SÉQUENCE XIII

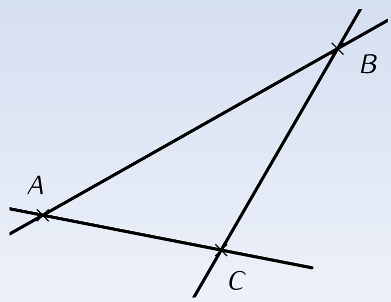
Triangles

1 Triangles quelconques et construction

DÉFINITION

Un triangle est un polygone à trois côtés.

Remarque : Un triangle a trois sommets et trois côtés.



Exemple : Dans un triangle ABC, quel est le sommet opposé au coté $[AB]$? Et le côté opposé au sommet A ?

Solution : Le sommet opposé au côté $[AB]$ est C. Le côté opposé au sommet A est $[BC]$ ou $[CB]$.

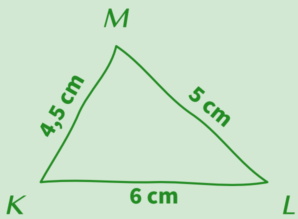
En 6^{e}, la construction d'un triangle quelconque dépendra des trois données de l'énoncé :

MÉTHODE (construction avec 3 longueurs)

On veut construire le triangle KLM tel que $KL = 6$ cm, $LM = 5$ cm et $KM = 4{,}5$ cm.

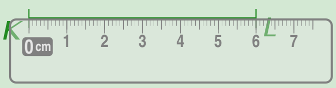
Au brouillon :

Voici une figure à main levée possible correspondant à notre triangle :

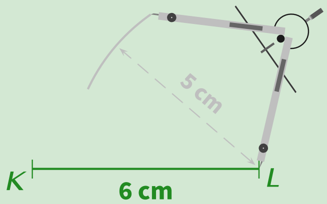


Tracé (les figures sont dessinées ici $2\times$ plus petites) :

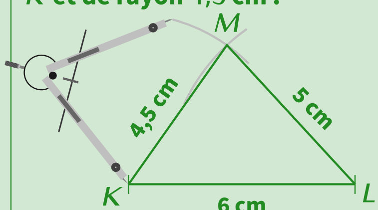
❶ on trace le segment $[KL]$ de longueur 6 cm (en général, on commence par le plus long) :



❷ M est situé à 5 cm de L, donc on trace un arc de cercle de centre L et de rayon 5 cm :



❸ M est situé à $4{,}5$ cm de K, donc on trace un autre arc de cercle de centre K et de rayon $4{,}5$ cm :



■ **EXERCICE :** Trace dans ton cahier d'exercices les triangles suivants :

a) CAR tel que $CA = 5$ cm, $AR = 4$ cm et $RC = 2{,}5$ cm.
b) LED tel que $LD = 4$ cm, $DE = 6$ cm et $EL = 3{,}5$ cm.
c) FBI tel que $FB = 2{,}5$ cm, $BI = 3$ cm et $IF = 3{,}5$ cm.
d) NUL tel que $NU = 8$ cm, $LN = 3{,}9$ cm et $LU = 4$ cm.

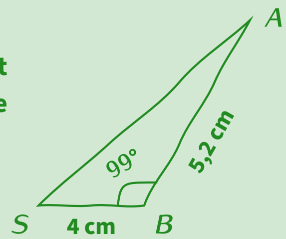
Remarque

Le dernier triangle n'est en effet pas constructible, mais un calcul aurait pu nous le dire : si le plus grand côté est supérieur à la somme des deux autres, alors le triangle est constructible. C'est l'inégalité triangulaire.

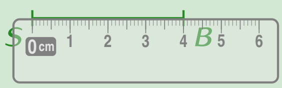
MÉTHODE (construction avec 2 longueurs et 1 angle)

Pour construire le triangle ABS tel que $AB = 5{,}2$ cm, $BS = 4$ cm et $\widehat{ABS} = 99°$, on commence par tracer une figure à main levée comme indiqué au début de ce chapitre.

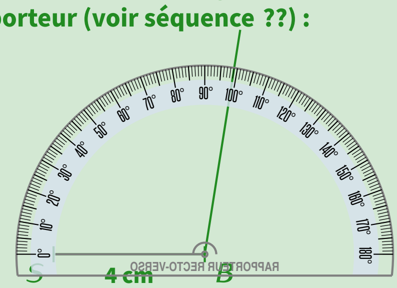
On passe ensuite au tracé en 3 étapes :



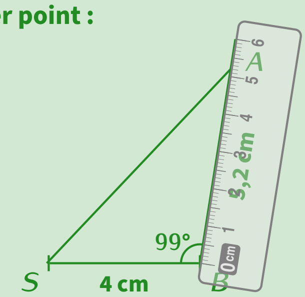
❶ On trace un segment dont on connaît la longueur :



