 » sont les issues.*
  - ◇ *« obtenir un nombre pair »; « obtenir le chiffre 1 » ou encore « obtenir un multiple de 3 » sont des événements, et on va bientôt pouvoir calculer les chances qu'ils se réalisent.*
- *Pour le lancer d'une pièce de monnaie,*
  - ◇ *« tomber sur pile » et « tomber sur face » sont les deux seules issues.*
  - ◇ *pour cette expérience aléatoire, on ne s'intéressera qu'à ces événements-là faute de pouvoir en formuler d'autres (« tomber sur la tranche » ?)*

Définitions

Un événement qui ne peut pas se réaliser est appelé événement impossible.
Un événement qui se réalise toujours est appelé événement certain

Exemples :

- *Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, l'événement « obtenir le chiffre 7 » est un événement impossible.*
- *Lorsqu'on lance une pièce de monnaie, l'événement « obtenir pile ou face » est un événement certain.*

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	—	—

II — Probabilité

Définition

On appelle probabilité d'un événement la mesure des chances que cet événement se réalise. C'est un nombre compris entre 0 et 1 (ou entre 0 % et 100 %). Plus ce nombre s'approche de 1, plus l'événement associé a de chances de se réaliser.

Mathématiquement, si A désigne un événement quelconque, alors on note $p(A)$ la probabilité qu'il se réalise.

Exemples : Le simple bon sens nous aide déjà à calculer des probabilités simples :

- *Lors du lancer d'une pièce de monnaie, on a une chance sur deux de tomber sur pile, et pareil pour face. Si l'on note P l'événement « tomber sur pile » et F l'événement « tomber sur face », alors : $p(P) = p(F) = \frac{1}{2} = 50\,\%$.*
- *Lors du lancé du dé, si on souhaite tomber sur ⚅, on devine qu'on a évidemment une chance sur 6. En appelant S l'événement « tomber sur 6 », on écrit alors : $p(S) = \frac{1}{6} \approx 17\,\%$.*

  Quelle est alors la probabilité de l'événement I « tomber sur un chiffre impair » ? vu que la moitié des chiffres sur un dé sont impairs (1; 3 et 5), on peut raisonnablement écrire que $p(I) = \frac{1}{2} = 50\,\%$.

Remarque

On peut constater que les événements sont toujours écrits entre guillemets lorsqu'ils sont définis, et la lettre attribuée permet souvent de mieux retenir l'événement en question…

Propriété

Lorsqu'on peut déterminer toutes les issues qui permettent de réaliser un événement A, alors sa probabilité est donnée par la formule :

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues réalisant } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

Remarque

À retenir : les probabilités seront donc des fractions de dénominateur 2 pour le lancé d'une pièce, 6 pour le lancé d'un dé, 32 pour un triage d'une carte dans un jeu de 32 cartes, …

Attention, il s'agit des fractions avant éventuelle simplification !

Exemple 1 : On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes (c'est donc bien une expérience aléatoire). Quelle est la probabilité des événements :

- *A : « la carte tirée est une dame » ?*

  ⇒ L'événement A est réalisé quand on tire la dame de cœur, la dame de pique, la dame de carreau ou la dame de trèfle. Cela fait donc 4 issues réalisant A sur un total de 32 :

  Donc $p(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 12,5\,\%$.

- *B : « la carte tirée est une figure rouge » ?*

  ⇒ L'événement B est réalisé quand on tire le roi de cœur, la dame de cœur, le valet de cœur, le roi de carreau, la dame de carreau ou le valet de carreau. Cela fait 6 issues réalisant B, toujours sur un total de 32 :

  Donc $p(B) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16} = 18,75\,\%$.

*Exemple 2 : On lance un dé **équilibré** (= non truqué) à six faces et on considère l'événement C : « obtenir un nombre pair ». Quelle est la probabilité de l'événement C ?*

⇒ L'événement C est réalisé lorsque l'on obtient la face 2, la face 4 ou la face 6, donc 3 issues réalisent C sur un total de 6. Donc $p(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\,\%$. Logique, la moitié des chiffres d'un dé sont pairs !

■ **Exercice 1 :** Une classe de 4e est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

1. Complète le tableau ci-contre.
2. On choisit au hasard un élève de cette classe.
   (a) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille ?
   (b) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit externe ?
   (c) Si cet élève est demi-pensionnaire, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

	Garçon	Fille	Total
Externe		3	
Demi-Pensionnaire	9	11	
Total			25

Solution :

2. (a) Issues possibles : 14 car il y a 14 filles au total
Total des issues : 25
Donc la probabilité que cet élève soit une fille est de $\frac{14}{25}$.

(b) Issues possibles : 5 car il y a 5 élèves externes
Total des issues : 25
Donc la probabilité que cet élève soit externe est de $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

(c) Issues possibles : 9 car il y a 9 garçons demi-pensionnaires
Total des issues : 20 car il y a 20 demi-pensionnaires
Donc la probabilité est de $\frac{9}{20}$.

1. Voici le tableau complété :

	Garçon	Fille	Total
Externe	2	3	5
Demi-Pensionnaire	9	11	20
Total	11	14	25

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	22, 23, 24 p. 178	5, 6, 7 p. 173 + 12 à 15 p. 175 + 25 à 30 p. 178 + 35, 36 p. 179

Définition

L'événement contraire d'un événement A (noté $\overline{A}$) est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.

Exemples :

- *L'expérience aléatoire est un lancé de dé à 6 faces.*
  Si l'événement A est « obtenir un nombre pair » l'événement $\overline{A}$ est « obtenir un nombre impair »
- *L'expérience aléatoire est tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.*
  Si l'événement B est « tirer un cœur », l'événement $\overline{B}$ est « tirer une carte qui n'est pas un cœur », ou encore « tirer un ♢, un ♠ ou un ♣ ».

Propriété

$p(A) + p(\overline{A}) = 1$ ce qui s'écrit aussi $p(A) = 1 - p(\overline{A})$ ou $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$.

Exemple : On considère l'expérience aléatoire : tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On note A l'événement « La carte tirée est une figure rouge » et B l'événement « La carte tirée n'est pas une figure rouge ».

Calcul de la probabilité de A : *A est réalisé quand on tire le roi de cœur, la dame de cœur, le valet de cœur, le roi de carreau, la dame de carreau ou le valet de carreau. Cela correspond à 6 issues possibles sur un total de 32, donc* $p(A) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$.

Calcul de la probabilité de B : *L'événement B est l'événement contraire de A (donc $B = \overline{A}$), on a donc :* $p(B) = p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{16}{16} - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$.

Remarque

Il peut souvent être judicieux de calculer la probabilité d'un événement en calculant d'abord la probabiltié de son événement contraire : c'est en général le cas quand l'événement contraire est plus facile à "dénombrer"…

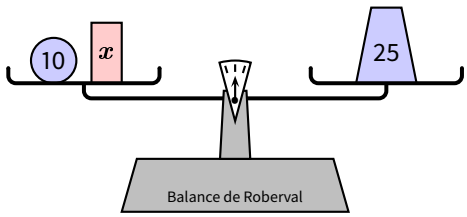
Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	31, 32 p. 178 + 37, 39 p. 179	21 p. 177 + 34, 40, 42, 43 p. 179 + 44 p. 181 (algo) + 67, 68 p. 184 (pb)

Chapitre 19

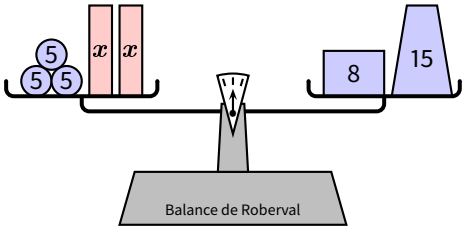
ÉQUATIONS

I — Introduction

Voici deux balances bien équilibrées. Sur chaque objet est indiquée sa masse en kg, connues ou inconnue. Peux-tu déterminer la masse de l'objet marqué par un x ?



Solution : Puisque $10 + 15 = 25$, on en déduit que l'objet rouge pèse 15 kg.



Solution : On remarque déjà qu'on a 3 objets de 5 kg à gauche, pesant autant que l'objet de 15 kg à droite : on peut donc les enlever sans déséquilibrer la balance. Les deux objets de masse inconnue qui restent à droite doivent donc peser 8 kg : ils pèsent chacun 4 kg.

Définitions

Une équation est une égalité contenant au moins un nombre inconnu, appelé l'inconnue et souvent noté x : $4x = 12$; $2 + x = 15$ ou encore $45 = 5x$ sont des équations. Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles pour l'inconnue. Ces valeurs sont les solutions de l'équation.

Remarque

Une égalité peut très bien être représentée par une balance de Roberval, ce qui fait que chaque équation peut être "dessinée". Cela peut grandement faciliter la compréhension des étapes de résolution d'une équation.

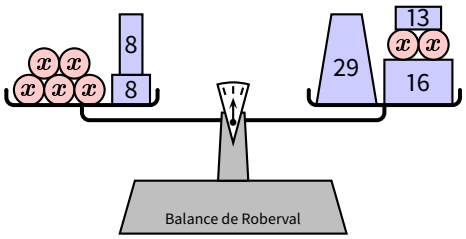
Cette activité nous permet d'énoncer une règle fondamentale pour résoudre les équations, règle qui sera *constamment* utilisée tout au long de ce chapitre et l'année prochaine aussi :

« Principe De La Balance (PDLB) »

Dans une équation, on peut effectuer l'opération que l'on veut d'un côté du « = », *du moment qu'on fait exactement la même chose de l'autre côté.*

Concrètement, on peut donc additionner un même nombre des deux côtés, mais aussi soustraire un même nombre, multiplier ou encore diviser par un même nombre.

Selon la complexité des équations, il y aura un ou plusieurs PDLB à utiliser à la suite. Nous commencerons par les équations faciles, mais avant d'entamer la résolution, saurais-tu trouver la solution de cette équation ?



II — Résolution d'équations

Méthode (RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS DE LA FORME $x + a = b$)

1er cas : résoudre l'équation $x + 2,8 = 4,7$.

Réponse :

❶ le but est d'avoir x seul : pour faire "disparaître" $+2,8$, on utilise l'opération $-2,8$

$$\begin{aligned} x + 2,8 &= 4,7 \\ x + 2,8 - 2,8 &= 4,7 - 2,8 \\ x &= 1,9. \end{aligned}$$

❷ quand on fait une opération d'un côté du "=", on doit faire la même de l'autre

❸ on calcule

La solution est $1,9$.

2e cas : résoudre l'équation $x - 2,3 = 7,1$.

Réponse :

❶ le but est d'avoir x seul : pour faire "disparaître" $-2,3$, on utilise l'opération $+2,3$

$$\begin{aligned} x - 2,3 &= 7,1 \\ x - 2,3 + 2,3 &= 7,1 + 2,3 \\ x &= 9,4. \end{aligned}$$

❷ quand on fait une opération d'un côté du "=", on doit faire la même de l'autre

❸ on calcule

La solution est $9,4$.

Exemple : Voici trois exemples, avec à chaque fois le PDLB mis en évidence :

Résoudre $x + 6,2 = 15,5$:

$$\begin{aligned} x + 6,2 &= 15,5 \\ x + 6,2 - 6,2 &= 15,5 - 6,2 \\ x &= 9,3. \end{aligned}$$

La solution est $9,3$.

Résoudre $x - 5 = 7,8$:

$$\begin{aligned} x - 5 &= 7,8 \\ x - 5 + 5 &= 7,8 + 5 \\ x &= 12,8. \end{aligned}$$

La solution est $12,8$.

Résoudre $x + 14 = 11$:

$$\begin{aligned} x + 14 &= 11 \\ x + 14 - 14 &= 11 - 14 \\ x &= -3. \end{aligned}$$

La solution est -3.

■ **EXERCICE 1 :** Résous les équations suivantes :

a) $x + 7,1 = 20,6$ b) $x - 1,4 = 12,3$ c) $x - 6 = -2$ d) $x + 13 = 8$

Solution : a) $x = 13,5$. b) $x = 13,7$. c) $x = 4$. d) $x = -5$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	7 p. 107

Méthode (RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS DE LA FORME $ax = b$)

1er cas : résoudre $11x = 264$.

❶ le but est d'avoir x seul : pour faire "disparaître" le nombre devant x, on divise par ce nombre

$$\begin{aligned} 11x &= 264 \\ \frac{11x}{11} &= \frac{264}{11} \\ x &= 24. \end{aligned}$$

❷ quand on fait une opération d'un côté du "=", on doit faire exactement la même de l'autre

❸ on calcule la valeur décimale du quotient

La solution est 24.

2e cas : résoudre $-3x = 7$.

le but est d'avoir x seul : pour faire "disparaître" le nombre devant x, on divise par ce nombre

$$\begin{aligned} -3x &= 7 \\ \frac{-3x}{-3} &= \frac{7}{-3} \\ x &= -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

le résultat ne se termine pas, on garde la fraction affichée sur la calculatrice

La solution est $-\frac{7}{3}$ (on recopie donc le résultat de la calculatrice *sans arrondir*).

Exemple : Voici trois exemples, avec à chaque fois le PDLB mis en évidence :

Résoudre $8x = 48$:

$$\begin{aligned} 8x &= 48 \\ \frac{8x}{8} &= \frac{48}{8} \\ x &= 6. \end{aligned}$$

La solution est 6.

Résoudre $7x = 30$:

$$\begin{aligned} 7x &= 30 \\ \frac{7x}{7} &= \frac{30}{7} \\ x &= \frac{30}{7}. \end{aligned}$$

La solution est $\frac{30}{7}$

Résoudre $-9x = 24$:

$$\begin{aligned} -9x &= 24 \\ \frac{-9x}{-9} &= \frac{24}{-9} \\ x &= -\frac{8}{3}. \end{aligned}$$

La solution est $-\frac{8}{3}$.

■ **Exercice 2 :** Résous les équations suivantes :

a) $2x = 14$ b) $4x = 30$ c) $11x = 35$ d) $-6x = 7$ e) $-8x = 72$.

Solution : a) $x = 7$ b) $x = \frac{15}{2} = 7,5$ c) $x = \frac{35}{11}$ d) $x = -\frac{7}{6}$ e) $x = -9$.

Méthode (résoudre les équations de la forme $ax + b = c$)

On veut résoudre l'équation $4x - 5 = 19$:

1re étape : on ne veut que des x à gauche du =

$$\begin{aligned} 4x - 5 &= 19 \\ 4x - 5 + 5 &= 19 + 5 \end{aligned}$$

on doit faire "disparaître" le "-5"

2e étape : on veut x tout seul

$$\begin{aligned} 4x &= 24 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{24}{4} \\ x &= 6. \end{aligned}$$

on simplifie par le nombre devant x

La solution est 6.

Exemple : Voici encore trois exemples, toujours avec les PDLB mis en évidence :

Résoudre $8x - 1 = 11$:

$$\begin{aligned} 8x - 1 &= 11 \\ 8x - 1 + 1 &= 11 + 1 \\ 8x &= 12 \\ \frac{8x}{8} &= \frac{12}{8} \\ x &= \frac{3}{2} \quad (= 1,5). \end{aligned}$$

La solution est 1,5.

Résoudre $5x + 3 = 38$:

$$\begin{aligned} 5x + 3 &= 38 \\ 5x + 3 - 3 &= 38 - 3 \\ 5x &= 35 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{35}{5} \\ x &= 7. \end{aligned}$$

La solution est 7.

Résoudre $7x + 2 = 10$:

$$\begin{aligned} 7x + 2 &= 10 \\ 7x + 2 - 2 &= 10 - 2 \\ 7x &= 8 \\ \frac{7x}{7} &= \frac{8}{7} \\ x &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

La solution est $\frac{7}{8}$.

■ **Exercice 3 :** Résous les équations suivantes :

a) $6x - 4 = 26$ b) $11x + 3 = 15$ c) $7x - 4 = 0$ d) $5x + 8 = 1$

Solution : a) $x = 5$ b) $x = \frac{12}{11}$ c) $x = \frac{4}{7}$ d) $x = -\frac{7}{5} = -1,4$.

■ **Exercice 4 :** Résous les équations suivantes :

a) $8x = 96$ b) $13x = 8$ c) $x + 10,4 = 20$ d) $x - 2,4 = 9,8$
e) $9x + 3 = 30$ f) $20x - 4 = 30$ g) $5x - 45 = 0$ h) $7x + 15 = 0$

Solution : a) $x = 12$ b) $x = \frac{8}{13}$ c) $x = 9,6$ d) $x = 12,2$ e) $x = 3$ f) $x = \frac{17}{10} = 1,7$ g) $x = 9$ h) $x = -\frac{15}{7}$.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
78, 79, 82, 83, 84, 86, 87 p. 104-105 du cours	26, 27 p. 110	13 p. 107 + 28 à 31 p. 110 + 51, 52, 58 p. 114 (pb)

III – Vérifier si un nombre est solution d'une équation

Certaines équations ne pourront pas être résolues par la méthode du PDLB. En attendant de savoir comment faire, le seul moyen est de "tester l'égalité" pour des valeurs de x jusqu'à ce qu'on trouve la bonne réponse.

■ **Exercice 5 :**

On a calculé l'expression $x^2 - 12$ pour différentes valeurs de x, voici les résultats obtenus :

x	$x^2 - 12$
-2	-8
-1	-11
0	-12
1	-11
2	-8
3	-3
4	4
5	13

Utilise le tableau pour trouver une solution de l'équation :

1. $x^2 - 12 = -3$.
2. $x^2 - 12 = 13$.
3. $x^2 - 12 = -8$.

Solution : 1. $x = 3$ 2. $x = 5$ 3. $x = -2$ ou $x = 2$.

On a calculé l'expression $2x^2 - 3x + 5$ pour différentes valeurs de x, voici les résultats obtenus :

x	$2x^2 - 3x + 5$
-2	19
-1	
0	
1	
2	7
3	14
4	25

Complète ce tableau, puis utilise-le pour trouver une solution de l'équation :

1. $2x^2 - 3x + 5 = 4$.
2. $2x^2 - 3x + 5 = 14$.
3. $10 = 2x^2 - 3x + 5$.

Solution : 1. $x = 1$ 2. $x = 3$ 3. $x = -1$.

Remarque

Certaines équations ne peuvent pas être résolues au collège, il faudra donc se contenter de tester l'égalité. Attention cependant car en général, il existe plusieurs solutions à ces équations : par exemple à gauche, on a aussi $x = -3$ dans la question 1, $x = -5$ dans la question 2; à droite, on trouve $x = 0,5$ pour la question 1 et $x = -1,5$ pour la question 2 !

Méthode (vérifier si un nombre est solution d'une équation)

1er cas (famille des x exclusivement à gauche) : On calcule le côté gauche en remplaçant chaque x par ce nombre, et on compare au nombre qui est à droite : si c'est le même, le nombre est solution.

2e cas (famille des x des deux côtés du "=") : On calcule en remplaçant chaque x par ce nombre dans les deux côtés *séparément* et on compare les deux résultats obtenus : s'ils donnent tous les deux le même résultat, alors ce nombre est solution.

Exemples 1 :

• Le nombre 2 est-il solution de l'équation $4x - 15 = 1$ *?*

$$4x - 15 = 4 \times 2 - 15 = 8 - 15 = -7 \neq 1.$$

Il n'y a pas égalité, donc 2 n'est pas solution de l'équation $4x - 15 = 1$.

• Le nombre 1 est-il solution de l'équation $3x + 2 = 5$ *?*

$$3x + 2 = 3 \times 1 + 2 = 3 + 2 = 5.$$

Il y a égalité, donc 1 est solution de l'équation $3x + 2 = 5$.

Exemple 2 : Le nombre 11 est-il solution de l'équation $4x + 15 = 6x - 7$ *?*

On calcule séparément (car il y a un x *de chaque côté du "=") :*

- D'une part, $4x + 15 = 4 \times 11 + 15 = 59$,

- D'autre part, $6x - 7 = 6 \times 11 - 7 = 59$.

Il y a égalité, donc 11 est solution de cette équation.

■ **Exercice 6 :**

1. Le nombre 5 est-il solution de l'équation $4x - 2 = 8$? Solution : non
2. Le nombre 6 est-il solution de l'équation $x^2 - 8 = 28$? Solution : oui
3. Le nombre 2 est-il solution de l'équation $4x - 1 = 3x + 1$? Solution : oui
4. Le nombre -3 est-il solution de l'équation $5x + 4 = 3x + 10$? Solution : non

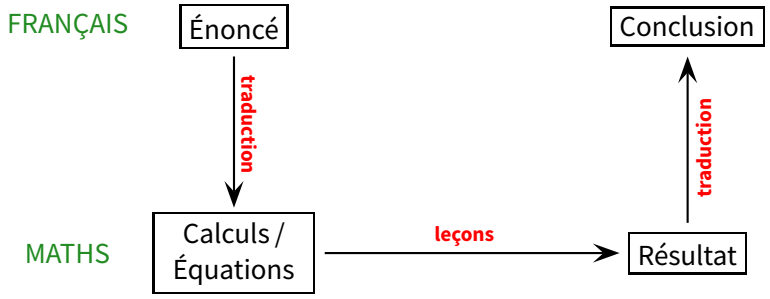
Remarque

La dernière équation est délicate pour ceux qui commettent encore des erreurs basiques de calculs. En effet, certains élèves écriraient que $5x + 4 = 5 \times (-3) + 4 = -15 + 4 = -19$ et $3x + 10 = 3 \times (-3) + 10 = -9 + 10 = -19$, ce qui est faux. Le premier calcul donne en réalité -11 et le second 1, qui sont différents.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
80, 81, 85 p. 104-105 du cours	–	3, 4 p. 105 + 22, 23, 24, 25 p. 110

IV – Mise en équation

Principe général de résolution d'un problème :



Ici la première traduction consiste en la "mise en équation", c'est-à-dire lire l'énoncé français, et au fur et à mesure de sa lecture, le traduire en langage mathématique afin de faire apparaître une équation qu'on saura résoudre.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
VIII.2 p. 105-106 du cours	21 p. 110 + 34, 35 p. 111	15 p. 109 + 36 à 40 p. 111 + 68 p. 116 (défi)

Statistiques

Chapitre 20

On a déjà vu l'année dernière comment lire/réaliser des représentations graphiques de données statistiques (tableaux, diagrammes et graphiques cartésiens), ainsi que les notions d'effectifs, fréquences et moyenne.

I — Rappels

1. Définitions

Définition

Lorsqu'on choisit une question à poser (par exemple : "quelle est ta couleur préférée ?") et qu'on la pose à une population (un ensemble de personnes choisies au préalable), les valeurs recueillies permettent d'établir une série statistique. Le nombre de personnes interrogées (et donc le nombre de valeurs recueillies) est appelé l'effectif total.

Une série statistique peut donc être quantitative (lorsque les valeurs recueillies représentent des nombres : taille, âge, masse, ...) ou qualitative (dans le cas contraire : couleurs, genre, marque, ...).
Pour une série quantitative, on appelle étendue la différence des valeurs extrêmes (étendue = max − min).

Remarques

- Une série statistique peut donc porter sur tout et n'importe quoi : le nombre d'élèves dans les classes, le nombres d'écrans à la maison, la couleur préférée, la marque du téléphone, l'accès ou non à internet, ...).
- Plus on interroge de personnes, meilleure sera la statistique.
- Une série statistique peut aussi être simulée par ordinateur, ce qui nous sera bien pratique pour quelques exercices...

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	24 p. 160	—

2. Moyenne pondérée

Définition

Pour une série statistique quantitative, on calcule la moyenne pondérée en additionnant tous les produits des valeurs par leur effectif, et on divise le résultat par l'effectif total. On la note $\overline{m}$.

Exemple : Un groupe d'amis consulte les dernières notes qu'ils ont reçues :

Note	*6*	*9*	*13*	*15*	*16*
Effectif	*2*	*1*	*3*	*2*	*1*

La moyenne pondérée est alors : $\overline{m} = \dfrac{6\times 2+9\times 1+13\times 3+15\times 2+16\times 1}{2+1+3+2+1} = \dfrac{106}{9} \approx 11,\underline{8}$.