❷ On construit l'angle donné au rapporteur (voir séquence ??) :



❸ On mesure à la règle pour placer le dernier point :

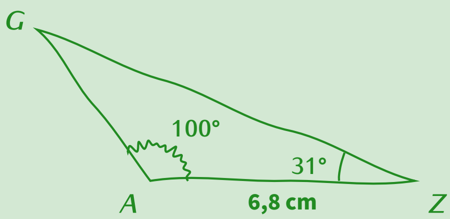


■ **EXERCICE :** Dans ton cahier d'exercices,
a) trace le triangle EFG tel que $EF = 7$ cm, $EG = 4$ cm et $\widehat{FEG} = 80°$.
b) trace le triangle RST tel que $RS = 5{,}2$ cm, $RT = 2{,}4$ cm et $\widehat{SRT} = 107°$.

MÉTHODE (construction avec 1 longueur et 2 angles)

Pour tracer le triangle ZAG tel que $AZ = 6{,}8$ cm, $\widehat{GAZ} = 100°$ et $\widehat{AZG} = 31°$, on commence encore par tracer une figure à main levée...

On passe ensuite au tracé en 3 étapes :

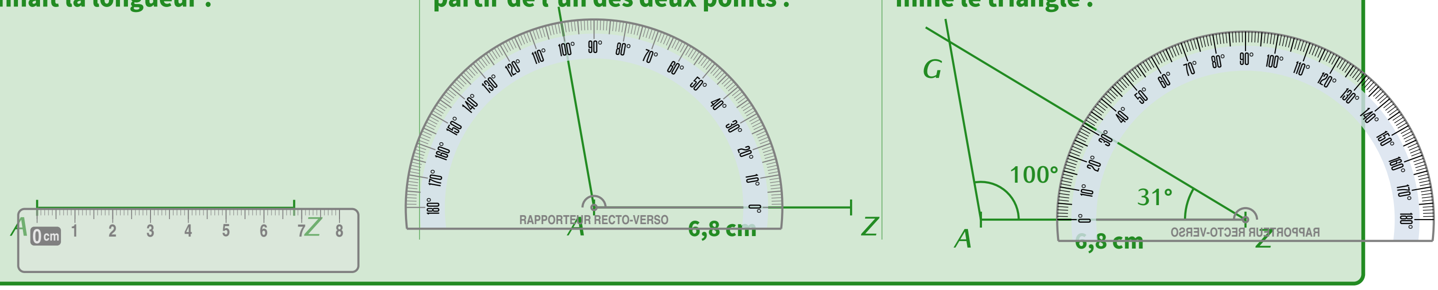


MÉTHODE (construction avec 1 longueur et 2 angles, suite)

❶ On trace le segment dont on connait la longueur :

❷ On construit un premier angle à partir de l'un des deux points :

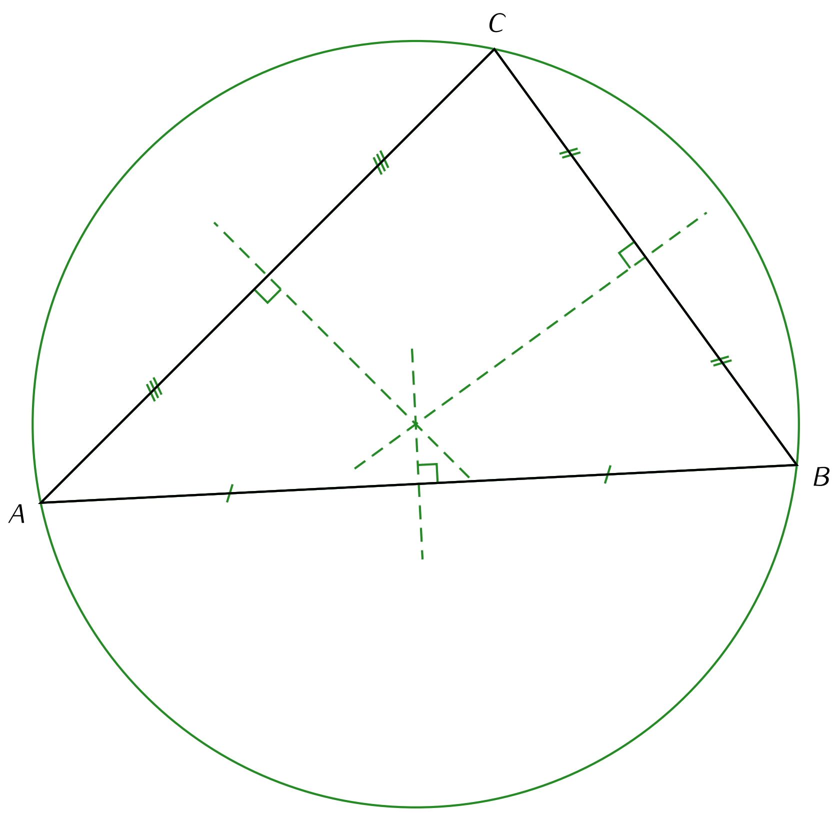
❸ On construit l'autre angle et on termine le triangle :



■ **EXERCICE :** Dans ton cahier d'exercices,
a) trace le triangle EFG tel que $EF = 6$ cm, $\widehat{EFG} = 25°$ et $\widehat{FEG} = 65°$.
b) trace le triangle RST tel que $RS = 4{,}7$ cm, $\widehat{RST} = 23°$ et $\widehat{SRT} = 107°$.