Remarque

Ce n'est pas différent d'une moyenne "normale" vue les années précédentes : en effet, la note 6 a été obtenue deux fois, le 9 une fois, etc. On aurait donc pu calculer :

$$\overline{m} = \frac{6+6+9+13+13+13+15+15+16}{9} \approx 11,\underline{8}.$$

Lorsque les effectifs sont grands, il est plus judicieux d'utiliser la moyenne pondérée.

■ **Exercice 1 :** Calcule l'âge moyen des élèves du club de badminton du collège, sachant que :

Âge des élèves	11	12	13	14
Nombre d'élèves	3	8	11	8

Calcule l'âge moyen des élèves du club.

Solution : $\overline{m} = \dfrac{11 \times 3 + 12 \times 8 + 13 \times 11 + 14 \times 8}{3 + 9 + 11 + 7} = \dfrac{384}{30} = 12,8$. L'âge moyen est donc de 12,8 ans.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	16, 17, 18 p. 160	3, 4, 7, 8 p. 155 + 19 à 23 p. 160

3. Représentations graphiques (rappels)

Les tableaux (à double entrée)

Voici le tableau des médailles obtenues par les six premières nations lors des JO de Pékin :

	Or	Argent	Bronze	Total
Chine	51	21	28	100
U.S.A.	36	38	36	110
Russie	23	21	28	72
France	7	16	17	40
Espagne	5	10	3	18
Suisse	2	0	4	6

Compléter ce tableau puis répondre aux questions suivantes :

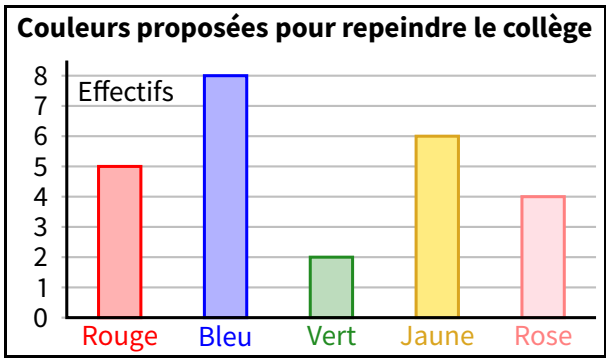
1. Qui a remporté le plus de médailles ?
2. Qui a remporté le plus de médailles d'or ?
3. Qui a remporté le plus de médailles d'argent ?
4. Qui a remporté le moins de médailles de bronze ?
5. Combien les pays européens de ce classement ont-ils remporté de médailles en tout ?

Les diagrammes en bâtons (ou histogrammes)

On a demandé à des élèves au hasard de quelle couleur ils voudraient que le collège soit repeint :

Couleur	Rouge	Bleu	Vert	Jaune	Rose
Effectif	5	8	2	6	4

Voici le diagramme en bâtons correspondant :

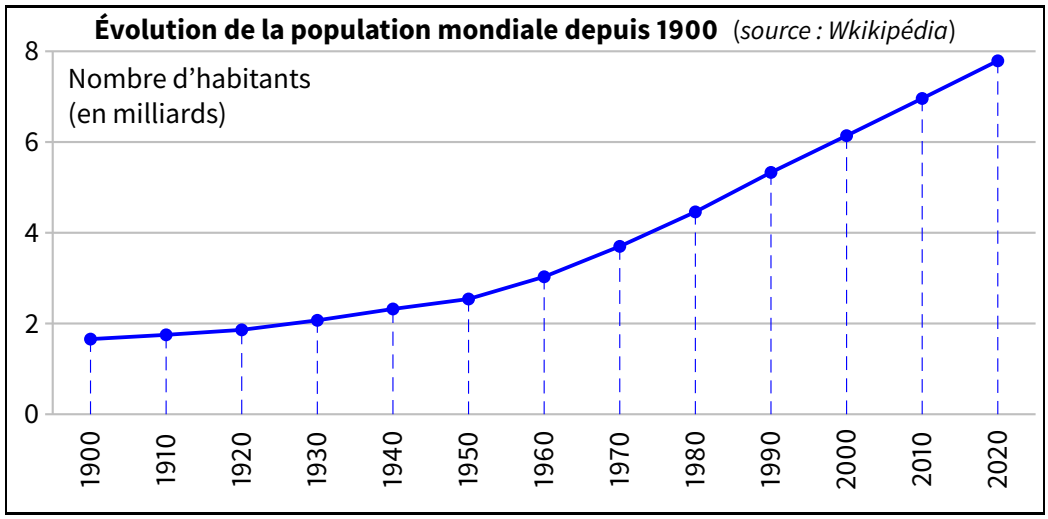


Les diagrammes circulaires (voir III)

En principe, des diagrammes semi-circulaires ont été vus, en tout cas des diagrammes utilisant des angles dont le total doit être inférieur à 180°.

Les graphiques cartésiens

Voici un graphique (cartésien) donnant l'évolution de la population mondiale depuis 1900 :



Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	31 p. 161	15 p. 159 + 35, 36 p. 161

II — Médiane

Définition

On appelle médiane d'une série statistique quantitative *ordonnée* un nombre qui sépare la série en deux groupes de même effectif. La médiane d'une série statistique est donc une valeur telle que 50% de l'effectif est en-dessous et 50% au-dessus.

ATTENTION !!!

Une médiane d'une série qualitative (pas des nombres) ne peut pas se calculer, et l'un des plus gros pièges dans la détermination d'une médiane est de ne pas trier la série ! Lorsque vous aurez affaire à une série statistique, il mieux vaut ranger tout de suite ses valeurs dans l'ordre croissant (et c'est aussi plus pratique pour ne pas se tromper dans l'étendue (= différence entre les valeurs extrêmes, vue en 6e).

Méthode (déterminer la médiane d'une série avec tableau (effectif total impair))

Voici une série statistique : 25 ; 12 ; 13 ; 20 ; 17 ; 9 ; 1 ; 15 ; 8 ; 23 et 14.

❶ On commence par trier la série, c'est-à-dire la ranger dans l'ordre croissant :

$$1\,;\,8\,;\,9\,;\,12\,;\,13\,;\,14\,;\,15\,;\,17\,;\,20\,;\,23 \text{ et } 25.$$

❷ On calcule la moitié de l'effectif total N, que l'on arrondit à l'unité : $\frac{N}{2} = \frac{11}{2} = 5,5\ red \approx\ 6.$

❸ Ce résultat nous donne la *underlineposition* de la médiane dans la série *triée* : il s'agit de la 6e valeur : $Me = 14.$

Méthode (déterminer la médiane d'une série avec de tableau (effectif total pair))

Voici une série statistique : 17 ; 25 ; 12 ; 13 ; 2 ; 20 ; 17 ; 9 ; 1 ; 15 ; 8 ; 23 ; 14 et 17.

❶ On commence par trier la série, c'est-à-dire la ranger dans l'ordre croissant :

$$1\,;\,2\,;\,8\,;\,9\,;\,12\,;\,13\,;\,14\,;\,15\,;\,17\,;\,17\,;\,17\,;\,20\,;\,23 \text{ et } 25.$$

❷ On calcule la moitié de l'effectif total N, qui tombera forcément sur un nombre entier vu que l'effectif est pair : $\frac{N}{2} = \frac{14}{2} = 7.$

❸ Ce résultat nous donne la *position* des deux nombres à utiliser (le 7e et le 8e) pour calculer la médiane : on calcule leur demi-somme (globalement leur "milieu") : la 7e valeur est 14 et la 8e est 15, donc

$$Me = \frac{14+15}{2} = \frac{29}{2} = 14,5.$$

Remarques

- Il peut très bien y avoir plusieurs fois la même valeur dans une série statistique, qu'on calcule se médiane (ou moyenne) ou pas.
- Pour un effectif impair, la médiane est forcément une valeur de la série, parce qu'une fois "enlevée", il reste un nombre pair de valeurs qu'on peut bien diviser en deux groupes de même effectif.
- Par contre, quand l'effectif est pair, la médiane se trouvera forcément *entre* deux valeurs. Il se peut donc que ce ne soit pas une valeur de la série. On la calcule en faisant la "demi-somme" des deux valeurs.
- Pour schématiser (APRÈS avoir trié la série) :

Effectif impair

1 ; 3 ; 4 ; 6 ; 6 ; 8 ; 10

3 valeurs — 3 valeurs

médiane

Effectif impair

1 ; 3 ; 4 | 6 ; 8 ; 10

3 valeurs — 3 valeurs

médiane : $\frac{6+4}{2} = 5$

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	25, 26 p. 161	11 p. 157 + 27, 28 p. 160 + 29, 30 p. 161 + 58 p. 167 (défi)

III — Diagramme circulaire

Définition

Dans un diagramme circulaire (ou diagramme semi-circulaire), chaque valeur est représentée par une part de disque (ou demi-disque) proportionnelle à son effectif.

Exemple : La famille d'un élève dépense 1 200 € *chaque mois, selon les proportions suivantes :*

Type	*Logement*	*Transport*	*Nourriture*	*Vêtements*	*Énergie*	*Loisirs*	*Total*
Dépense	*20 %*	*15 %*	*40 %*	*7 %*	*11 %*	*7 %*	*100 %*
Angle	*72°*	*54°*	*144°*	*25°*	*40°*	*25°*	*360°*

$\times 3,6$

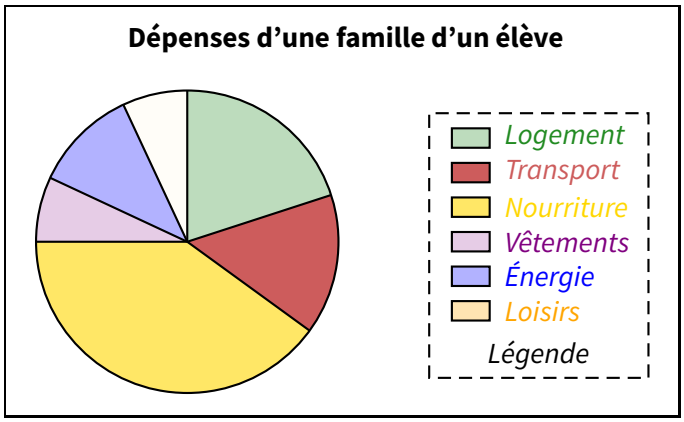
Remarque

Pour l'explication du lien permettant de passer d'une ligne à l'autre, surtout si on n'a pas les fréquences dont le total fait toujours 100%, on se réfèrera au chapitre "Proportionnalité (partie 1)", page 19.

Méthode (CONSTRUIRE UN DIAGRAMME CIRCULAIRE)

1. **Si nécessaire, on complète (par proportionnalité) le tableau des pourcentages en y ajoutant (si nécessaire) une ligne « Angles » et une colonne « Total ».**
2. **On trace un cercle (quelle que soit sa taille) et un premier rayon *vertical* ;**
3. **On construit l'angle pour la 1re catégorie du tableau (ici "Logement") : cela donne donc un 2e rayon ;**
4. **À partir de ce nouveau rayon, on trace l'angle correspondant à la catégorie suivante, dans le même sens que le premier angle ; puis on répète les étapes 3 et 4 jusqu'à l'*avant-dernière* catégorie ;**
5. **L'angle restant doit correspondre à la mesure de la dernière catégorie (ici 25° pour les "Loisirs").**
6. **On n'oublie pas d'identifier chaque partie, par exemple à l'aide d'une légende, ainsi que le titre !**

Exemple : On a tracé le diagramme circulaire qui correspond au tableau de l'exemple ci-dessus :



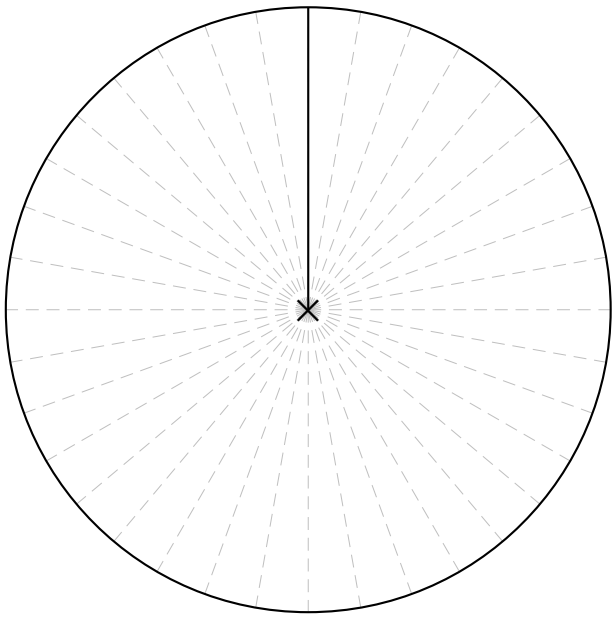
Remarques

- Pour ce graphique, encore plus que pour les autres, il faut impérativement dire « qui est qui », soit en écrivant dans les portions, soit en écrivant à l'extérieur des portions (on peut aussi faire un mix des deux), ou alors on choisit de faire une légende comme ici. D'autres informations peuvent évidemment apparaitre : on aurait par exemple pu rajouter les pourcentages à l'intérieur des portions ou à côté des catégorie dans la légende, mais ce n'est pas obligatoire.
- Il n'y aura pas toujours les % dans le tableau, on ne pourra donc pas toujours utiliser le lien "pourcent $\times 3,6 =$ angle". Si ce sont les effectifs qui sont donnés, le total sera fait de sorte qu'un lien vers les angles puisse facilement être trouvé (par exemple, si le total des effectifs vaut 120, alors on fera $120 \times 3 = 360$ pour passer à la ligne des angles.
- Au pire, le produit en croix (voir p. 22) permettra toujours de compléter le tableau si le lien entre l'effectif total et 360° ne saute pas aux yeux !

■ **Exercice 2 :** Dans un club, la répartition des sports est la suivante :

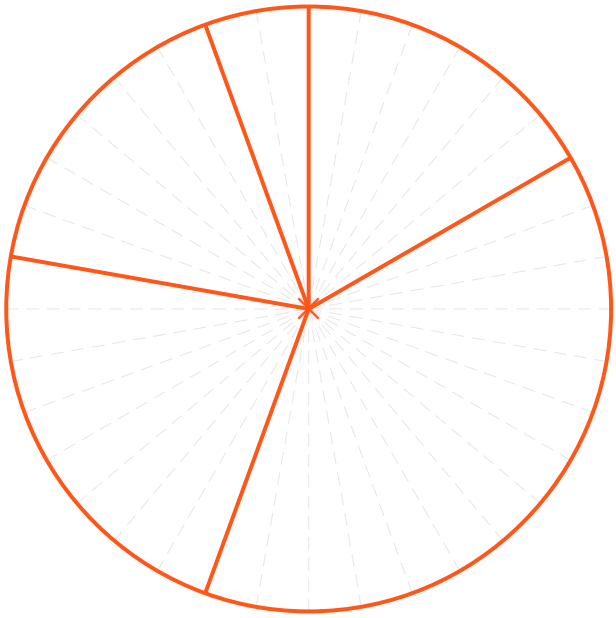
Sport	Basket	Foot	Hand	Rugby	Volley	Total
Nombre	15	35	20	15		90
Angle (en °)						

1. Complète le tableau ci-dessus.
2. Complète *au mieux* le diagramme circulaire ci-dessous correspondant à cette répartition, sachant qu'il est gradué tous les 10° (= deux traits en pointillés qui se suivent forment un angle de 10 °) :



Solution : Voici le tableau complété puis directement le diagramme fait :

Sport	Basket	Foot	Hand	Rugby	Volley	Total
Nombre	15	35	20	15	5	90
Angle (en °)	60	140	80	60	20	360



Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	32 p. 161	34, 37 p. 161 + 38 p. 163 (algo) + 44 p. 164 (pb)

Tables de multiplication

Annexe A

Table de 1 :	***Table de 2 :***	***Table de 3 :***	***Table de 4 :***
$1 \times 0 = 0$	$2 \times 0 = 0$	$3 \times 0 = 0$	$4 \times 0 = 0$
$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$
$1 \times 10 = 10$	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$	$4 \times 10 = 40$

Table de 5 :	***Table de 6 :***	***Table de 7 :***	***Table de 8 :***
$5 \times 0 = 0$	$6 \times 0 = 0$	$7 \times 0 = 0$	$8 \times 0 = 0$
$5 \times 1 = 5$	$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$
$5 \times 2 = 10$	$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$
$5 \times 3 = 15$	$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$
$5 \times 4 = 20$	$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$
$5 \times 5 = 25$	$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$
$5 \times 6 = 30$	$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$
$5 \times 7 = 35$	$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$
$5 \times 8 = 40$	$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$
$5 \times 9 = 45$	$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$
$5 \times 10 = 50$	$6 \times 10 = 60$	$7 \times 10 = 70$	$8 \times 10 = 80$

Table de 9 :	***Table de 10 :***	***Table de 11 :***	***Table de 12 :***
$9 \times 0 = 0$	$10 \times 0 = 0$	$11 \times 0 = 0$	$12 \times 0 = 0$
$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$	$11 \times 1 = 11$	$12 \times 1 = 12$
$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$	$11 \times 2 = 22$	$12 \times 2 = 24$
$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$	$11 \times 3 = 33$	$12 \times 3 = 36$
$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$	$11 \times 4 = 44$	$12 \times 4 = 48$
$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$	$11 \times 5 = 55$	$12 \times 5 = 60$
$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$	$11 \times 6 = 66$	$12 \times 6 = 72$
$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$	$11 \times 7 = 77$	$12 \times 7 = 84$
$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$	$11 \times 8 = 88$	$12 \times 8 = 96$
$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$	$11 \times 9 = 99$	$12 \times 9 = 108$
$9 \times 10 = 90$	$10 \times 10 = 100$	$11 \times 10 = 110$	$12 \times 10 = 120$

Table des carrés parfaits et racines carrées associées :

$\square^2$ (

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\sqrt{x}$
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	x

) $\sqrt{\square}$

Exercices de base

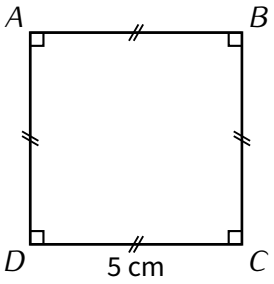
Annexe **B**

Sauf mention contraire, les 97 exercices de cette annexe sont à faire dans ton cahier. Certains d'entre eux ont déjà été travaillés pendant l'année, dans le cadre des chapitres de ce manuel.

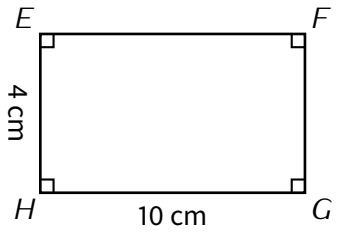
I — Calculs d'aire

■ **Exercice 1 :** Calcule l'aire de chacune des figures suivantes :

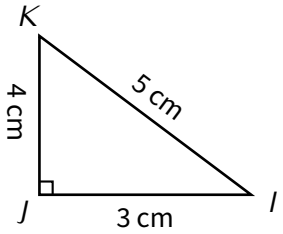
a)



b)

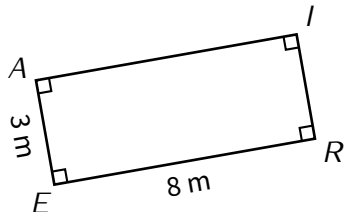


c)

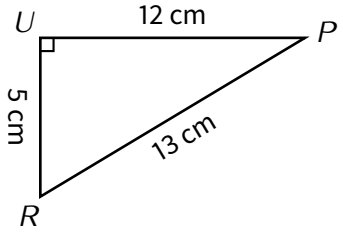


■ **Exercice 2 :** Calcule l'aire (éventuellement arrondie au dixième si nécessaire) de chacune des figures suivantes :

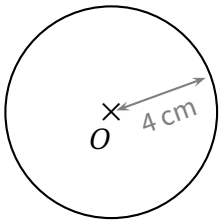
a)



b)

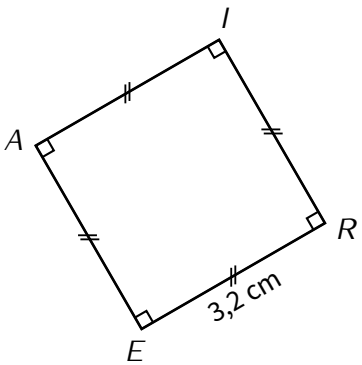


c)

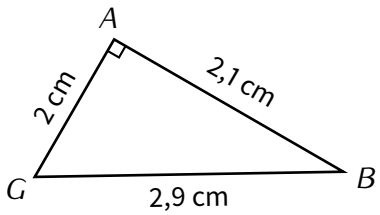


■ **Exercice 3 :** Calcule l'aire (éventuellement arrondie au dixième si nécessaire) de chacune des figures suivantes :

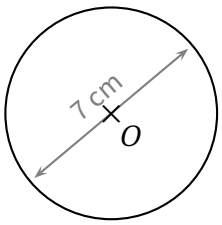
a)



b)

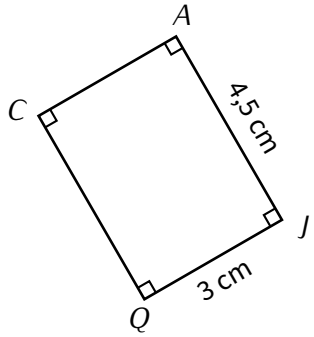


c)

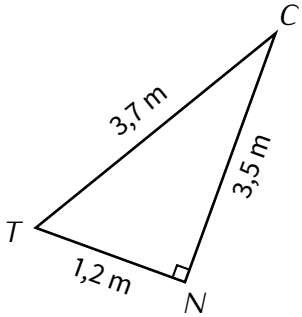


■ **Exercice 4 :** Calcule l'aire (éventuellement arrondie au dixième si nécessaire) de chacune des figures suivantes :

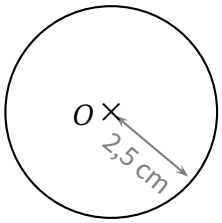
a)



b)

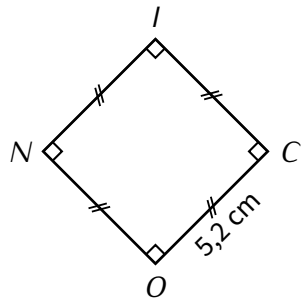


c)

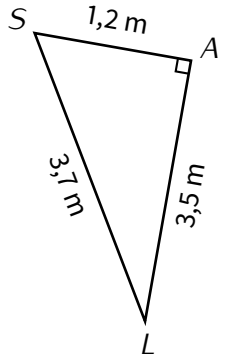


■ **Exercice 5 :** Calcule l'aire (éventuellement arrondie au dixième si nécessaire) de chacune des figures suivantes :

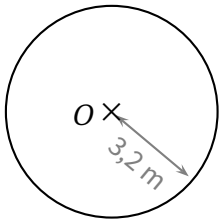
a)



b)

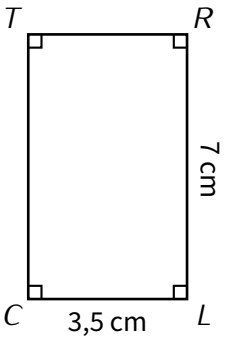


c)

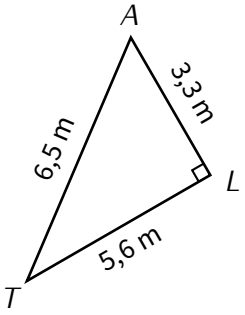


■ **Exercice 6 :** Calcule l'aire (éventuellement arrondie au dixième si nécessaire) de chacune des figures suivantes :

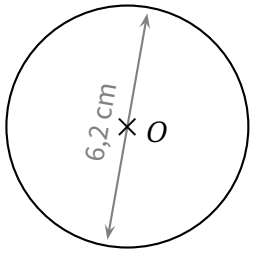
a)



b)

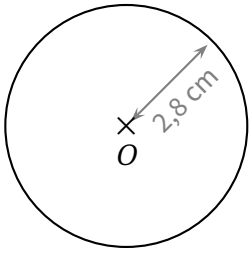


c)

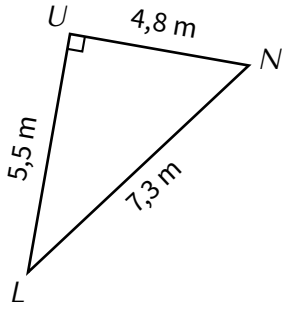


■ **Exercice 7 :** Calcule l'aire (éventuellement arrondie au dixième si nécessaire) de chacune des figures suivantes :

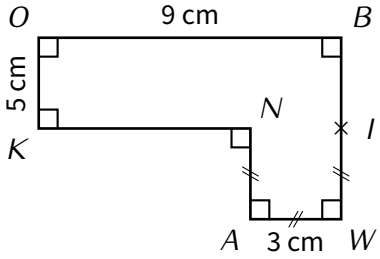
a)



b)

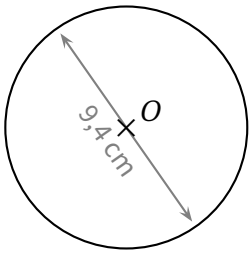


c)

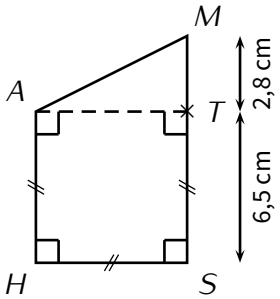


■ **Exercice 8 :** Calcule l'aire (éventuellement arrondie au dixième si nécessaire) de chacune des figures suivantes :

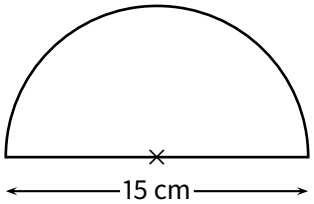
a)



b)



c)

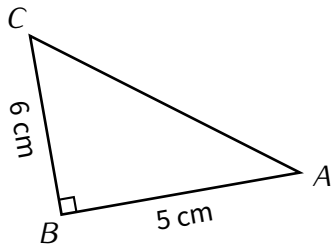


II — Théorème de Pythagore

1. Théorème direct

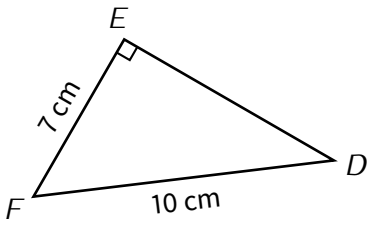
■ **Exercice 9 :**

a)



Calcule AC (arrondi au dixième de cm)

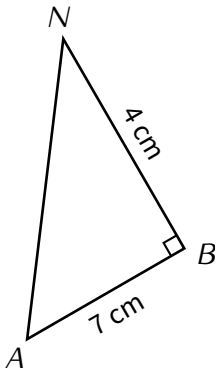
b)



Calcule ED (arrondi au dixième de cm)

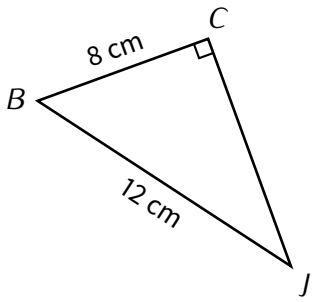
■ **Exercice 10 :**

a)



Calcule AN (arrondi au dixième de cm)

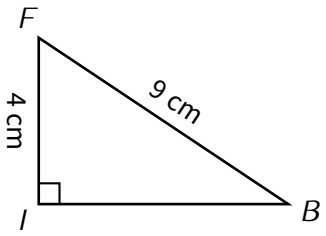
b)



Calcule CJ (arrondi au dixième de cm)

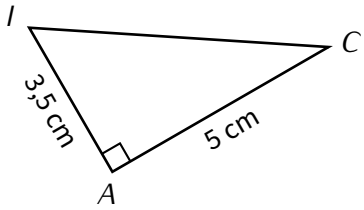
■ **Exercice 11 :**

a)



Calcule IB (arrondi au dixième de cm)

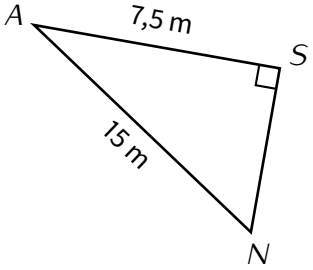
b)



Calcule IC (arrondi au dixième de cm)

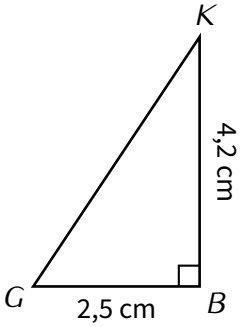
■ **Exercice 12 :**

a)



Calcule ON (arrondi au dixième de m)

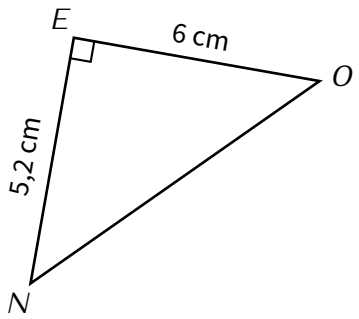
b)



Calcule GK (arrondi au dixième de cm)

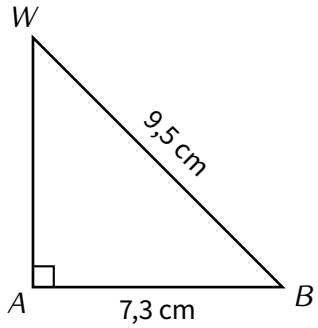
■ **Exercice 13 :**

a)



Calcule ON (arrondi au dixième de cm)

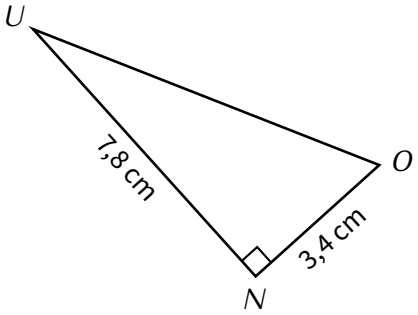
b)



Calcule WA (arrondi au dixième de cm)

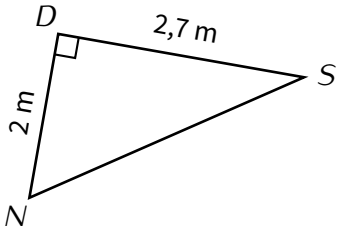
■ **Exercice 14 :**

a)



Calcule OU (arrondi au dixième de cm)

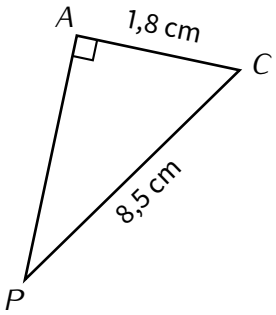
b)



Calcule DN (arrondi au dixième de m)

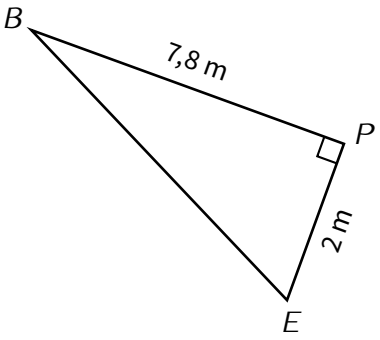
■ **Exercice 15 :**

a)



Calcule OU (arrondi au dixième de cm)

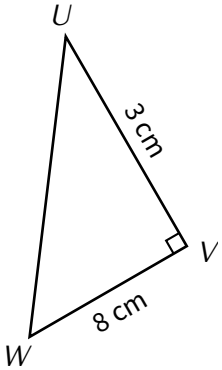
b)



Calcule DN (arrondi au dixième de m)

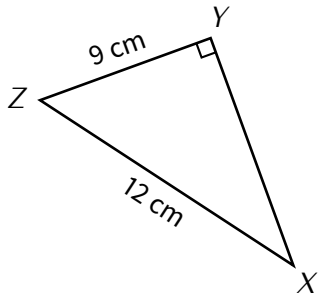
■ **Exercice 16 :**

a)



Calcule UW (arrondi au dixième de cm)

b)

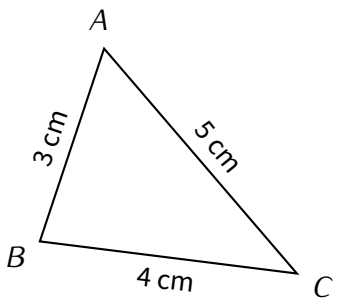


Calcule XY (arrondi au dixième de cm)

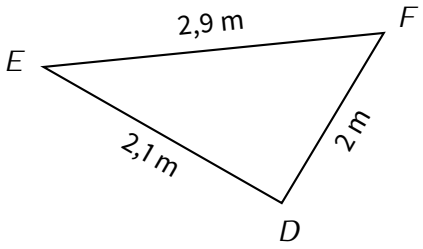
2. Réciproque et contraposée

■ **Exercice 17 :** Montre que les triangles suivants sont rectangles :

a)

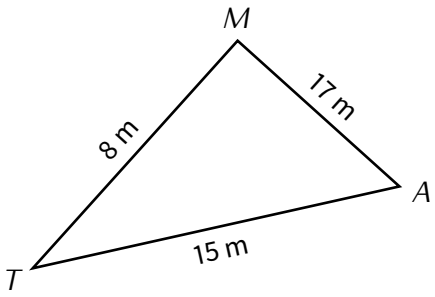


b)

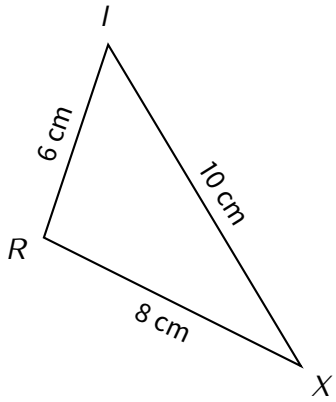


■ **Exercice 18 :** Montre que les triangles suivants sont rectangles :

a)

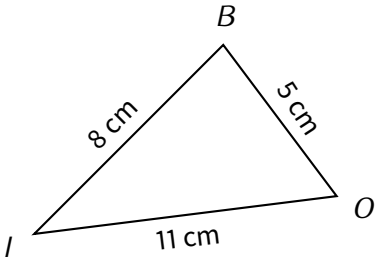


b)

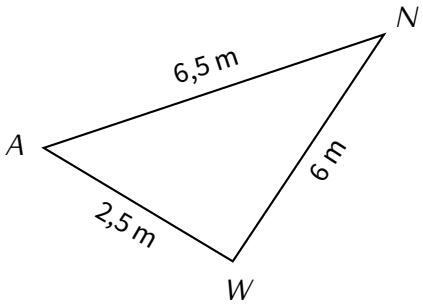


■ **Exercice 19 :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

a)

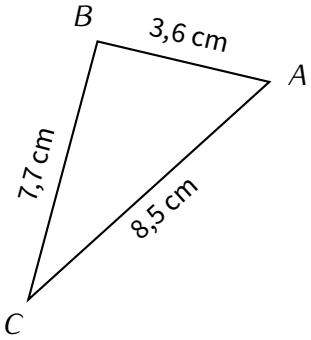


b)

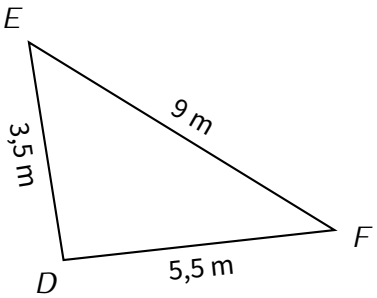


■ **Exercice 20 :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

a)

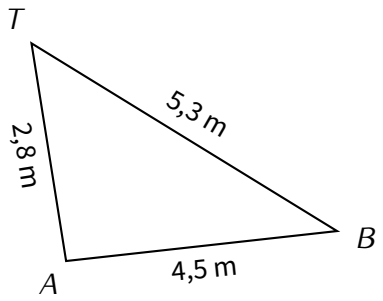


b)

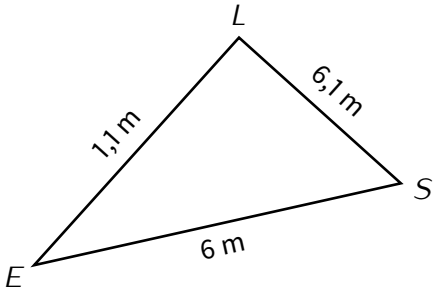


■ **Exercice 21 :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

a)

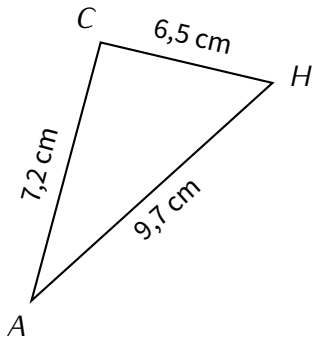


b)

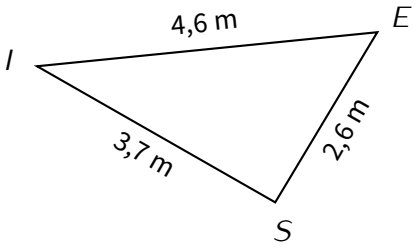


■ **Exercice 22 :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

a)

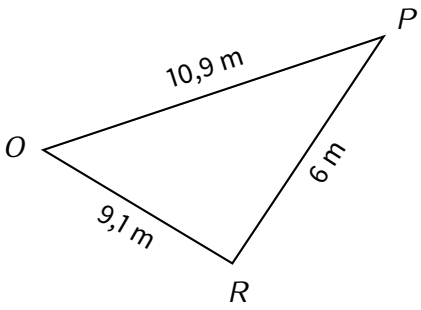


b)

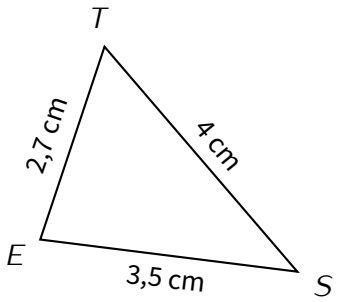


■ **Exercice 23 :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

a)

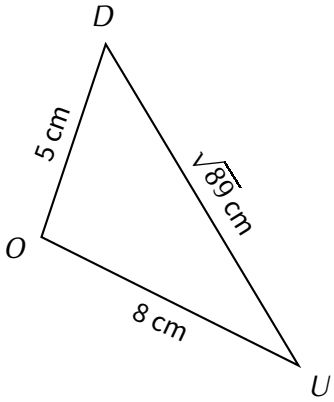


b)

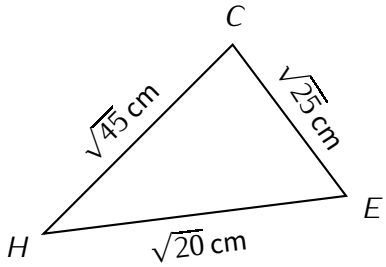


■ **Exercice 24 :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

a)



b)



III — Substituer & réduire

1. Substituer

■ **Exercice 25 :**

1. Calcule $A = 7x + 1$ pour $x = 5$.
2. Calcule $B = x^2 + 5x - 1$ pour $x = 2$.
3. Calcule $C = 3x^2 - 7$ pour $x = -4$.
4. Calcule $D = 4x^2 - 6x + 10$ pour $x = -1$.

■ **Exercice 26 :**

1. Calcule $A = 9a - 4$ pour $a = 2$.
2. Calcule $B = 10x^2 + 1$ pour $x = -1$.
3. Calcule $C = 2x^2 - 4x + 6$ pour $x = 3$.
4. Calcule $D = 6x^2 + 8x - 10$ pour $x = -2$.

■ **Exercice 27 :**

1. Calcule $A = 7 - 6a$ pour $a = 5$.
2. Calcule $B = 4x^2 - 14$ pour $x = -3$.
3. Calcule $C = 9x^2 + 5x - 4$ pour $x = 2$.
4. Calcule $D = 3x^2 - 7x + 1$ pour $x = -10$.

■ **Exercice 28 :**

1. Calcule $A = 11 - 7a$ pour $a = 3$.
2. Calcule $B = 12 - 6x^2$ pour $x = -1$.
3. Calcule $C = 8x^2 - 10x + 15$ pour $x = 2$.
4. Calcule $D = 2x^2 + 5x - 6$ pour $x = -3$.

■ **Exercice 29 :**

1. Calcule $A = 11a + 7$ pour $a = 6$.
2. Calcule $B = 7b^2 - 9$ pour $b = -2$.
3. Calcule $C = 10c^2 + 3c - 15$ pour $c = 3$.
4. Calcule $D = 4d^2 - 5d + 1$ pour $d = -1$.

■ **Exercice 30 :**

1. Calcule $A = 23a - 17$ pour $a = 2$.
2. Calcule $B = 10b^2 - 50$ pour $b = -3$.
3. Calcule $C = 4c^2 - c + 14$ pour $c = 2$.
4. Calcule $D = 2d^2 + 3d + 8$ pour $d = -5$.

■ **Exercice 31 :** L'énergie E (en Wh) consommée par des radiateurs de puissance P (en W), pendant un temps t (en h), est donnée par la relation :

$$E = P \times t.$$

1. Calcule en Wh, l'énergie E (en Wh) consommée par un radiateur de 900 W pendant 8 heures.
2. On prend un radiateur de 900 W. Recopie et complète le tableau suivant :

Durée t (en h)	0	8		20
Énergie E (en Wh)			13 500	

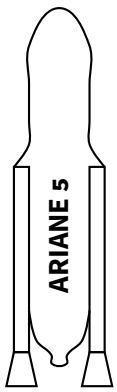
■ **Exercice 32 :** La fusée Ariane 5 est un lanceur européen qui permet de placer des satellites en orbite autour de la Terre. La vitesse de libération est la vitesse qu'il faut donner à un objet pour qu'il puisse échapper à l'attraction d'une planète.

Cette vitesse, notée **V**, se calcule grâce à la formule suivante :

$$\mathbf{V} = \sqrt{\frac{13,4 \times 10^{-11} \times M}{r + h}}, \text{ où :}$$

- ◇ M est la masse de la planète en kg (pour la Terre, on a : $M = 6 \times 10^{24}$ kg),
- ◇ r est son rayon en m (pour la Terre, on a : $r = 6,4 \times 10^6$ m),
- ◇ h est l'altitude de l'objet en m.

V est alors exprimée en m/s.



Ariane 5 libère un satellite de télécommunication à une altitude $h = 1,9 \times 10^6$ mètres.

1. Calculer $r + h$.
2. Quelle doit être la vitesse de la fusée à cette altitude ? On arrondira au m/s près.

2. Réduire

■ **Exercice 33 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 4x^2 + 5x + 11 + 9x^2 + 3x + 1$ $\quad$ $B = 7x^2 + 8x - 5 + 3x^2 + 2x - 10$

$C = 10x^2 + 9x - 4 + 6x^2 - 2x + 11$ $\quad$ $D = 12x^2 + 4x - 7 + 3x^2 - 9x + 10$

■ **Exercice 34 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 15x^2 + 9x + 4 + x^2 + x + 7$ $\quad$ $B = 5x^2 + 4x + 7 + 3x^2 - 2x - 5$

$C = 6x^2 - 10x + 7 + 12x^2 - 8x - 1$ $\quad$ $D = 20x^2 + 6x - 3 - 14x^2 - 10x + 8$

■ **Exercice 35 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 2x^2 + 7x + 4 + x$ $\quad$ $B = 9x^2 + 5x - 7 + 6x^2 + 2x - 1$

$C = 13x^2 - 5x + 4 - 2x^2 - 3x + 7$ $\quad$ $D = 30x^2 - 7x + 2 - 23x^2 + 10x - 5$

■ **Exercice 36 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 2a^2 + 8a + 9 + 4 + 3a^2 + 5a + 7$ $\quad$ $B = 20b^2 + 6b - 4 + 30b^2 + 14b - 10$

$C = 8x^2 - 5x + 4 + 2x^2 - 3x - 1$ $\quad$ $D = 14x^2 + 6x - 9 - 8x^2 - 7x + 15$

■ **Exercice 37 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = a^2 + 14a + 3 + a + 8$ $\quad$ $B = 7b^2 - 5b + 1 - 4b^2 - 3b + 7$

$C = 12c^2 + 7c + 6 - 3c^2 + 4c - 8$ $\quad$ $D = 15d^2 - 6d + 2 - 10d^2 + 9d - 7$

■ **Exercice 38 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 20a^2 + a + 7 + 4a + 9$ $\quad$ $B = 10b^2 + 4b + 7 - 6b^2 - 3b - 2$

$C = 14c^2 + 3c - 4 - 10c^2 + 8c - 5$ $\quad$ $D = 10d^2 + 8d - 4 - 7d^2 - 11d + 9$

■ **Exercice 39 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = a^2 + 4a + a^2 + a - 8$ $\quad$ $B = 17b^2 + 5b + 9 - 7b^2 - 3b + 4$

$C = 6c^2 + 7c - 1 + 5c^2 - 4c - 8$ $\quad$ $D = 4d^2 - 6d + 2 - 7d^2 + 8d - 10$

■ **Exercice 40 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 7a^2 + 5a + 10 + 4a^2 + 2$ $\quad$ $B = 9b^2 + 4b - 6b^2 + b - 11$

$C = 20c^2 - 14c + 6 - 10c^2 + 4c - 3$ $\quad$ $D = 7d^2 + d - 8 - 9d^2 - 5d + 10$

■ **Exercice 41 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 5a^2 + 4a + 1 + a^2 + a$ $\quad$ $B = 7b^2 + 5b - 4 - 3b^2 - 2b$

$C = 15c^2 + 9c - 4 - 12c^2 + 3c - 5$ $\quad$ $D = 4d^2 - 7d + 3 - d^2 + 9d - 8$

■ **Exercice 42 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = a^2 + a + 14 + 6a^2 + 8$ $\quad$ $B = 8b^2 + 7b - 6 - 5b^2 + 3b$

$C = 13c^2 + 7c - 4 - 10c^2 - 8$ $\quad$ $D = 5d^2 + 9d - 1 - 8d^2 - 12d + 6$

■ **Exercice 43 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 9a^2 + 5a - 8 + 6a^2 + a$ $\quad$ $B = 21b^2 + 16b + 14 - 15b^2 - 10b - 11$

$C = 7c^2 - 9c + 4 - 3c^2 - 2c - 2$ $\quad$ $D = 2d^2 - 5d + 7 - 6d^2 + 8d - 11$

■ **Exercice 44 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 23a^2 - 17 + 13a + a^2 + a$ $\quad$ $B = 10b^2 + 7b - 4 - 8b^2 + 3b - 1$

$C = 14c^2 - 7c + 9 - 4c^2 - 4c - 10$ $\quad$ $D = 2d^2 - 4d + 5 - 7d^2 - 8d - 15$

■ **Exercice 45 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 20a^2 - 5a + 7 + a^2 + 8$ $\quad$ $B = 17b^2 - 10b + 8 - 5b^2 - 2b + 3$

$C = 8c^2 + 3c - 7 + 2c^2 - c + 12$ $\quad$ $D = 4d^2 + 6d - 3 + 8d^2 - 10d + 7$

■ **Exercice 46 :** Réduis les expressions suivantes :

$A = 5a - 10a^2 + 4 + a + 8$ $\qquad$ $B = 9b^2 + 6b + 14 - 6b^2 - 2b - 10$

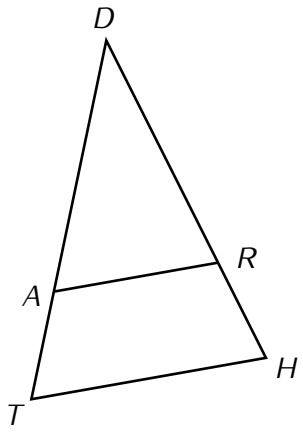
$C = 15c^2 - 7c + 4 - c^2 - 8c + 3$ $\qquad$ $D = d^2 - 9d + 3 - 8d^2 + 12d - 7$

IV — Théorème de Thalès

■ **Exercice 47 :**

a)

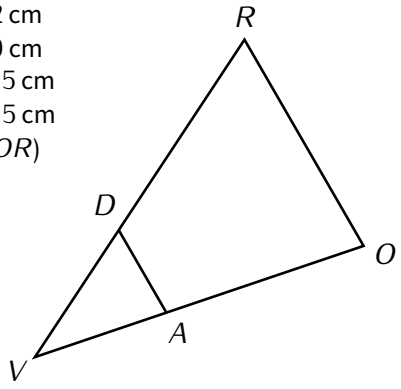
Données :
$DT = 8$ cm
$DH = 10$ cm
$TH = 7$ cm
$DR = 6$ cm
$(AR) \parallel (TH)$



Calcule DA.

b)

Données :
$VR = 12$ cm
$RO = 10$ cm
$VO = 8,5$ cm
$VD = 4,5$ cm
$(AD) \parallel (OR)$

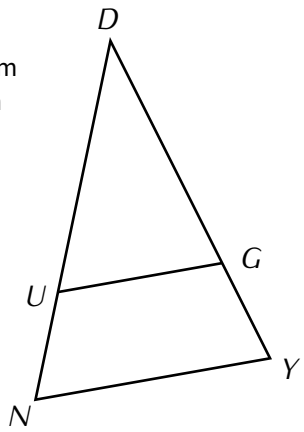


Calcule AD (arrondi au dixième de cm).