2 Cercle circonscrit

■ **EXERCICE :** Voici un grand triangle ABC. Trace avec le plus de précision possible les 3 médiatrices, puis le cercle dont le centre est le point d'intersection des médiatrices et passant par A :



DÉFINITIONS

Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes en un point. Le cercle de centre ce point et passant par l'un des trois sommet est alors appelé le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

3 Triangles particuliers

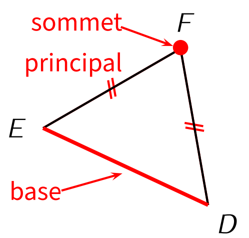
1 Définitions

DÉFINITIONS

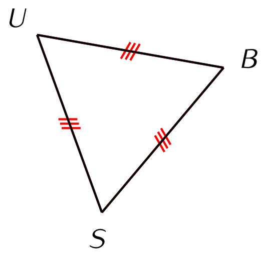
- **Un triangle isocèle est un triangle dont deux côtés ont la même longueur. Ces deux côtés se coupent en un point nommé sommet principal. Le 3e côté est appelé base.**
- **Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.**
- **Un triangle rectangle est un triangle avec un angle droit. Le côté opposé est alors appelé hypoténuse.**

Exemples :

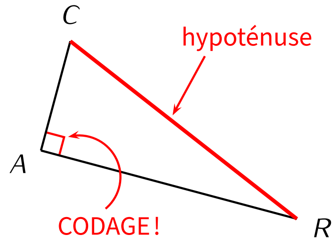
Triangle *isocèle en F*



Triangle *équilatéral*



Triangle *rectangle en A*



PROPRIÉTÉS ADMISES (TRIANGLES ISOCÈLE ET ÉQUILATÉRAL)

- Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle (et sa base est le côté qui se trouve entre ces deux angles de même mesure).
- Si un triangle a ses trois angles de même mesure (60°), alors il est équilatéral.

Remarques

- Un triangle peut à la fois être isocèle et rectangle.
- De plus, que ce soit pour le triangle isocèle, équilatéral ou rectangle, le codage est **OBLIGATOIRE** !

2 Construction d'un triangle particulier

Construire un triangle isocèle, équilatéral ou rectangle (avec les 2 côtés de l'angle droit connus) ne pose normalement pas de difficulté…

construire un triangle isocèle

construire un triangle équilatéral

construire un tri. rect. (sans hypo)

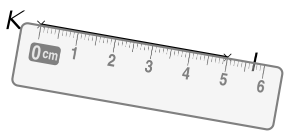
EXERCICE : Construis (dans ton cahier d'exercices) :

a) le triangle ISO isocèle I tel que $OS = 7$ cm et $SI = 4{,}5$ cm.
b) le triangle EQU équilatéral de côté $3{,}5$ cm.
c) le triangle REC rectangle en R tel que $RE = 3$ cm et $RC = 4$ cm.

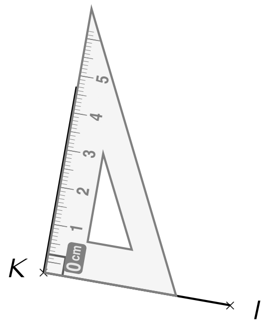
Voyons la construction, un peu plus délicate, d'un triangle rectangle avec hypoténuse donnée, en plus de l'un des deux côtés de l'angle droit.

➔ Exemple : Construis (dans ton cahier d'exercices) un triangle KHI rectangle en K avec $KI = 5$ cm et $HI = 7$ cm :

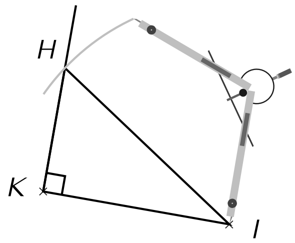
❶ on trace le segment $[KI]$ de longueur 5 cm :



❷ on construit ensuite l'angle droit sur le point K :



❸ H est situé à 6 cm de I, donc on trace un arc de cercle de centre I et de rayon 6 cm :



■ **EXERCICE (utilité de la figure à main levée) :** Construis (dans ton cahier d'exercices) :

a) le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $AC = 10$ cm.
b) le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $BC = 10$ cm.