■ **Exercice 48 :**

a)

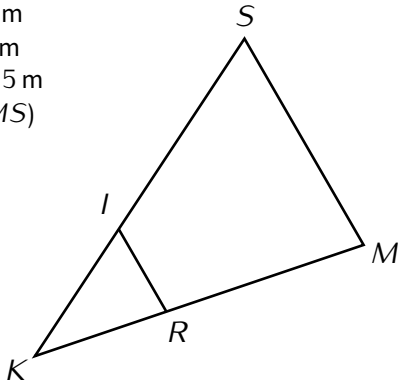
Données :
$DY = 10$ cm
$DN = 11,5$ cm
$NY = 6,5$ cm
$DU = 6$ cm
$(UG) \parallel (NY)$



Calcule DG (arrondi au millimètre près).

b)

Données :
$KS = 5$ m
$KM = 6$ m
$MS = 4$ m
$KR = 2,5$ m
$(IR) \parallel (MS)$

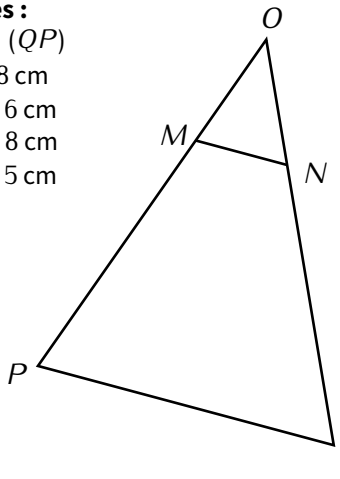


Calcule IR (arrondi au millimètre près).

■ **Exercice 49 :**

a)

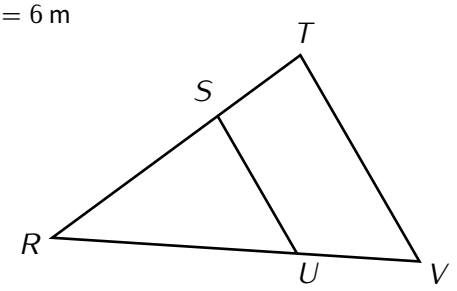
Données :
$(MN) \parallel (QP)$
$OM = 8$ cm
$OP = 16$ cm
$OQ = 18$ cm
$PQ = 15$ cm



Calcule MN.

b)

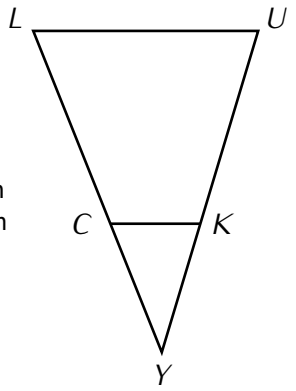
Données :
$(US) \parallel (TV)$
$RU = 8,5$ m
$RV = 12$ m
$TV = 9,5$ m
$RT = 6$ m



Calcule RS (arrondi au dixième de m).

■ **Exercice 50 :**

a)

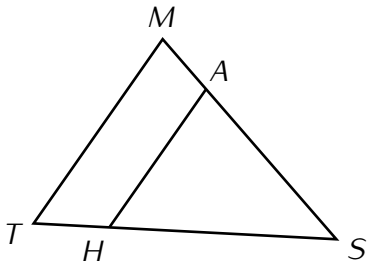


Données
$YC = 5,2$ cm
$YK = 6,2$ cm
$LU = 8,4$ cm
$YL = 12$ cm
$(CK) \parallel (LU)$

Calcule YU (arrondi au dixième de cm).

b)

Données :
$SA = 18$ cm ; $SM = 24$ cm
$ST = 26$ cm ; $MT = 16$ cm
$(AH) \parallel (MT)$

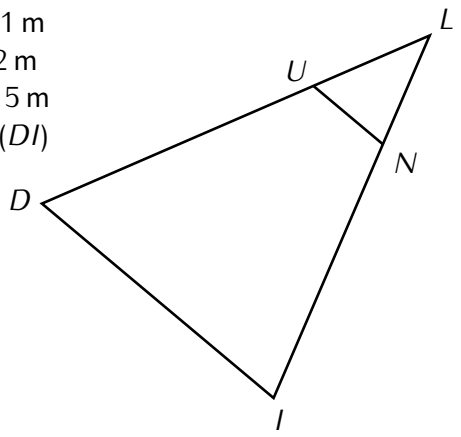


Calcule SH.

■ **Exercice 51 :**

a)

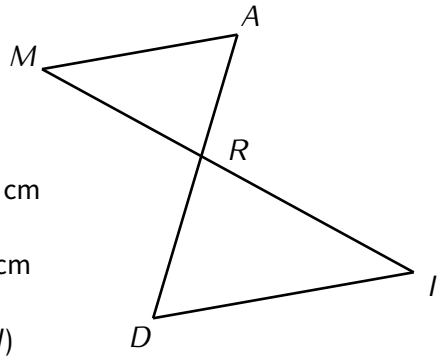
Données :
$DL = 8,5$ m
$DI = 5,1$ m
$LI = 8,2$ m
$UL = 3,5$ m
$(UN) \parallel (DI)$



Calcule UN.

b)

Données :
$MR = 4,5$ cm
$RI = 5$ cm
$AR = 2,5$ cm
$ID = 6$ cm
$(MA) \parallel (DI)$

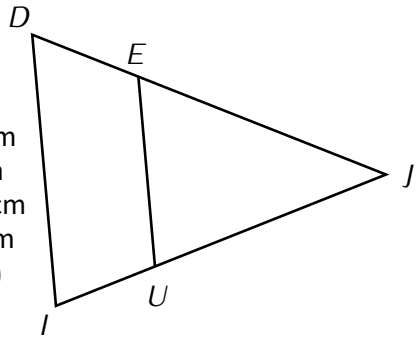


Calcule RD (arrondi au dixième de cm).

■ **Exercice 52 :**

a)

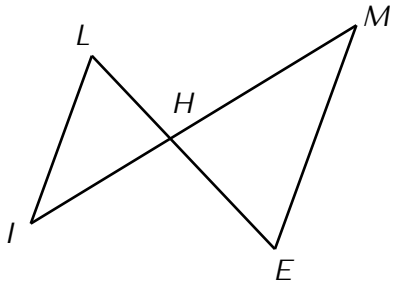
Données :
$JD = 6,4$ cm
$JI = 5,8$ cm
$EU = 2,8$ cm
$JE = 2,5$ cm
$(UE) \parallel (DI)$



Calcule UJ puis ID (arrondis au millimètre près).

b)

Données :
$HE = 3,4$ m et $HM = 4,8$ m
$LH = 1,6$ m et $(MA) \parallel (DI)$

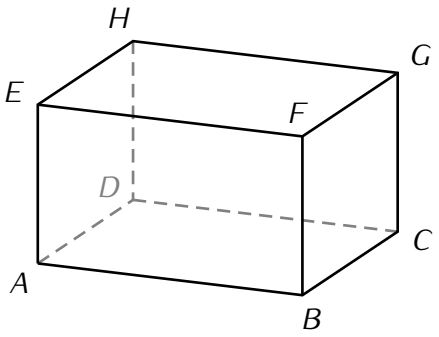


Calcule IH (arrondi au millimètre près).

V — Calcul de volume

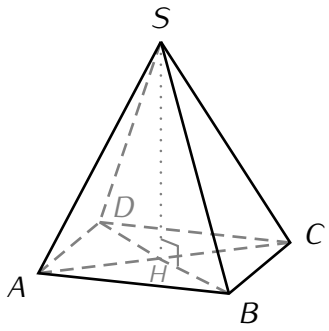
■ **Exercice 53 :** Calcule le volume des solides suivants :

a)



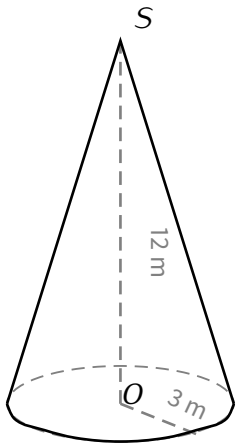
$ABCDEFGH$ est un pavé droit tel que : $AB = 11$ cm, $BC = 6$ cm et $AE = 5$ cm.

b)



$SABCD$ est une pyramide à base rectangulaire telle que :
- $AB = 5$ cm et $AD = 3$ cm,
- $SH = 8$ cm.

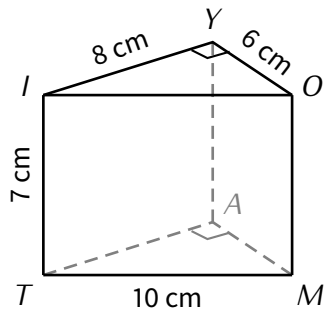
c)



Arrondis au m^3.

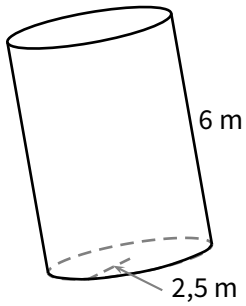
■ **Exercice 54 :** Calcule le volume des solides suivants :

a)

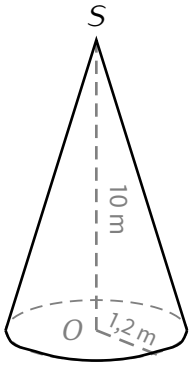


$TAMIYO$ est un prisme droit.

b)



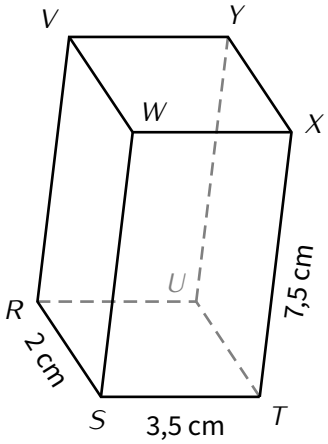
c)



Arrondis au m^3

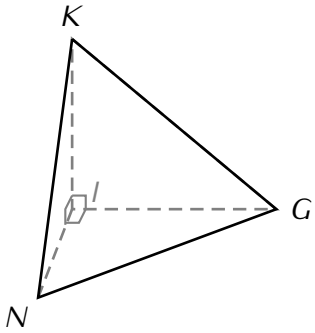
■ **Exercice 55 :** Calcule le volume des solides suivants :

a)



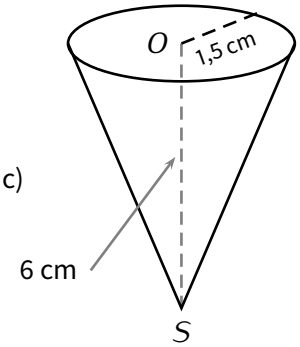
$RSTUVWXY$ est un pavé droit.

b)



$KING$ est une pyramide à base triangulaire telle que :
- $KI = 6$ cm ; $NG = 5$ cm ;
- $IN = 4$ cm ; $IG = 3$ cm.

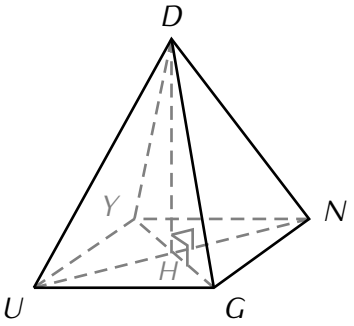
c)



Arrondis au cm^3.

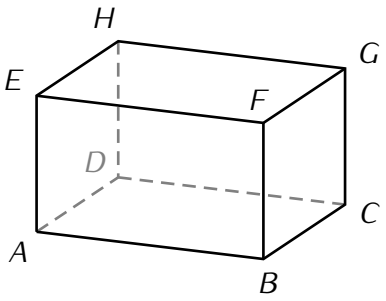
■ **Exercice 56 :** Calcule le volume, arrondi au dixième si nécessaire, des solides suivants :

a)



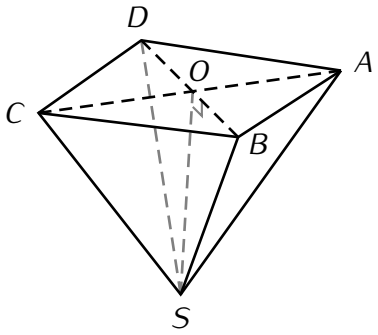
$DUGNY$ est une pyramide à base carrée $UGNY$ telle que : $UG = 6,5$ cm et $DH = 8,2$ cm.

b)



$ABCDEFGH$ est un pavé droit tel que $AB = 7,5$ m, $BC = 3,2$ m et $AE = 5,5$ m.

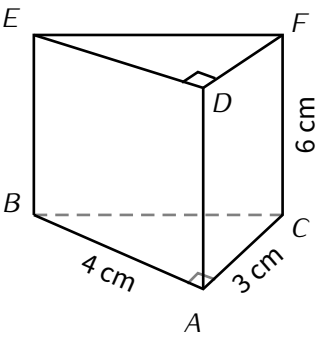
c)



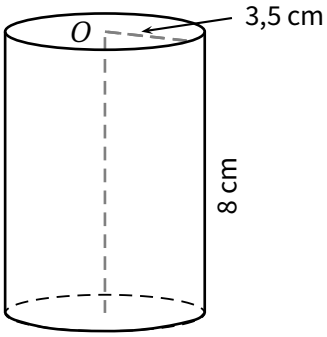
$ABCD$ est un rectangle tel que $CD = 5$ cm et $AD = 8$ cm.
La hauteur de la pyramide $[SO]$ mesure 7 cm.

■ **Exercice 57 :** Calcule le volume, arrondi au dixième si nécessaire, des solides suivants :

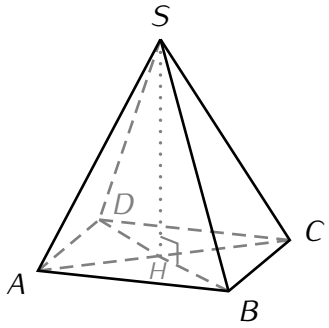
a)



b)



c)

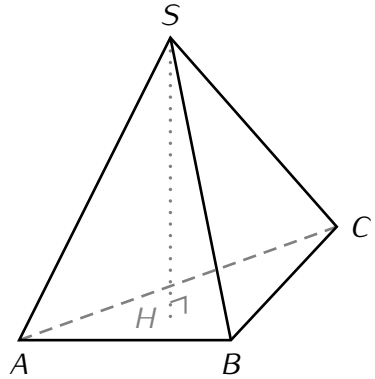


$SABCD$ est une pyramide à base rectangulaire telle que :

- $AB = 10$ cm et $AD = 7$ cm,
- $SH = 9$ cm.

■ **Exercice 58 :** Calcule le volume des solides suivants :

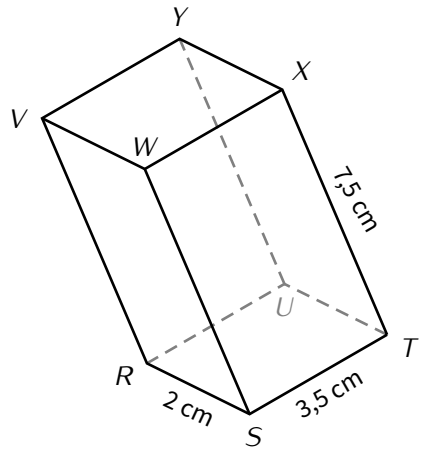
a)



$SABC$ est une pyramide a base triangulaire telle que :

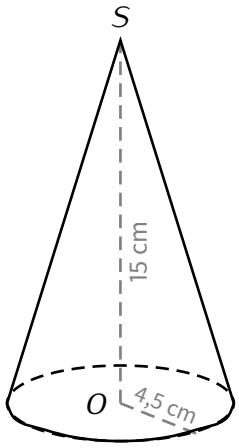
- ABC est un triangle rectangle en B,
- $AB = 6$ cm; $BC = 5$ cm; $SH = 7,5$ cm.

b)



$RSTUVWXY$ est un pavé droit.

c)



Arrondis le volume au cm^3.

VI — Développements & factorisations

■ **Exercice 59 :** Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = 4(5x + 11)$ $B = (7x + 2)(10x + 4)$ $C = (3x + 8)(2x - 5)$
$D = 10x\,(9x - 6)$ $E = (4x - 1)(6x + 5)$ $F = (3x - 7)(2x - 1)$

■ **Exercice 60 :** Développe et réduis les expressions suivantes :

$G = 6(5g - 11)$ $H = (8h + 9)(h + 10)$ $I = (3i + 7)(11i - 2)$
$J = 4(7j + 12)$ $K = (5k - 1)(6k + 3)$ $L = (10\ell - 1)(9\ell - 8)$

■ **Exercice 61 :** Développe et réduis les expressions suivantes :

$M = 10(6 + 9x)$ $N = (7 + 3x)(4x + 5)$ $O = (11 + 4x)(2 - 6x)$
$P = 12x\,(3 - 2x)$ $Q = (4 - 3x)(1 + 5x)$ $R = (2 - 6r)(3 - 4r)$

■ **Exercice 62 :** Développe et réduis les expressions suivantes :

$S = 7(3 - 6s)$ $T = (4 + 3t)(9 + 5t)$ $U = (10u + 6)(2 - u)$
$V = 20v(8 + 2v)$ $W = (5 - w)(7w + 3)$ $X = (y - 8)(2 - 4y)$

■ **Exercice 63 :** Factorise les expressions suivantes :

$A = 4x^2 + 7x$ $B = 4x^2 + 20$ $C = 8x^2 - 11x$ $D = 10x - 30$
$E = 6x + 5x^2$ $F = 14 - 21x$ $G = 13g^2 - 10g$ $H = 8h + 25h^2$

■ **Exercice 64 :** Factorise les expressions suivantes :

$I = 6i^2 + 24$ $J = 15 - 10j^2$ $K = 36 + 18k$ $L = 11\ell - 14\ell^2$
$M = 9m^2 + 18$ $N = 4n - 17n^2$ $O = 7o^2 + o$ $P = 6p + 6$

■ **Exercice 65 :** Factorise les expressions suivantes :

$Q = 5q - 73q^2$ $R = r^2 + 93r$ $S = 13s + 13$ $T = 15t^2 + 5$
$U = u^2 - u$ $V = 14v^2 + 21v$ $W = 45w - 25w^2$ $x = 9x^2 + 9x$

VII — Calcul fractionnaire

■ **Exercice 66 :** Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{4}{7} + \frac{2}{3} \qquad B = \frac{10}{9} \div \frac{2}{3} \qquad C = \frac{11}{4} \times \frac{8}{5} \qquad D = \frac{9}{5} - \frac{1}{2}$$

■ **Exercice 67 :**

1. Calcule $\frac{7}{2}$ de 52 L.
2. Calcule 30% de 90 €.
3. Calcule $\frac{3}{4}$ de 500 personnes.
4. Calcule 70% de 60 kg.

■ **Exercice 68 :** Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{8}{11} \qquad B = \frac{4}{13} \times \frac{5}{2} \qquad C = \frac{10}{4} \div \frac{7}{6} \qquad D = \frac{20}{9} + \frac{7}{4}$$

■ **Exercice 69 :**

1. Calcule $\frac{4}{10}$ de 62 cL.
2. Calcule 80% de 320 €.
3. Calcule $\frac{5}{6}$ de 900 personnes.
4. Calcule 20% de 140 g.

■ **Exercice 70 :** Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{7}{3} \times \frac{8}{11} \qquad B = \frac{4}{13} + \frac{5}{2} \qquad C = \frac{10}{4} - \frac{1}{6} \qquad D = \frac{4}{9} \div \frac{11}{3}$$

■ **Exercice 71 :**

1. Calcule 12% de 540 €.
2. Calcule $\frac{2}{5}$ de 80 kg.
3. Calcule $\frac{4}{6}$ de 900 L.
4. Calcule 90% de 870 personnes.

■ **Exercice 72 :** Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{7}{3} \div \frac{2}{9} \qquad B = \frac{4}{12} - \frac{3}{2} \qquad C = \frac{10}{4} + \frac{1}{5} \qquad D = \frac{7}{6} \times 8$$

■ **Exercice 73 :**

1. Calcule 45% de 82 €.
2. Calcule $\frac{1}{4}$ de 70 kg.
3. Calcule $\frac{3}{5}$ de 900 L.
4. Calcule 65% de 500 personnes.

■ **Exercice 74 :** Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{7}{3} + \frac{2}{9} \qquad B = \frac{3}{12} \div 8 \qquad C = \frac{10}{4} - \frac{1}{5} \qquad D = 9 \times \frac{7}{6}$$

■ **Exercice 75 :**

1. Calcule 82% de 540 €.
2. Calcule $\frac{9}{10}$ de 120 L.
3. Calcule $\frac{4}{5}$ de 900 L.
4. Calcule 10% de 560 personnes.

■ **Exercice 76 :** Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{11}{3} \div 7 \qquad B = \frac{4}{11} - \frac{3}{5} \qquad C = \frac{10}{4} + 5 \qquad D = \frac{7}{9} \times 3$$

■ **Exercice 77 :** Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = 12 \times \frac{11}{3} \qquad B = \frac{2}{9} + \frac{1}{10} \qquad C = \frac{10}{4} \div \frac{5}{2} \qquad D = \frac{7}{9} - \frac{11}{6}$$

$$E = \frac{11}{3} \div (-4) \qquad F = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \qquad G = \frac{1}{4} \times \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{3}\right) \qquad H = \left(\frac{7}{3} + 5\right) \times \frac{9}{2}$$

VIII — Équations

1. Résolution

■ **Exercice 78 :** Résous les équations suivantes :

a) $4x = 60$ b) $x - 4 = 25$ c) $x + 9 = 20$ d) $3x = 40$

e) $10x - 5 = 13$ f) $4x + 3 = 21$ g) $7x + 9 = 18$ h) $6x - 24 = 0$

■ **Exercice 79 :** Résous les équations suivantes :

a) $8a = 56$ b) $b + 7 = 10$ c) $c - 14 = 9$ d) $11d = 38$

e) $2e - 5 = 14$ f) $12f + 1 = 49$ g) $3g - 8 = 0$ h) $5h + 6 = 0$

■ **Exercice 80 :**

1. Le nombre 5 est-il solution de l'équation : $4x^2 - 3 = 97$?
2. Le nombre -3 est-il solution de l'équation : $7x^2 + 2 = 65$?
3. Le nombre 10 est-il solution de l'équation : $3x^2 - 4x + 7 = 10$?
4. Le nombre -2 est-il solution de l'équation : $4x^2 + 3x - 1 = 9$?

■ **Exercice 81 :**

1. Le nombre $2,5$ est-il solution de l'équation : $6a^2 + 1 = 38$?
2. Le nombre $-1,2$ est-il solution de l'équation : $4b^2 - 3,5 = 2,26$?
3. Le nombre $4,5$ est-il solution de l'équation : $2c^2 + 10c - 4,5 = 1$?
4. Le nombre $-0,2$ est-il solution de l'équation : $5d^2 - 2d + 4,4 = 5$?

■ **Exercice 82 :** Résous les équations suivantes :

a) $1,2x = 9,6$ b) $x - 4,7 = 10,9$ c) $x + 2,9 = 3,2$ d) $7,5 = 45$

e) $2x + 3,2 = 10,7$ f) $4x - 7,8 = 15$ g) $3,5x - 1,2 = 12,8$ h) $7x + 2,3 = 0$

■ **Exercice 83 :** Résous les équations suivantes :

a) $45 = 9x$ b) $7 = x + 2$ c) $19 = x - 5$ d) $17 = 13x$

e) $5 + x = 28$ f) $6 - x = 14$ g) $30 - 4x = 6$ h) $65 + 5x = 0$

■ **Exercice 84 :** Résous les équations suivantes :

a) $38 = 2y$ b) $41 = u - 12$ c) $9,5 = v + 3,7$ d) $20 = 2,5w$

e) $7 - z = 15$ f) $23 + 3x = 15$ g) $50 = 10x + 16$ h) $0 = 14 - 3x$

■ **Exercice 85 :**

1. Le nombre 7 est-il solution de l'équation : $\frac{15}{14}x = 10$?
2. Le nombre 11 est-il solution de l'équation : $\frac{8}{11}x = 8$?
3. Le nombre 5 est-il solution de l'équation : $\frac{24}{30}x = 4$?
4. Le nombre 8 est-il solution de l'équation : $\frac{13}{8}x = 104$?

■ **Exercice 86 :** Résous les équations suivantes :

a) $\frac{8}{9}x = 8$ b) $\frac{-7}{2}x = -7$ c) $x - \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$ d) $x + \frac{1}{6} = \frac{10}{4}$

e) $x + \frac{11}{13} = \frac{1}{2}$ f) $x - \frac{2}{5} = 4$ g) $\frac{3}{2}x = 7$ h) $\frac{8}{11}x = 15$

■ **Exercice 87 :** Résous les équations suivantes :

a) $\frac{2}{7}x = 10$ b) $\frac{-1}{2}x = 15$ c) $\frac{4}{3}x = \frac{7}{8}$ d) $\pi x = 8$

e) $2x - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ f)$10x + \frac{2}{3} = \frac{7}{4}$ g) $\frac{3}{2}x + 5 = 14$ h) $\frac{1}{10}x - \frac{4}{7} = \frac{1}{6}$

■ **Exercice 88 :** Résous les équations suivantes :

a) $2(4x + 3) = 6$ b) $7(5x - 3) = 2$ c) $8(2x + 1) = 5$ d) $9(2x - 10) = 23$

e) $7(3 - 2x) = 30$ f) $5(9 + 2x) = 28$ g) $10(5 + x) = 60$ h) $6(4 - 3x) = 50$

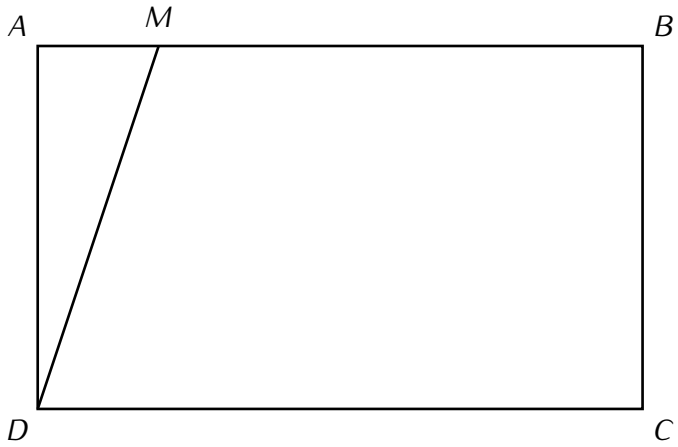
■ **Exercice 89 :** Résous les équations suivantes :

a) $4x = 12 - 2x$ b) $16x = 15 + 6x$ c) $20x = 15x + 40$ d) $14x = 6x - 16$

e) $24x + 8 = 14x + 20$ f) $17x - 3 = 11x + 19$ g) $20x + 13 = 16x - 5$ h) $23x - 3 = 20x - 15$

2. Mise en équation

■ **Exercice 90 :**



$ABCD$ est un rectangle de longueur 10 cm et de largeur 6 cm. M est un point de $[AB]$.
Le but de cet exercice est de trouver où placer le point M pour que l'aire de AMD soit égale au quart de l'aire de $ABCD$.

On note x la mesure de la longueur de $[AM]$.

1. Calcule l'aire de $ABCD$.
2. Exprime en fonction de x l'aire de AMD.
3. Traduis par une équation la phrase « l'aire de AMD est égale au quart de l'aire de $ABCD$ »
4. Résous cette équation.
5. Conclus.

■ **Exercice 91 :** Le coût d'une course en taxi est la somme d'un montant fixe, qui est le forfait de prise en charge, et d'un montant dépendant du nombre de kilomètres parcourus. Le forfait de prise en charge s'élève à 2,20 € et le prix du kilomètre est de 1,40 €.

Un client a payé 23,20 €, calcule la distance parcourue par le taxi.

■ **Exercice 92 :** $HULK$ est un rectangle de largeur $2x + 5$ cm et de longueur 20 cm.

Quelle doit être la valeur de x pour que $HULK$ soit un carré ? Justifie.

■ **Exercice 93 :** difficile, dans ton cahier

Une salle de cinéma peut accueillir 80 personnes assises. Lors d'une séance, la salle est remplie et la recette s'élève à 595 €.

Le tarif plein pour une place est de 8 € et le tarif réduit est de 5 €.

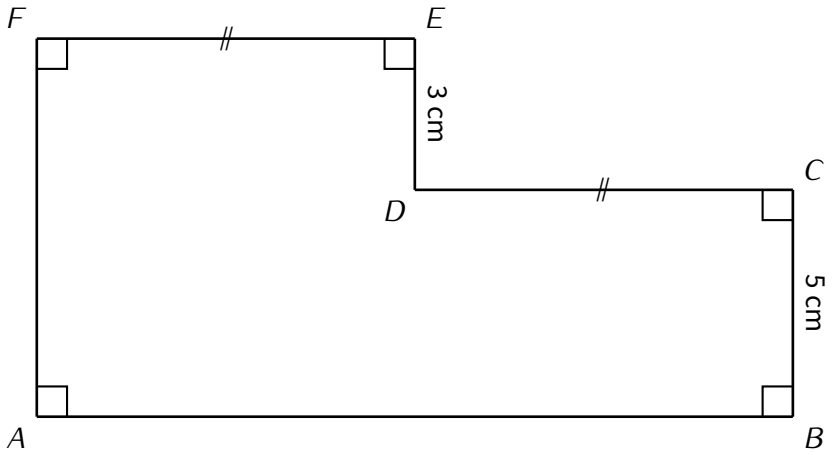
Quel est le nombre de places vendues au tarif plein ? Justifie.

■ **Exercice 94 :** On considère le programme de calcul suivant :

a) Choisir un nombre.
b) Multiplier ce nombre par 10.
c) Ajouter 13 à ce produit.
d) Écrire le résultat.

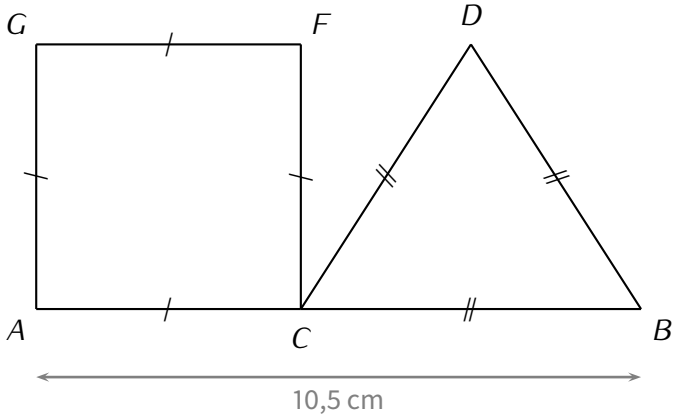
Quel nombre doit-on choisir pour que le résultat obtenu soit 30 ?

■ **Exercice 95 :**



Quelle doit être la valeur de FE pour que le périmètre de la figure $ABCDEF$ ci-dessus soit égale à 44 cm ?

■ **Exercice 96 :**



La figure n'est pas tracée en vraie grandeur.

Sur la figure ci-dessus, le carré $ACFG$ et le triangle équilatéral BDC ont le même périmètre.

Quelle est la mesure d'un côté du triangle ?

■ **Exercice 97 :** $ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 18$ m et $AD = 8$ m.
M et N sont des points respectivement de $[AB]$ et $[AD]$ tels que AMN soit un triangle rectangle isocèle en A.

Où faut-il placer le point M pour que AMN et MND aient la même aire ?

IX — Nombres relatifs & repérage

■ **Exercice 98 :** Sans utiliser de calculatrice, complète les tableaux suivants :

Tableau n°1 : compter de 2 en 2

							−2	0	2									

Tableau n°2 : compter de 0,1 en 0,1

						0	0,1								

Tableau n°3 : compter de 0,5 en 0,5

					−0,5	0									

Tableau n°4 : compter de 1,5 en 1,5

						0	1,5								

Tableau n°5 : compter de 0,2 en 0,2

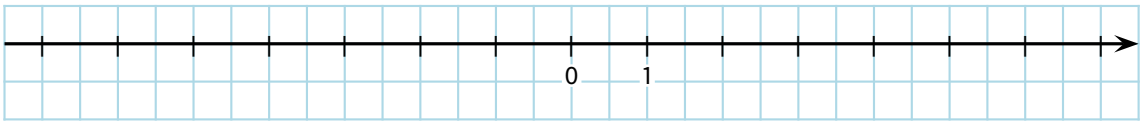
						0	0,2								

Tableau n°6 : compter de 0,25 en 0,25

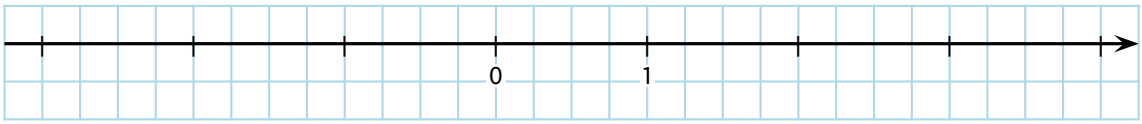
						0	0,25								

■ **Exercice 99 :** Complète les graduations des droites suivantes :

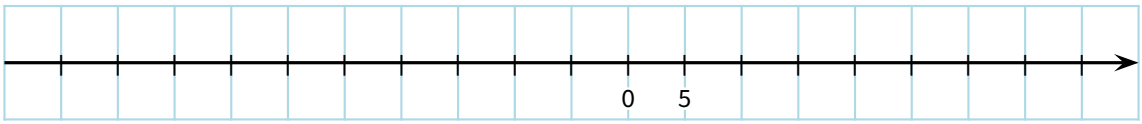
a)



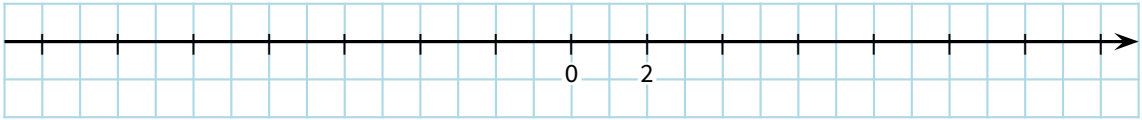
b)



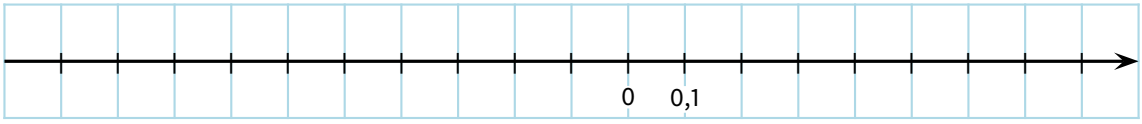
c)



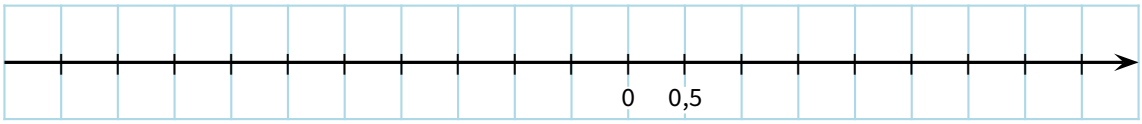
d)



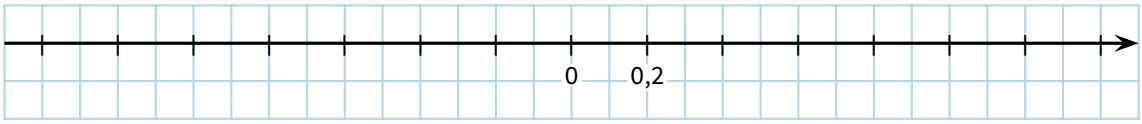
e)



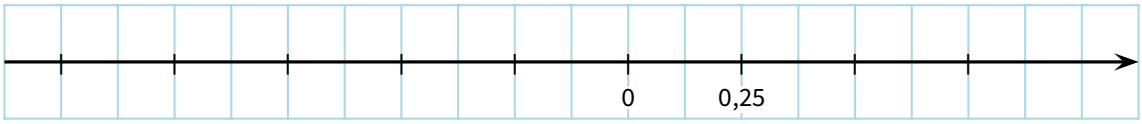
f)



g)



h)

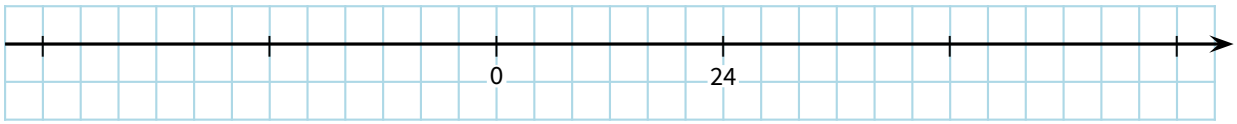


■ **Exercice 100 :**

a)

1. Indique combien représente un carreau : .....
2. Place les points $A(1,75)$ et $B(-2,25)$.

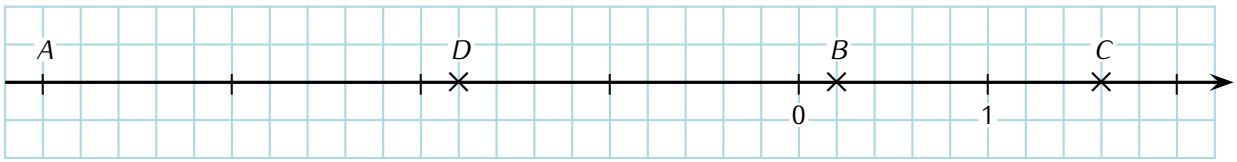
b)



1. Indique combien représente un carreau : .....
2. Place les points $C(32)$; $D(52)$ et $E(-12)$.

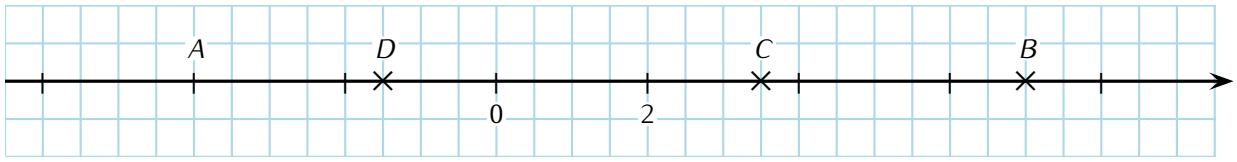
■ **Exercice 101 :** Dans chaque cas, donne l'abscisse des points A, B, C et D :

a)



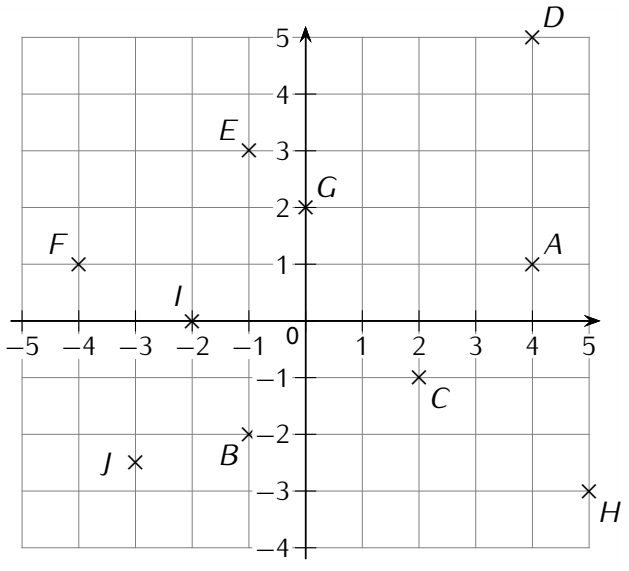
A(.....) B.....) C(.....) et D(.....).

b)



A(.....) B.....) C(.....) et D(.....).

■ **Exercice 102 :** Donne les coordonnées des points suivants :



A(..... ; .....) F(..... ; .....)

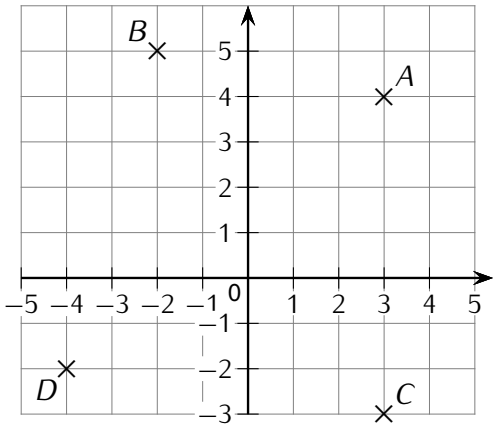
B(..... ; .....) G(..... ; .....)

C(..... ; .....) H(..... ; .....)

D(..... ; .....) I(..... ; .....)

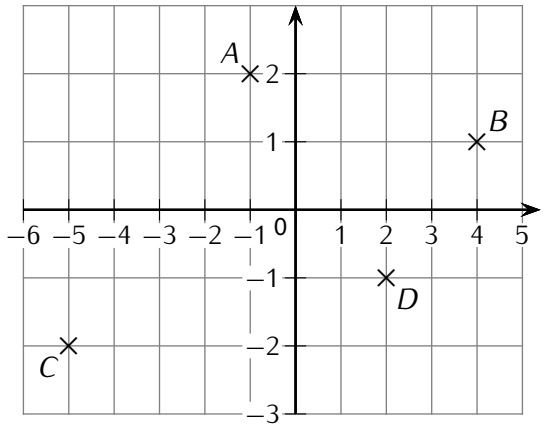
E(..... ; .....) J(..... ; .....)

■ **Exercice 103 :** Pour chaque repère, donne les coordonnées des points A, B, C et D :



A(. . . . . ; . . . . .) C(. . . . . ; . . . . .)

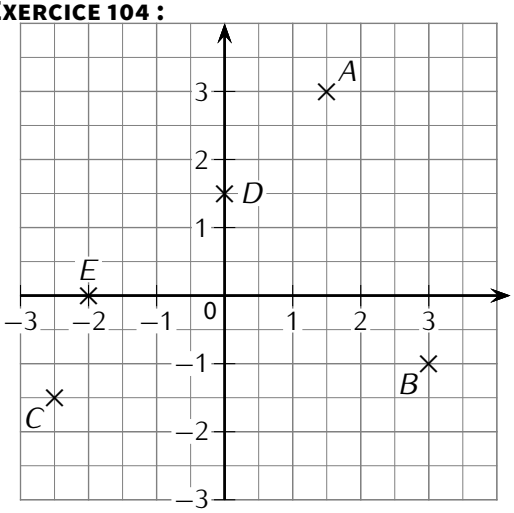
B(. . . . . ; . . . . .) D(. . . . . ; . . . . .)



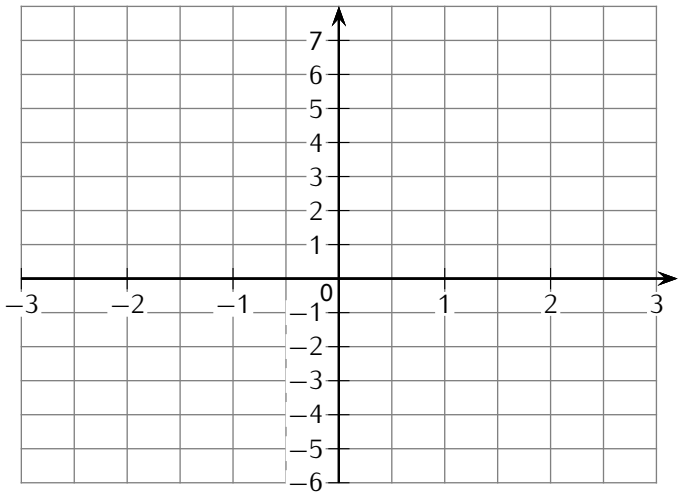
A(. . . . . ; . . . . .) C(. . . . . ; . . . . .)

B(. . . . . ; . . . . .) D(. . . . . ; . . . . .)

■ **Exercice 104 :**



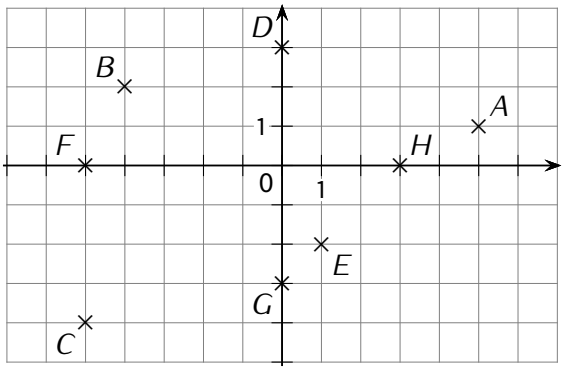
À côté des points A, B, C, D et E, écris leur coordonnées.



Dans ce repère, place les points $F(2\,;\,4,5)$, $G(-1,5\,;\,-3,5)$ et $H(1,5\,;\,0)$.

■ **Exercice 105 :**

Écris les coordonnées de chaque point :

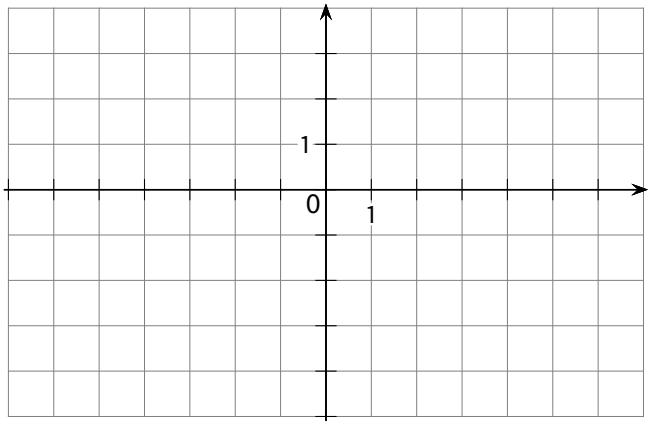


A(. . . . . ; . . . . .) E(. . . . . ; . . . . .)

B(. . . . . ; . . . . .) F(. . . . . ; . . . . .)

C(. . . . . ; . . . . .) G(. . . . . ; . . . . .)

D(. . . . . ; . . . . .) H(. . . . . ; . . . . .)



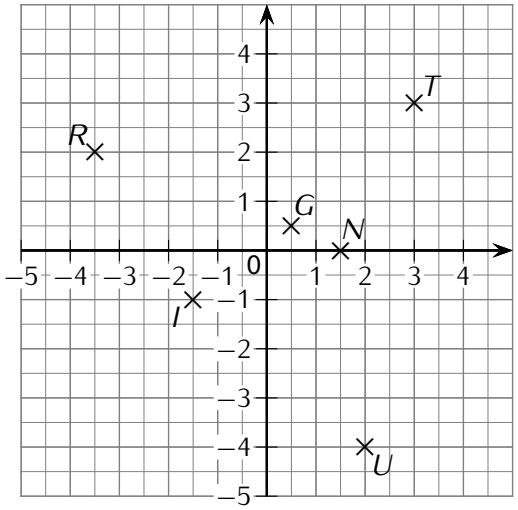
a. Place les points $A(-2\,;1)$, $B(-4\,;3)$, $C(5\,;-3)$, $D(-5\,;0)$, $E(0\,;-2)$ et $F(6\,;1)$.

b. Place le milieu T du segment $[BF]$.

c. Quelles sont ses coordonnées :

T(. . . . . ; . . . . .).

■ **Exercice 106 :**



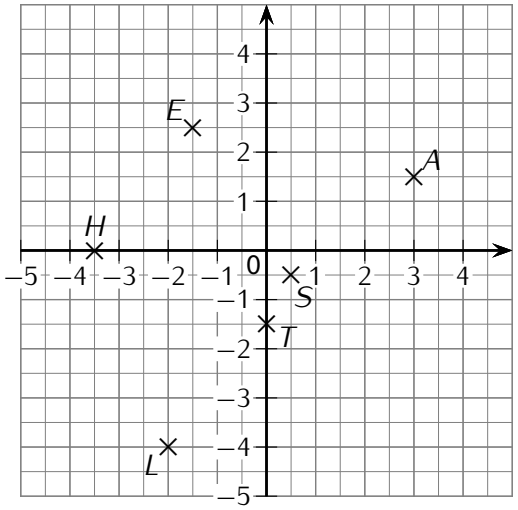
1. Donne les coordonnées des points marqués :

$T(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $I(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$U(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $N(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$R(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $G(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

2. Place dans le repère les points $C(-3.5\,;0)$, $R'(-4\,;-2)$, $Y(0\,;-0,5)$, $P(1,5\,;1)$, $T'(-1,5\,;2,5)$ et $O(3\,;-3,5)$.
3. Dans ce repère, place enfin le point A d'abscisse $0,5$ et d'ordonnée $2,5$.



1. Donne les coordonnées des points marqués :

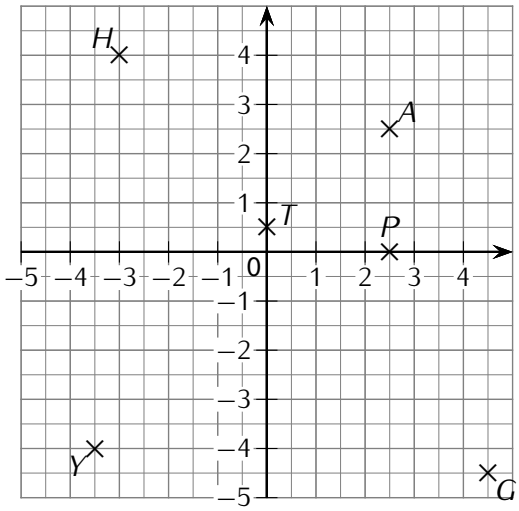
$T(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $L(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$H(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $E(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$A(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $S(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

2. Place dans le repère les points $E'(-3,5\,;0)$, $S'(-4\,;-2)$, $T'(0\,;-0,5)$, $G(1,5\,;1)$, $R(-1,5\,;2,5)$ et $E''(3\,;-3,5)$.
3. Dans ce repère, place enfin le point C d'abscisse $0,5$ et d'ordonnée $2,5$.

■ **Exercice 107 :**



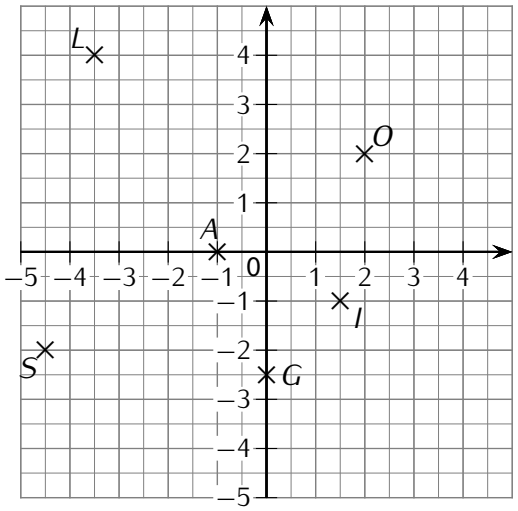
1. Donne les coordonnées des points marqués :

$P(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $H(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$Y(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $A(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$T(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $G(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

2. Place dans le repère les points $O(-4\,;0)$, $R(-4,5\,;-1,5)$, $E(-1\,;3)$, $G'(0\,;-0,5)$, $R'(2,5\,;4,5)$ et $E'(3,5\,;-2,5)$.
3. Dans ce repère, place enfin le point C d'ordonnée $-4,5$ et d'abscisse $-1,5$.



1. Donne les coordonnées des points marqués :

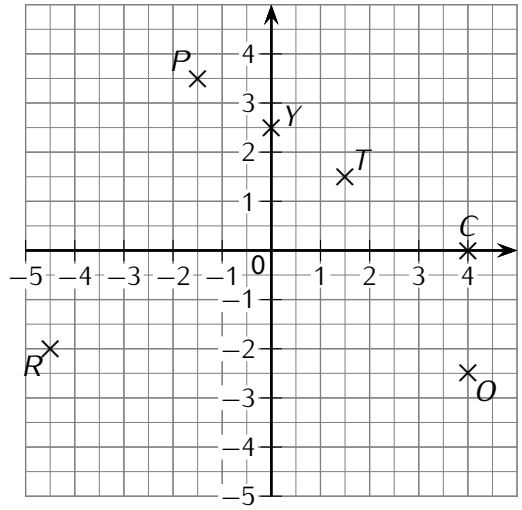
$G(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $O(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$A(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $I(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

$L(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $\quad$ $S(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

2. Place dans le repère les points $F(-2,5\,;0)$, $R(4\,;-1,5)$, $A'(0\,;4)$, $N(-3\,;1,5)$, $C(3,5\,;2,5)$ et $E(-3,5\,;-0,5)$.
3. Dans ce repère, place enfin le point E' d'ordonnée $-4,5$ et d'abscisse $1,5$.

■ **Exercice 108 :**



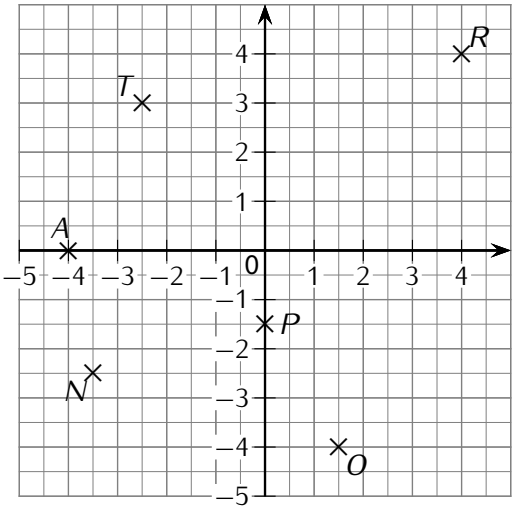
1. Donne les coordonnées des points marqués :

   $C(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $P(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

   $R(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $T(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

   $Y(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $O(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

2. Place dans le repère les points $G(-4\,;0)$, $A(-4,5\,;-1,5)$, $M(-1\,;3)$, $I(0\,;-0,5)$, $Q(2,5\,;4,5)$ et $E(3,5\,;-2,5)$.
3. Dans ce repère, place enfin le point S d'ordonnée $-4,5$ et d'abscisse $-1,5$.



1. Donne les coordonnées des points marqués :

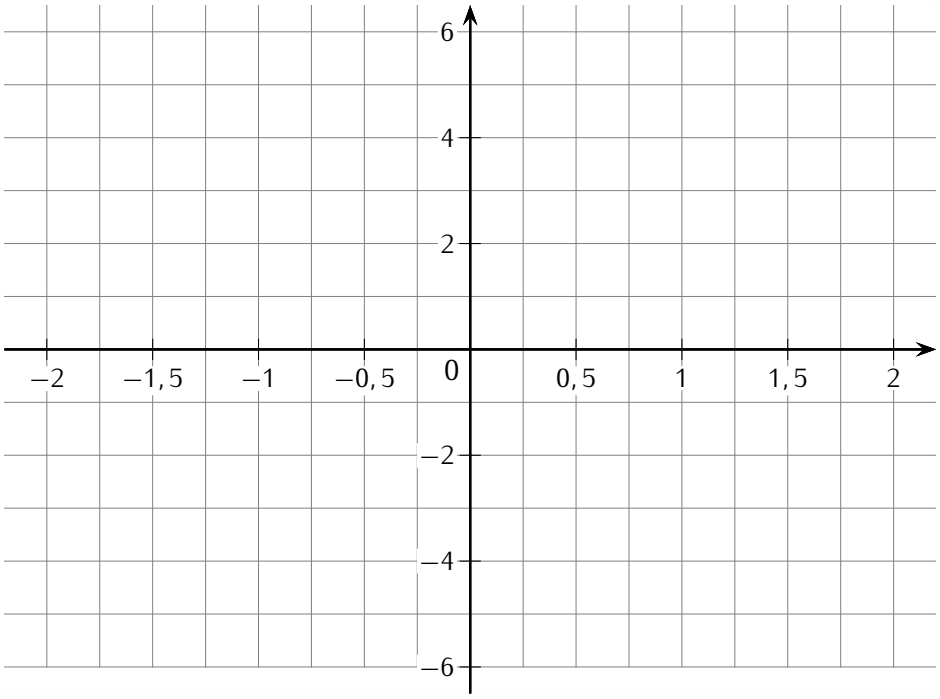
   $P(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $R(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

   $A(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $O(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

   $T(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$ $N(\ldots\ldots\,;\,\ldots\ldots)$

2. Place dans le repère les points $Y(-2,5\,;0)$, $M(4\,;-1,5)$, $I(0\,;4)$, $Q(-3\,;1,5)$, $U(3,5\,;2,5)$ et $E(-3,5\,;-0,5)$.
3. Dans ce repère, place enfin le point S d'ordonnée $-4,5$ et d'abscisse $1,5$.

■ **Exercice 109 :** Place les points suivants dans le repère ci-dessous :



$A(1,5\ ;\ 2)$

$B(2\ ;\ -2)$

$C(0,75\ ;\ 5)$

$D(-1,25\ ;\ -4)$

$E(-1,75\ ;\ 6)$

$F(1,25\ ;\ -3)$

$G(-1\ ;\ -6)$

$H(2\ ;\ -5)$

Tâches complexes

Annexe **C**

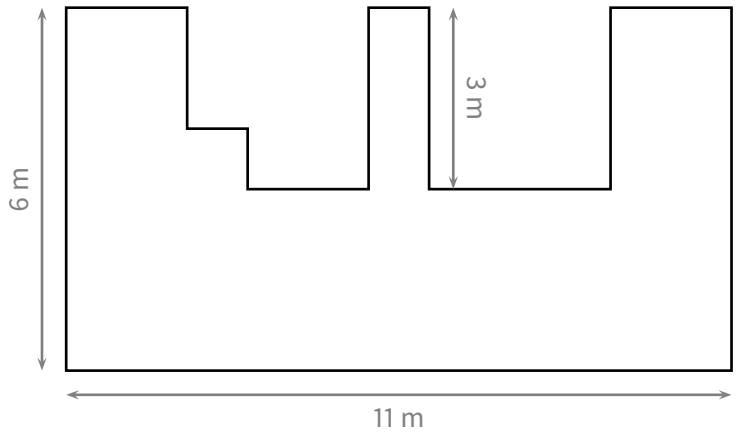
■ **Exercice 1 :** Anne-Marie décide de ranger ses recettes de cuisine dans un classeur.
Elle numérote toutes les pages en commençant par le numéro 1.
La dernière page porte le numéro 972.

Combien de fois a-t-elle écrit le chiffre 7 ?

■ **Exercice 2 :** Leia calcule à l'aide d'une calculatrice le quotient de 100 par 21. L'écran affiche beaucoup de chiffres après la virgule.

Quel est le cent-cinquantième chiffre après la virgule ? Justifie ta réponse.

■ **Exercice 3 (sur cette feuille) :** Calcule le périmètre de la figure suivante :



Tous les angles sont droits.

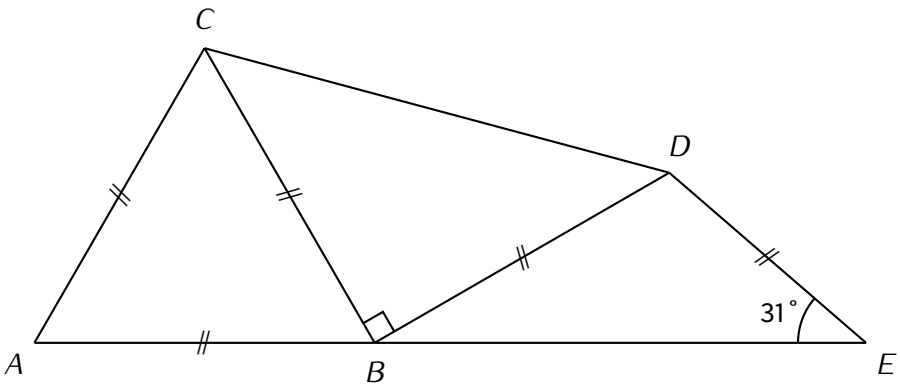
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

■ **Exercice 4 :**

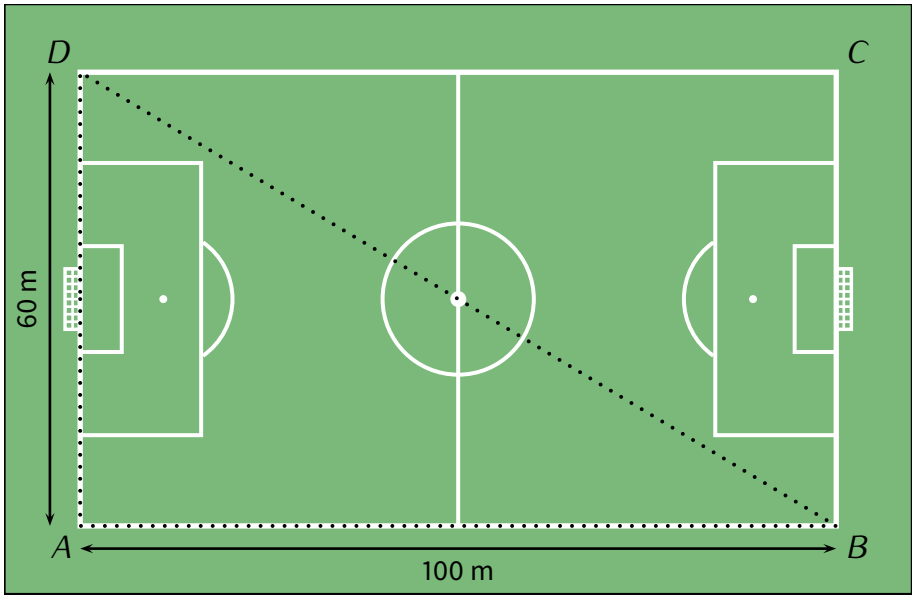
Il a fallu 120 cm de ruban, dont 28 cm pour le nœud, pour faire ce paquet cadeau ayant la forme d'un cube.

Quel est le volume de ce cadeau, en cm^3 ?

■ **Exercice 5 :** Les points A, B et E sont-ils alignés ? Justifie.



■ **Exercice 6 :** Lors de ses entraînements de football, Karima doit courir 5 fois le parcours DAB le plus rapidement possible. On représente ce terrain de football par le rectangle $ABCD$. *La figure est à l'échelle.*



Calcule la distance, arrondie au mètre près, que Karima parcourt lors de cet exercice.

■ **Exercice 7 (sur ce TD) :** Calcule l'aire d'un losange de côté 13 cm dont une des diagonales mesure 24 cm.

.....

.....

.....

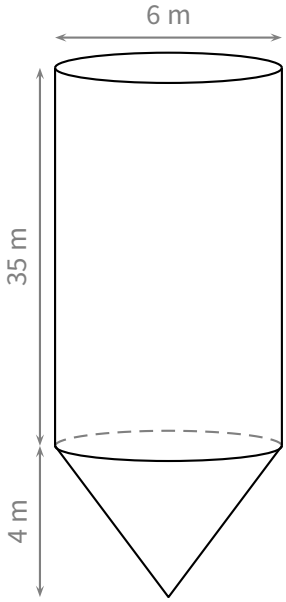
.....

.....

.....

.....

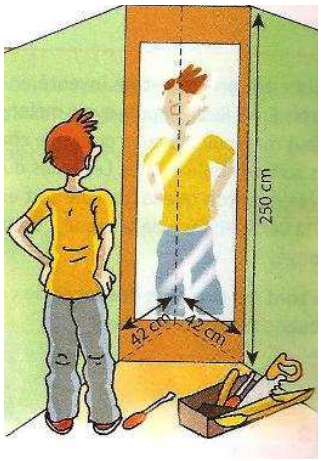
■ **Exercice 8 :**



On s'intéresse dans cet exercice au réservoir de la fusée JBC-2019, nouveau prototype de fusée interplanétaire.

Le volume de ce réservoir est-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1 500 litres de carburant par seconde ?

■ **Exercice 9 :**



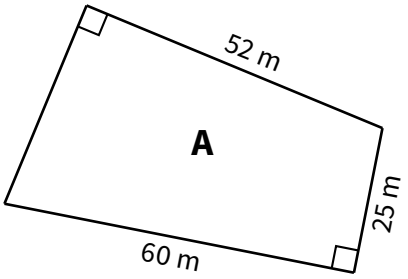
Anton a installé des étagères dans un coin de sa chambre. Il décide de poser une porte pour fermer cet espace de rangement et de fixer un grand miroir rectangulaire sur cette porte en laissant 35 cm entre les bords haut et bas du miroir et de la porte, et 8 cm entre les bords gauche et droit du miroir et de la porte.

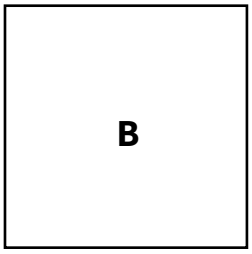
Quelles sont les dimensions du miroir ?

■ **Exercice 10 :** Martial déménage : il doit sortir de l'appartement qu'il quitte son armoire qui a une hauteur de 2,40 m et une profondeur de 80 cm. L'armoire se trouve dans une pièce de 2,50 m de haut et l'unique porte de cette pièce a une hauteur de 2 m.

Martial doit-il démonter son armoire pour son déménagement ?

■ **Exercice 11 :** Les terrains **A** et **B** ont la même aire. Le terrain **B** est un carré :

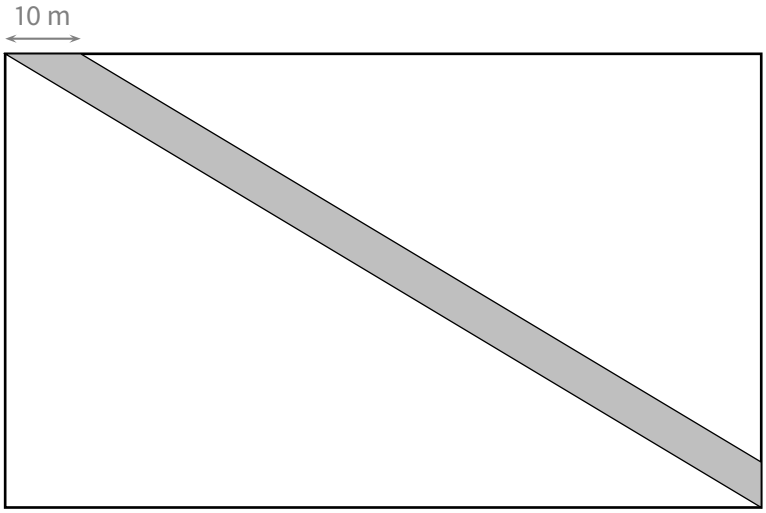




Quel terrain a le plus grand périmètre ?

■ **Exercice 12 :** Jean-Baptiste cultive des céréales dans un champ rectangulaire d'une longueur de 500 m et d'une largeur de 300 m.

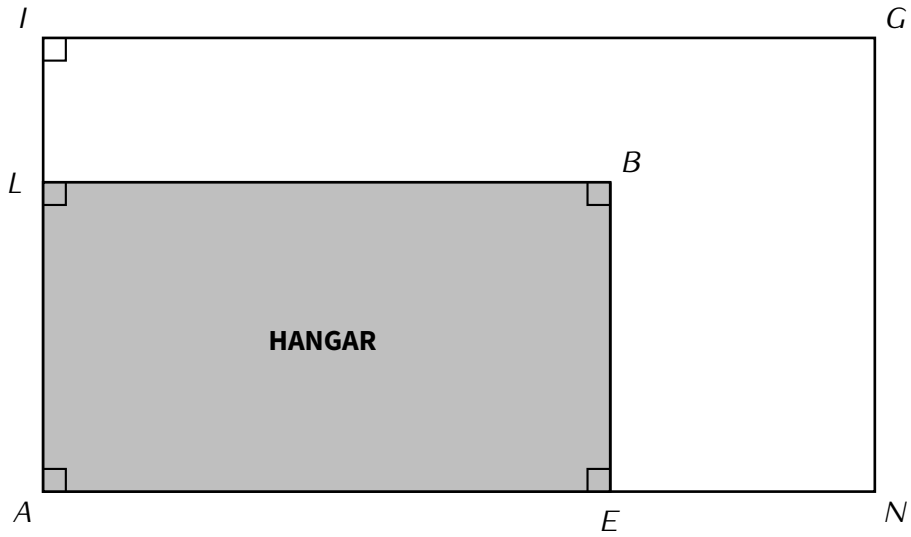
Il souhaite faire traverser son champ par une route d'une largeur uniforme et aux bords parallèles comme l'indique le schéma ci-dessous (la route sera la partie grise) :



Il réalisera la construction de cette route à condition qu'il perde moins de 2% de sa surface cultivable.

Va-t-il construire cette route ?

■ **Exercice 13 :**



Données :

- $AE = 30$ m,
- $BE = 16$ m,
- A, B et G sont alignés,
- $FG = 17$ m.

Un hangar est situé sur un terrain rectangulaire $GIAN$. Calcule la longueur nécessaire pour clôturer ce terrain, sachant qu'on ne met pas de clôture le long des murs du hangar (on cloture donc le long de la ligne brisée $LIGNE$).

Algorithmie débranchée

Annexe **D**

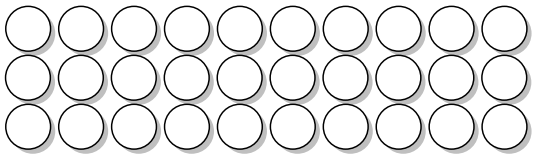
I — Répétitions (environ 2h)

■ **Exercice 1 :** Une suite de couleurs est codée par ses initiales : **R** pour rouge, **V** pour vert, **B** pour bleu. S'il y a 2 rouge à suivre on écrit **2R** au lieu de **R R**, s'il y a 3 bleu on note **3B**.

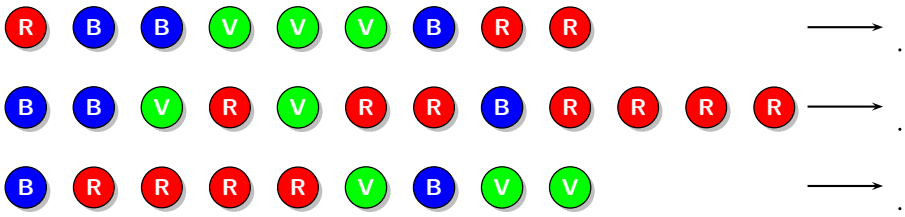
Exemple : Voici une suite :

*Cette suite peut se coder **R R R B V V B** ou plus simplement **3R 1B 2V 1B**, pour 3 rouge, 1 bleu, 2 vert, 1 bleu.*

1. Colorie les bulles en suivant le code :
   - ◇ **2B 2V 3R 1V 2B** :
   - ◇ **2V 4B 3V 1R** :
   - ◇ **5B 1V 4R** :



2. Trouve le code des suites de couleurs. Quand deux couleurs se suivent, utilise notre raccourci !



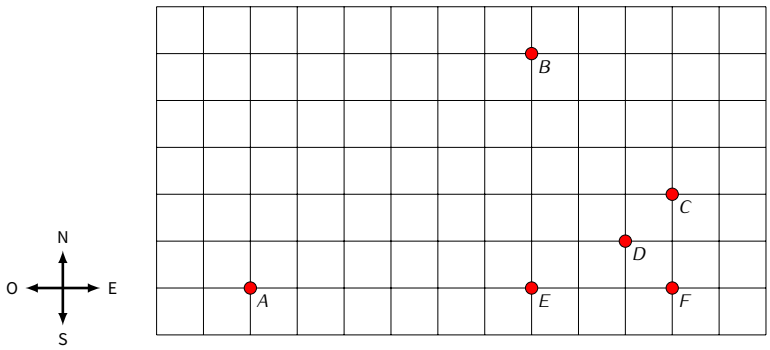
→ .....

→ .....

→ .....

■ **Exercice 2 :** Les directions sont codées suivant leur initiale : **N** pour nord, **S** pour sud, **E** pour est et **O** pour ouest. Si je fais deux pas de suite vers le nord, j'écris **2N** au lieu de **N N**. Si je fais cinq pas vers l'ouest, j'écris **5O**.

1. Je pars du point A et j'avance suivant le code **3E 1N 2O 2N 7E 2S**. Trace mon chemin en bleu.

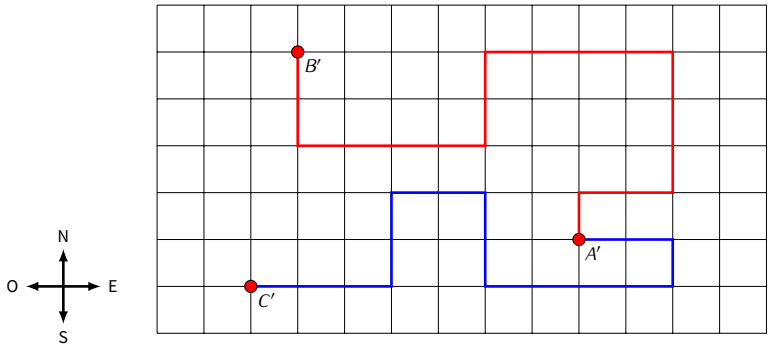


À quel point suis-je arrivé ? .....

2. Je repars du point A avec le code **1O 4N 6E 2N 2E 2S 2E 2S**. Trace mon chemin en vert.

À quel point suis-je arrivé ? .....

3. Écris le code du chemin allant du point A' au point B', puis celui du point A' au point C' :



◇ de A' à B' : .....

◇ de A' à C' : .....

■ **Exercice 3 :** Mon chemin est codé selon les instructions suivantes : **1A** pour avancer d'un pas, **2A** pour avancer de deux pas, **3A** pour trois pas…**G** m'indique de pivoter sur la gauche *sans avancer* et **D** m'indique de pivoter sur la droite *sans avancer*. Par exemple, **3A G 2A D 2A** m'indique que je dois avancer de trois pas, pivoter sur la gauche, avancer de deux pas puis pivoter sur la droite et enfin avancer de deux pas.

Voici les deux schémas utilisés dans cet exercice :

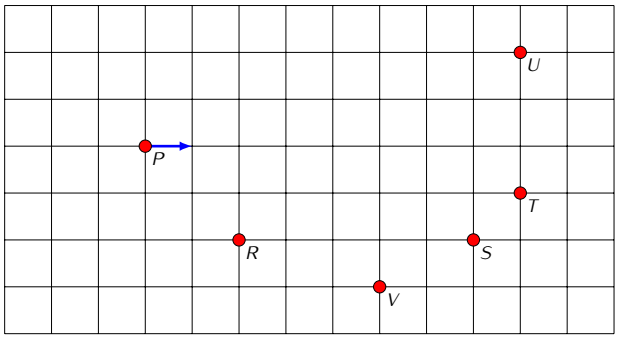


Schéma A

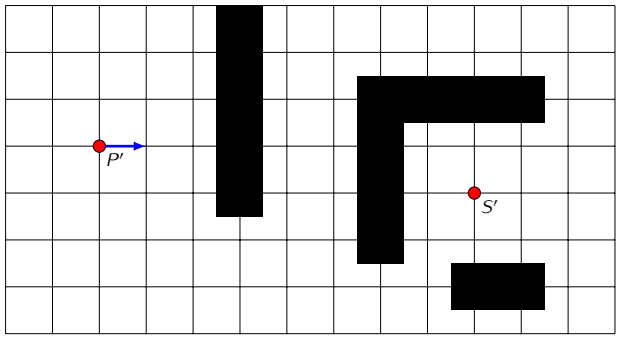


Schéma B

1. **Schéma A** : Les questions (a) et (b) utiliseront les points P, R, S, T, U et V ci-dessous.
   (a) Je pars du point P en regardant dans la direction de la flèche et j'avance suivant les instructions **3A G 1A D 2A D 2A G 3A**. Trace mon chemin en bleu.

   À quel point suis-je arrivé ? .....

   (b) Je repars du point P avec les instructions **1A D 3A G 2A G 1A D 2A D 1A**. Trace mon chemin en vert.

   À quel point suis-je arrivé ? .....
2. **Schéma B** : Écris le code d'un chemin qui part du point P' et arrive au point S' sans passer par les cases noires

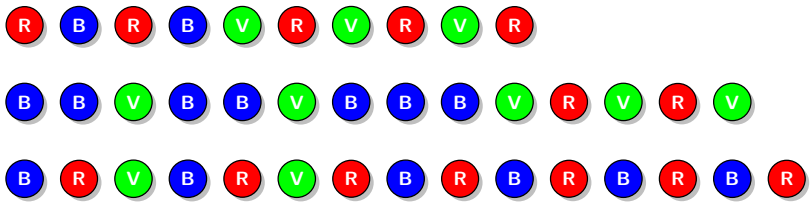
   (plusieurs chemins sont possibles…) : .....

   Est-il possible de trouver un chemin sans jamais tourner à droite ? .....
   Si oui, trace-le d'une autre couleur sur le schéma ci-dessus.

■ **Exercice 4 :** Une couleur est codée par son initiale : **R** pour rouge, **V** pour vert, **B** pour bleu. Comme précédemment, s'il y a 2 rouge à suivre on écrit **2R** au lieu de **R R**, s'il y a 3 bleu on note **3B**. Voici un motif avec des répétitions : **R V R V R V** que l'on code par **3(R V)**, c'est-à-dire que l'on répète trois fois le motif **R V**. Voici un autre motif avec des répétitions : **2R B 2R B 2R B** que l'on code par **3(2R B)**, c'est-à-dire que l'on répète trois fois le motif **R R B**.

1. Colorie les bulles en suivant le code :
   — **4(B V) 2B 5(R B)** : ○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
   — **2R 3(B V) 2(B R V) 3(B R)** : ○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
   — **2(R V B) 3(2B V) B 2(V R)** : ○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

2. Trouve le code des suites de couleurs suivantes. Quand des motifs se répètent, utilise notre raccourci !



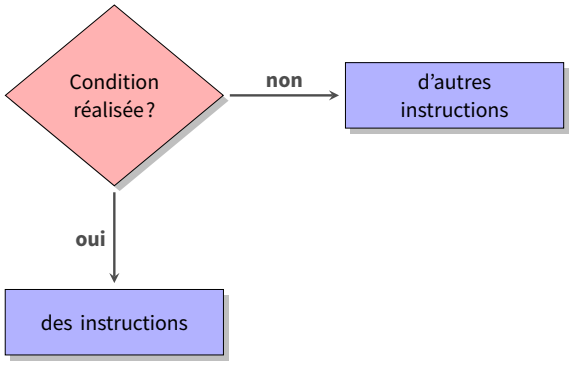
1re ligne : .....

2e ligne : .....

3e ligne : .....

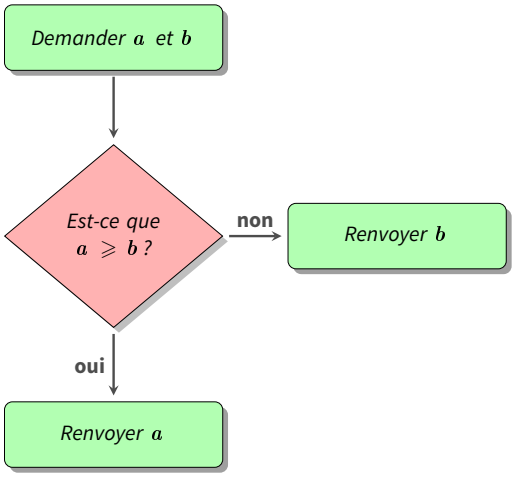
II — Si … alors … sinon … (environ 1h)

Le test *si … alors … sinon …* permet d'exécuter des instructions différentes suivant la réalisation ou non d'une condition. On schématise ce test par un diagramme avec un losange (à gauche) ; on peut aussi écrire les instructions ligne par ligne (à droite).




```
Si la condition est réalisée, alors :
     on effectue des instructions
sinon :
     on effectue d'autres instructions
```

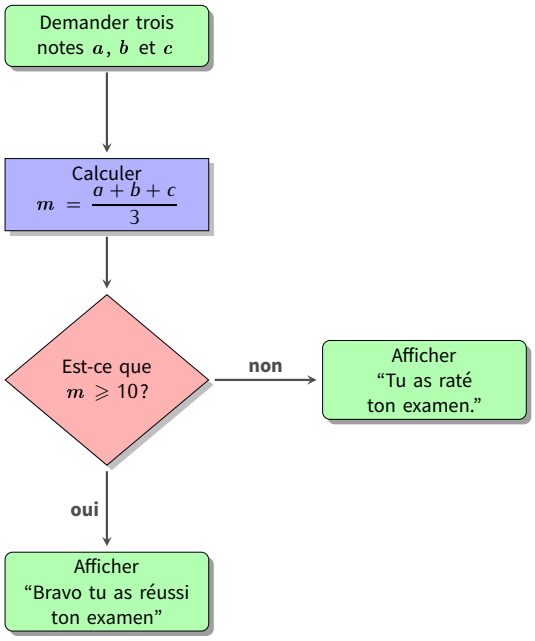
Exemple : Voici des instructions qui, à partir des nombres a et b, testent si a est supérieur ou égal à b, et renvoient le plus grand :



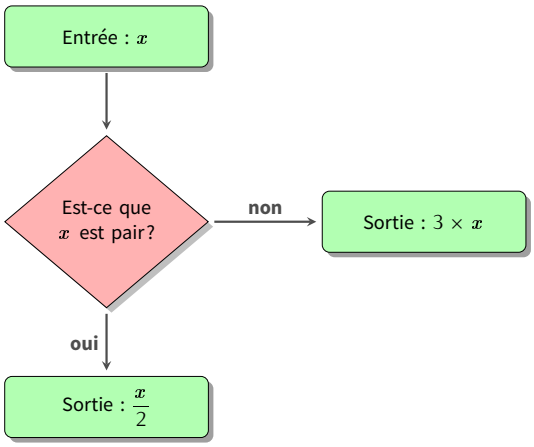

```
Demander a et b.
Si a ⩾ b, alors :
     renvoyer a
sinon :
     renvoyer b
```

■ **Exercice 5 :**

1. Comprends et explique ce que font les instructions suivantes :



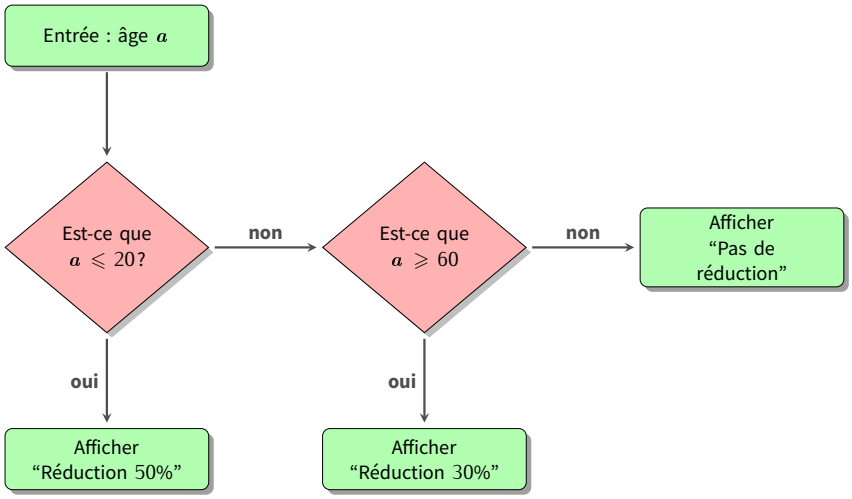
2. Comprends les instructions suivantes, puis recopie et complète la table des valeurs renvoyées pour toutes les valeurs de x comprises entre 1 et 10.



entrée x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sortie										

3. Grâce au diagramme ci-contre, explique la réduction calculée par cet algorithme en fonction de l'âge.

4. Écris les instructions des questions précédentes sous la forme « ligne par ligne ».



■ **Exercice 6 :** Dessine le diagramme des commandes qui permet de répondre aux problèmes suivants :

1. On demande l'âge d'une personne. Soit elle est majeure et alors l'ordinateur répond « Vous êtes majeur » ; soit il dit « Vous serez majeur dans … années ».
2. On demande deux durées de course d'une nageuse (en secondes).
   — L'ordinateur affiche sa meilleure performance ;
   — Si elle est inférieure ou égale à 100, il affiche en plus « Bravo, tu bats le record ! » ;
   — sinon il affiche « Tu es à … secondes du record ».
3. Refais le même exercice avec trois durées.
4. On demande un entier x, l'ordinateur renvoie un autre entier. Tu trouves ci-dessous les premiers exemples d'entrée/sortie de ce programme :

entrée x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
sortie	2	3	6	5	10	7	14	9	18	11	22	13

■ **Exercice 7 :**

1. (a) On considère l'initialisation $x \leftarrow 7$, puis les instructions suivantes :

```
si x ⩾ 10 alors :
    x ← x − 3
sinon :
    x ← 2 × x
```

Combien vaut x à la fin ?

.....

   (b) Reprends la même question en partant de $x \leftarrow 12$: à la fin, $x =$ .....

   (c) Trouve deux valeurs initiales de x qui donnent le même résultat final :

   Les valeurs $x =$ ..... et $x =$ ..... donnent le même résultat final .....

2. (a) On considère l'initialisation $x \leftarrow 7$, puis les instructions suivantes :

```
si x est impair et x ⩾ 10 alors :
    x ← x + 4
si x est impair et x < 10 alors :
    x ← x + 3
si x est pair et x ⩾ 10 alors :
    x ← x + 2
si x est pair et x < 10 alors :
    x ← x + 1
```

Combien vaut x à la fin ?

.....

   Combien vaut x maintenant ? .....

   (b) Reprends la même question en partant de $x \leftarrow 12$: à la fin, $x =$ .....

   (c) Trouve deux valeurs initiales de x qui donnent le même résultat final :

   Les valeurs $x =$ ..... et $x =$ ..... donnent le même résultat final .....

■ **Exercice 8 :** Quelle sera la valeur de x à la fin de chacune des instructions suivantes ?

1. **Instruction n° 1** :
   $x \leftarrow 1$
   `répéter 10 fois :`
   $x \leftarrow x + 1$

   À la fin, $x =$ .....

2. **Instruction n° 2** :
   $x \leftarrow 1$
   `répéter 10 fois :`
   $x \leftarrow 2 \times x$

   À la fin, $x =$ .....

3. **Instruction n° 3** :
   $x \leftarrow 1$
   `répéter 10 fois :`
   `si` x `est pair alors :`
   $x \leftarrow x + 1$
   `sinon :`
   $x \leftarrow x + 3$

   À la fin, $x =$ .....

III — Boucles (environ 1h)

■ **Exercice 9 (dans ton cahier) :**

1. Écris un programme de compte à rebours : demande une valeur n (par exemple 10), puis affiche la liste de décompte jusqu'à 0 (par exemple $10, 9, 8, \ldots, 0$).
2. Écris un algorithme qui cherche le plus grand entier n tel que $n \times n \leqslant 20\,000$.
3. Trouve un algorithme qui renvoie le plus petit entier n tel que $2^n \geqslant 1\,000\,000$ (tu peux par exemple initialiser une variable à 2 et la multiplier par 2 autant de fois que nécessaire).
4. Écris la suite d'instructions qui teste si un nombre est premier : demande un entier n et utilise un test « est-ce que i divise n ? ». On rappelle qu'un entier n est premier s'il n'a pas de diviseurs autres que 1 et n.

Une boucle « `pour` » permet de parcourir un par un tous les éléments d'une liste. Voici un exemple :

```
Pour i allant de 1 à 10, faire :
    afficher i × i.
```

La variable i va prendre successivement les valeurs 1, puis 2, puis 3,… jusqu'à 10. Ce petit programme affiche les $i \times i$, c'est-à-dire dans cet ordre 1, puis 4, puis 9,… jusqu'à $10 \times 10 = 100$.
La syntaxe générale est (pour a et b entiers positifs ($a < b$)) :

```
Pour i allant de a à b, faire :
    instruction,
    autre instruction,
        ⋮
```

L'entier i va successivement prendre la valeur a, puis $a + 1$,… jusqu'à l'entier b.

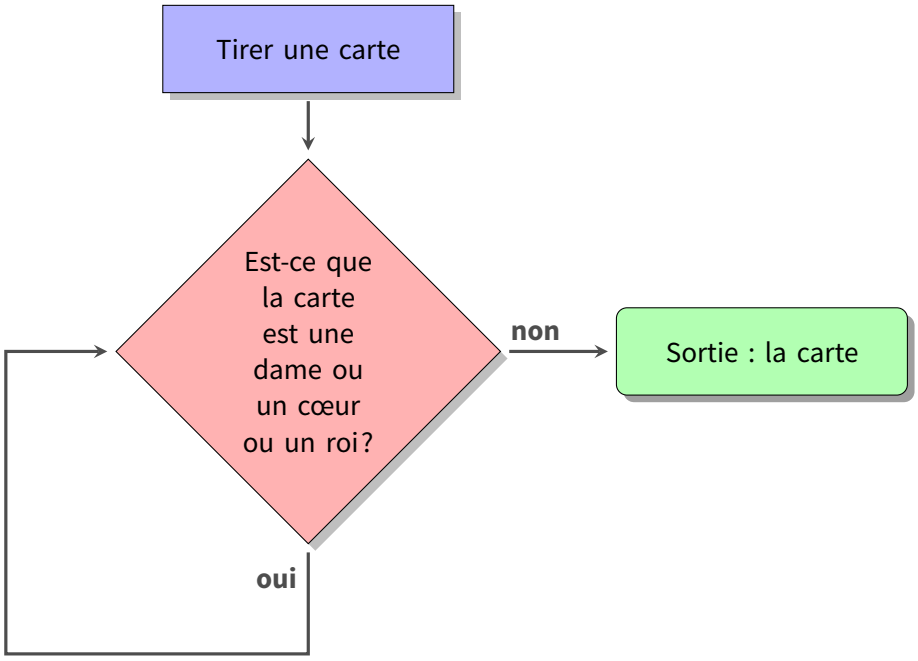
■ **Exercice 10 (dans ton cahier) :**

1. Construis une boucle qui affiche les produits $2 \times x$, $3 \times x$, …, $20 \times x$ (où x est un nombre à demander à l'utilisateur).
2. Construis une boucle qui calcule la somme $1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 + \cdots + i \times i \times i + \cdots + n \times n \times n$ (où n est un entier à demander à l'utilisateur).
3. Demande 10 nombres à l'utilisateur et affiche la position du plus grand de ces nombres. Par exemple, si les nombres sont $2, 3, 5, 10, 2, 1, 3, 3, 1, 5$ alors le plus grand nombre est 10 et le programme renvoie la valeur 4 (car 10 est en quatrième position).
4. Construis un programme qui affiche tous les résultats de la table classique des multiplications (on affiche tous les produits $i \times j$, i et j étant des entiers allant de 1 à 10).

■ **Exercice 11 :** Les algorithmes suivants ne font pas ce que l'on attend d'eux. Trouve les problèmes et corrige-les !

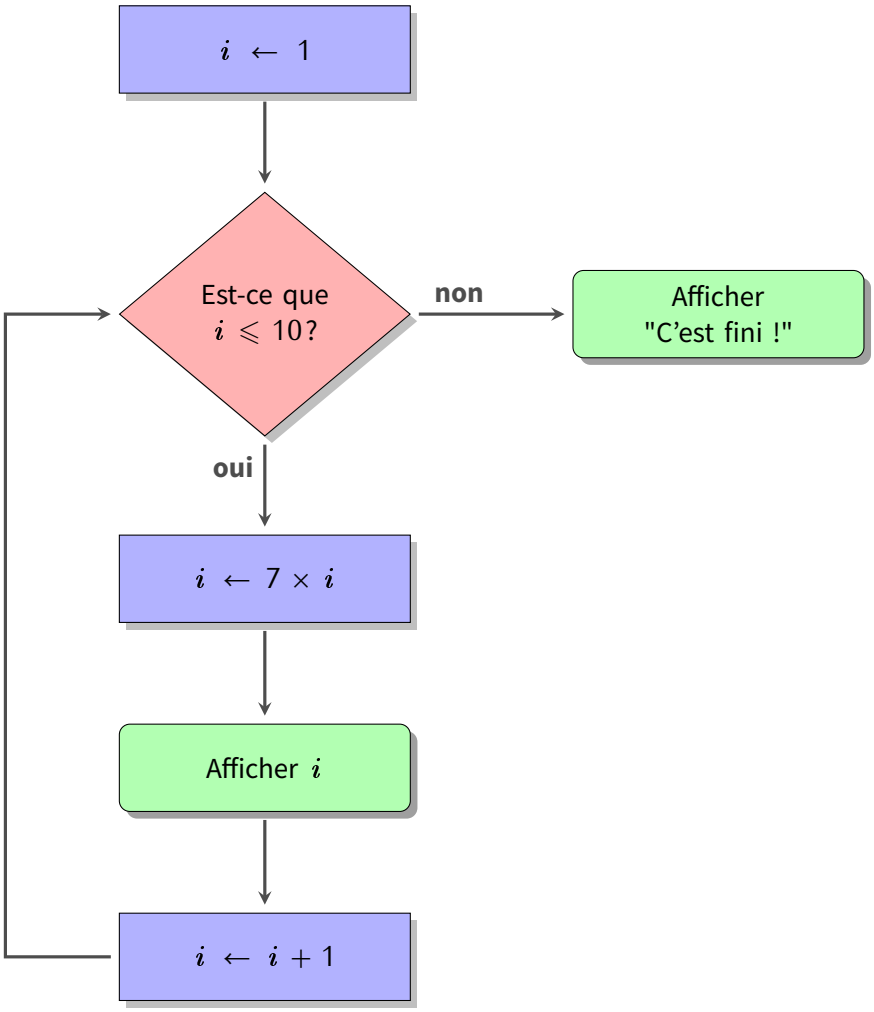
1. **But :** Le programme tire des cartes au hasard, il s'arrête lorsque la carte tirée est la dame de cœur ou le roi de cœur.

   Solution fausse :



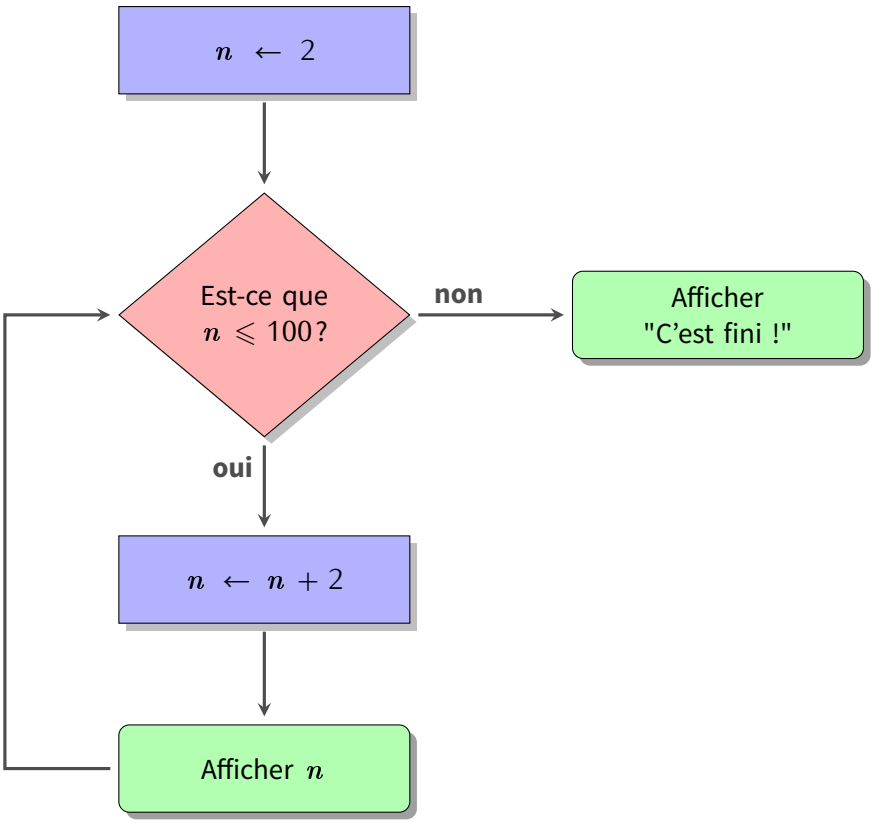
2. **But :** Le programme affiche la table de multiplication par 7 (c'est-à-dire les multiples de 7 inférieurs ou égaux à 70).

   Solution fausse :



3. **But :** Le programme affiche les nombres pairs compris entre 2 et 100 : 2, 4, 6, 8, . . . , 100.

   Solution fausse :



4. **But :** Le programme calcule le produit $10 \times 9 \times 8 \times \cdots \times 2 \times 1$.

   Solution fausse :

$P \leftarrow 1$
$n \leftarrow 10$
`Tant que` $P \geqslant 1$, `faire :`
    $P \leftarrow P \times n$
    $n \leftarrow n - 1$
`Sortie :` n

IV – Énigmes

■ **Énigme 1 (répétitions) [sur cette feuille] :** Nous avons trois couleurs, chacune codée par son initiale : **R** pour rouge, **V** pour vert et **B** pour bleu. Mais ici les couleurs sont codées par trois lettres **X**, **Y** ou **Z** :

Z 2Y 2(X 2Y Z) 2Z X 2(Y 2Z).

Sachant qu'il y a plus de rouge que de bleu et plus de bleu que de vert, retrouve quelles sont les couleurs associées à **X**, **Y** et **Z** et colorie les bulles suivantes :

Question : quelles sont les couleurs des quatre premières bulles ? .....
*Répondre sous la forme de quatre lettres. Par exemple : **BVRR** pour bleu, vert, rouge, rouge.*

■ **Énigme 2 (Si ... alors ... sinon) [sur cette feuille] :** On a les instructions suivantes :

$n \leftarrow ?$
$x \leftarrow n$
répéter n fois :
  si x est pair, alors :
    $x \leftarrow x - 3$
  sinon :
    $x \leftarrow 2 \times x + 2$

Question : quelle doit être la valeur de n, de sorte qu'à la fin la valeur de x soit 100 ?

■ **Énigme 3 (boucles) [sur cette feuille] : But :** Le programme suivant affiche si un entier n positif ou nul est pair ou impair. Malheureusement les lignes ont été mélangées !

1. Sinon :
2. Tant que $n \geqslant 4$:
3. Si (($n = 1$) ou ($n = 3$)) :
4. Afficher "Ce nombre est pair."
5. Afficher "Ce nombre est impair."
6. $n \leftarrow n - 4$

Question : remets les lignes dans l'ordre : .....
La réponse est la suite des numéros de ligne dans le bon ordre, par exemple 532146.

Scratch en salle info

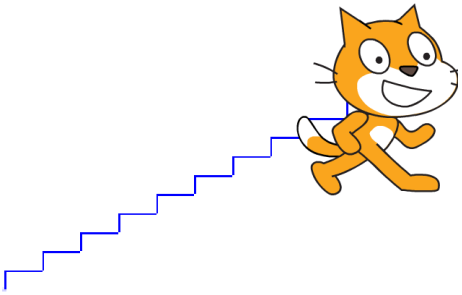
Annexe E

ATTENTION !!!

Pour chaque activité sont donnés des blocs utiles qu'il faudra utiliser pour réussir l'activité. Mais ce ne sont pas les seuls blocs à utiliser, il faudra en utiliser d'autres déjà connus ou à découvrir !

I — Répétitions

■ **Activité 1 (sur ordinateur) :** Trace un escalier, comme sur cette figure (à chaque marche, Scratch monte de 10 puis avance de 20) :

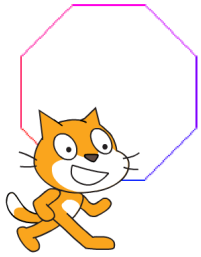


Blocs utiles :

— Le bloc le plus utile sera le bloc répéter 10 fois. Toutes les instructions placées à l'intérieur de ce bloc seront répétées 10 fois :

— Autres blocs déjà vus : s'orienter à 0° (vers le haut), s'orienter à 90° (vers la droite)…
Et aussi aller à $x = 0$, $y = 0$, effacer tout, stylo en position d'écriture, attendre 1 seconde…

■ **Activité 2 (sur ordinateur) :** Trace un polygone comme sur la figure ci-contre (change de couleur à chaque côté) :

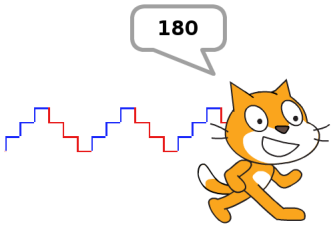


Blocs utiles :

— Tourner à gauche de 45 degrés,
— Ajouter 10 à la couleur du stylo.

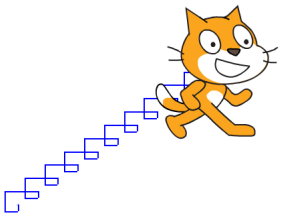
■ **Activité 3 (sur ordinateur) :** Trace des escaliers comme sur la figure :

— On répète trois fois : le chat monte de 10 puis avance de 10 (escalier bleu).
— On répète trois fois : le chat descend de 10 puis avance de 10 (escalier rouge).
— On répète ces deux opérations trois fois.
— De plus, tu peux changer la couleur du trait et afficher la valeur de l'abscisse x de Scratch lorsqu'il s'arrête.



Énigmes

■ **Énigme 1 (répétitions) [sur ordinateur] :**



On se place en $x = 0$ et $y = 0$ et on répète 10 fois les instructions suivantes (attention, le code ci-dessous à droite est pour l'énigme n° 6) :

— s'orienter à $180°$,
— avancer de 5,
— s'orienter à $-90°$,
— avancer de 10,
— s'orienter à $0°$,
— avancer de 15,
— s'orienter à $90°$,
— avancer de 25.

Question : à la fin, quelle est la valeur de x ? . . . . . .

■ **Énigme 2 (répétitions) [sur ordinateur] :** On considère les instructions suivantes :
— avancer de 20,
— tourner vers la gauche de $15°$.

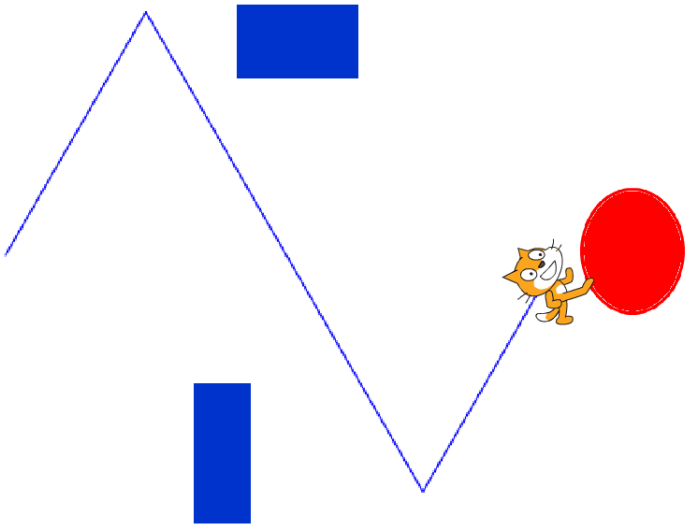
Question : combien de fois faut-il répéter ces deux instructions pour revenir à la position de départ ? . . . . . .

■ **Énigme 3 (répétitions) [sur ordinateur] :** Le code ci-contre affiche un carré avec des petits triangles sur chaque côté :

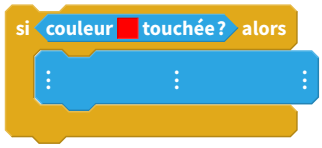
Question : combien y a-t-il de petits triangles en tout ? . . . . . .

II — Si . . . alors

■ **Activité 4 (sur ordinateur) :** Scratch se déplace et rebondit sur les bords, il doit atteindre le disque rouge sans toucher les rectangles bleus. Pour cela, il faut choisir la bonne orientation initiale.

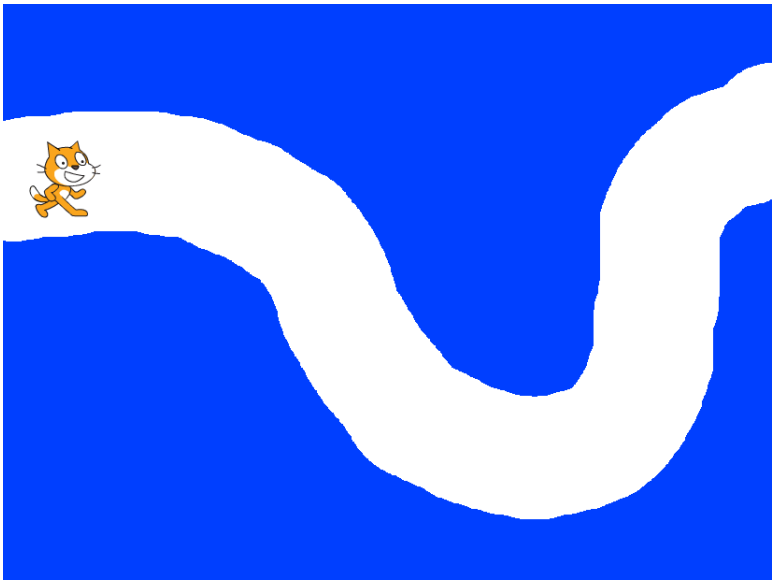


Blocs utiles :



1. Scratch part de $x = -200$, $y = 0$. Il s'oriente selon un certain angle (par exemple $30°$). Puis dans une boucle « répéter indéfiniment » : il avance un peu (disons 5 pas) et il « rebondit si le bord est atteint ».
2. Complète la boucle précédente pour tester si Scratch touche une zone colorée :
   — si Scratch touche une zone rouge alors c'est gagné et on arrête le programme,
   — si Scratch touche une zone bleue alors c'est perdu et on arrête aussi le programme.
3. Dessine des obstacles (en bleu) et une cible (en rouge) sur l'arrière-plan. Cherche l'angle de départ qui convient à la fois pour éviter les obstacles et pour atteindre la cible !

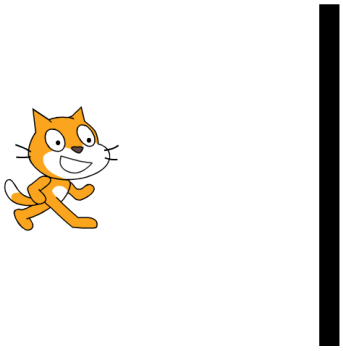
■ **Activité 5 (sur ordinateur) :** L'utilisateur déplace Scratch avec les touches de flèches du clavier, de façon à suivre un chemin :



Bloc utile :

1. Dans une boucle sans fin, on teste quelle flèche est pressée. Si c'est la flèche du haut, Scratch monte (de 5 pas par exemple). Si c'est la flèche du bas, Scratch descend…
2. Dessine un parcours sur l'arrière-plan : tout d'abord peins tout le fond en bleu (avec l'outil pot de peinture) ; puis avec l'outil pinceau (en grande taille) trace un chemin d'une autre couleur.
3. Réduis la taille du lutin Scratch afin qu'il puisse parcourir le chemin sans toucher les bords colorés.
4. **Bonus** : si Scratch sort de son chemin, joue un son d'alerte.

■ **Activité 6 (sur ordinateur) :** Il s'agit de programmer un jeu :
— Scratch part de la gauche de l'écran, il est visible.
— Au bout de quelques pas, il disparaît mais continue d'avancer.
— Lorsque le joueur appuie sur le bouton gauche de la souris, Scratch s'arrête et réapparaît.
— Si Scratch touche la barre noire à ce moment là, c'est gagné !



Dans un premier temps, modifie l'arrière-plan pour y dessiner une barre verticale noire vers le milieu de l'écran.

1. **Première partie** : Scratch démarre.
   — Positionne Scratch à gauche de l'écran, visible.
   — Répète 10 fois : Scratch avance de 5 et attend un peu (par exemple 0,1 seconde).
2. **Deuxième partie** : Scratch se cache.
   — Cache Scratch.
   — Répète 70 fois : Scratch avance de 5 et attend un peu (le même temps qu'avant).
3. **Troisième partie** : Le joueur clique.
   Dans chaque itération de la boucle précédente, on teste si le bouton gauche de la souris est pressé. Si le joueur clique sur la souris, alors :
   — Montre Scratch.
   — Si Scratch touche la barre noire alors affiche : « c'est gagné ! ».
   — Arrête le programme.

Blocs utiles :

Énigmes

■ **Énigme 4 (si ... alors) [sur ordinateur et sur ce TD] :**
— Scratch part de $x = -200$, $y = 0$.
— Scratch s'oriente à 80° (par rapport au Nord).
— Ensuite, on répète indéfiniment :
   — avancer de 5,
   — si $x > y$, alors on affiche x.

Question : quelle est la première valeur de x affichée ? .....
(On arrondira x à l'entier supérieur ou inférieur.)

■ **Énigme 5 (si ... alors) [sur ordinateur et sur ce TD] :** Scratch se déplace en fonction des touches de flèches pressées. Il part de $x = 0$, $y = 0$ et est orienté vers la droite.
— Si la flèche droite (→) est pressée, alors Scratch avance de 30 (et attend $0,2$ seconde).
— Si la flèche haut (↑) est pressée, alors Scratch tourne de $15°$ vers la gauche (et attend $0,2$ seconde).
Programme Scratch afin qu'il suive ces consignes.

Voici la séquence d'instructions saisie par un élève :

→ → ↑ → ↑ → ↑ ↑ → → → ↑ →

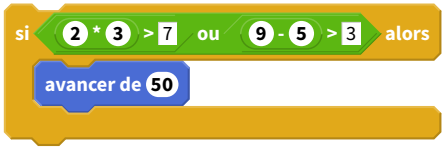
Question : quelle est la valeur de l'abscisse x à la fin de ces instructions ? .....
(on arrondira la réponse à l'entier supérieur ou inférieur.)

■ **Énigme 6 (si ... alors) [sur ordinateur et sur ce TD] :** Scratch avance si certaines conditions sont validées.

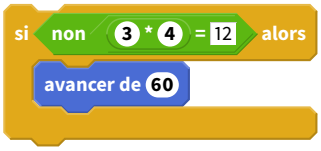
— Si « $2 < 3$ », alors Scratch avance de 30.

— Si « $2 + 3 = 4$ », alors Scratch avance de 40.

— Si « $2 \times 3 > 7$ **ou** $9 - 5 > 3$ », alors Scratch avance de 50.



— Si « **non** $(3 \times 4 = 12)$ », alors Scratch avance de 60.

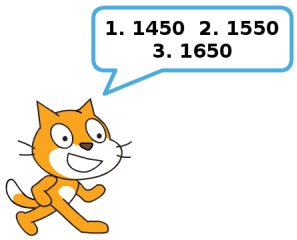


Question : au total, après toutes ces instructions, de combien de pas Scratch a-t-il avancé ?

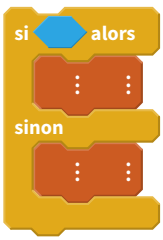
.....

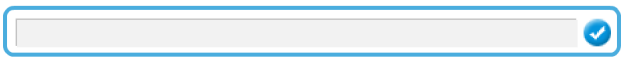
III — Si . . . alors . . . sinon . . .

■ **Activité 7 (sur ordinateur) :** Programme un petit quizz :
— Pose une question avec trois réponses possibles.
— L'utilisateur répond 1, 2 ou 3.
— Informe l'utilisateur s'il a donné ou non la bonne réponse.



Bloc utile :





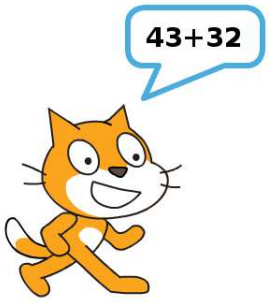
Exemples de questions sur le thème « dates de l'histoire des sciences » :
— *L'invention de l'imprimerie (1. 1 450, 2. 1 550, 3. 1 650).*
— *L'encyclopédie de Diderot (1. 1 650, 2. 1 750, 3. 1 850).*
— *Second voyage de Christophe Colomb (1. 1 493, 2. 1 497, 3. 1 502).*
— *Premier homme dans l'espace, Youri Gagarine (1. 1 941, 2. 1 951, 3. 1 961).*
— *Premier homme sur la lune, Neil Armstrong (1. 1 959, 2. 1 969, 3. 1 979).*
— *Premier ordinateur électronique, ENIAC (1. 1 947, 2. 1 967, 3. 1 987).*
— *. . .*

■ **Activité 8 (sur ordinateur) :** Demande à l'utilisateur un nombre entre 100 et 999 et fais en sorte que l'ordinateur réponde si ce nombre est divisible par 5, puis s'il est divisible par 3 :

Blocs utiles : Comment récupérer les chiffres d'un nombre ? Si ce nombre est un nombre à 3 chiffres, alors on considère ce nombre comme un mot de 3 lettres. Par exemple, si le nombre est 492, alors la première lettre est 4, la deuxième est 9, la troisième est 2 :

— **Critère de divisibilité par 5** : « Un entier est divisible par 5 exactement lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5. » Par exemple, 160 et 485 sont divisibles par 5, par contre 753 ne l'est pas !
— **Critère de divisibilité par 3** : « Un entier est divisible par 3 exactement lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3. » Par exemple, 561 est divisible par 3, car $5 + 6 + 1 = 12$ est divisible par 3. Par contre 917 ne l'est pas.

■ **Activité 9 (sur ordinateur) :** Programme un jeu de calcul mental :



— Fixe un maximum (par exemple 50).
— Tire deux nombres au hasard plus petits que ce maximum.
— Demande combien vaut la somme de ces deux nombres.
— Vérifie le résultat. Si la réponse est juste, augmente le score du joueur, sinon joue un son.
— Demande plusieurs calculs et affiche le score final.

Énigmes

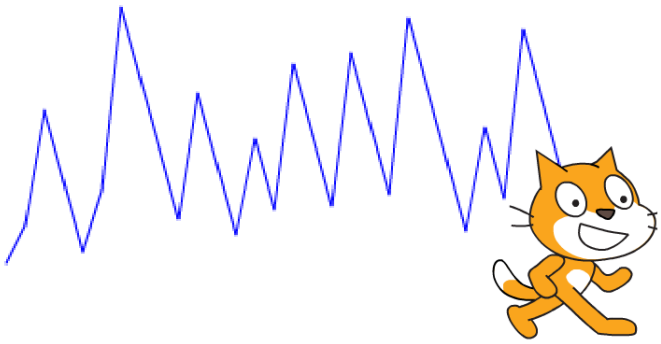
■ **Énigme 7 (« la suite de Syracuse ») [sur ordinateur et sur ce TD] :** La suite de Syracuse est une suite mystérieuse. On part d'un nombre entier x, puis on applique un certain nombre de fois les instructions suivantes :
— Si x est pair, alors x devient $x/2$;
— sinon, x devient $3 \times x + 1$.

Voici comment tester si un nombre x est pair :

Question : On part de $x = 2\,019$. On effectue 50 fois l'opération. Combien vaut alors x ? .....

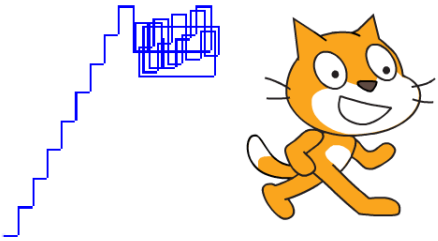
Indication : Après la première opération, on a $x = 6\,058$, après la deuxième opération $x = 3\,029$…

■ **ÉNIGME 8 (SI ... ALORS ... SINON ...) [SUR ORDINATEUR] :** Scratch a un comportement bizarre !
— Scratch part en $x = -150$, $y = 10$.
— Chaque jour on ajoute 10 à x.
— Chaque jour on change aussi y de la manière suivante :
  ◇ Si $y < 50$, alors y devient $3 \times y$,
  ◇ sinon y devient $y - 37$.



Question : Au bout de 30 jours, Scratch est en $x = 150$. Combien vaut y ? .....

■ **ÉNIGME 9 (SI ... ALORS ... SINON ...) [SUR ORDINATEUR] :**



Scratch part de $x = 0$ et $y = 0$, puis se déplace selon les instructions suivantes :
— Si $x < 100$, on ajoute 7 à x, sinon on retire 37 à x.
— Si $y < 100$, on ajoute 14 à y, sinon on retire 22 à y.
À chaque déplacement, il y a donc un mouvement horizontal puis un mouvement vertical.

Question : Après 40 déplacements, Scratch se retrouve en un point d'ordonnée $y = 92$. Combien vaut alors l'abscisse x ? .....

Indication : Sur l'image ci-dessus, les 30 premiers déplacements sont dessinés.

Ce cours a été créé par M. LENZEN, adapté d'un TD réalisé par l'équipe de mathématiques du collège Jean-Baptiste Clément de Dugny (93440) et utilisé entre 2011 et 2020.

Il est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons « Partage - Attribution - Pas d'utilisation commerciale - Pas de modification 4.0 France » :

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr

"Vous êtes autorisé à : Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats. L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :
◇ **Attribution :** *Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son Œuvre.*
◇ **Pas d'Utilisation Commerciale :** *Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.*
◇ **Pas de modifications :** *Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'Œuvre modifiée."*

Cours de 4e version 1.2 — achevé au mois de juillet 2020.