SÉQUENCE XII

Fractions (partie 2)

1 Quotients égaux

« RÈGLE D'OR » DES QUOTIENTS

On ne change pas un quotient en multipliant (ou en divisant) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemple : $\frac{1}{2{,}2} \overset{\times 5}{\underset{\times 5}{=}} \frac{5}{11}$ que l'on peut aussi écrire $\frac{1}{2{,}2} = \frac{1 \times 5}{2{,}2 \times 5} = \frac{5}{11}$, ou encore $\frac{48}{28} \overset{\div 4}{\underset{\div 4}{=}} \frac{12}{7}$.

2 Additions et soustractions de fractions

Comme vu dans la première partie des fractions, le dénominateur d'une fraction peut se remplacer par n'importe quel mot, par exemple « crayon ». Cela permet de facilement comprendre qu'une addition (ou soustraction) de fractions n'est possible que lorsqu'elles ont le même dénominateur :

MÉTHODE (fractions de même dénominateur)

$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D}.$$

Par exemple : $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = 2$ **crayons** $+ 3$ **crayons** $= 5$ **crayons** $= \frac{5}{7}$

Remarque : vérifier le résultat à la calculatrice.

Exemple : Complète les calculs suivants :

a) $\frac{12}{7} - \frac{6}{7}$

b) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$

Solution : a) $\frac{12}{7} - \frac{6}{7} = \frac{12-6}{7} = \frac{6}{7}$;

b) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2 \times \cancel{3}}{1 \times \cancel{3}} = \frac{2}{3}$.

MÉTHODE (fractions de dénominateurs différents)

$$A = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

puisque 6 est dans la table de 3 ($6 = 3 \times 2$), on peut transformer la 2e fraction grâce à la "règle d'or"

$$A = \frac{5}{6} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2}$$

$$A = \frac{5}{6} + \frac{2}{6}$$

$$A = \frac{5+2}{6}$$

on additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun (on n'est pas obligé d'écrire cette étape)

$$A = \frac{7}{6}.$$

Exemple : Complète les exemples suivants :

$A = \frac{8}{45} + \frac{7}{5} = \frac{8}{45} + \frac{63}{45} = \frac{51}{45}$ | $B = \frac{5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}$ | $C = \frac{2}{7} + \frac{8}{14} = \frac{4}{14} + \frac{8}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

3 Produit d'un nombre par une fraction

PROPRIÉTÉ

Il existe trois façons de multiplier un nombre quelconque a par la fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$) :

$$a \times \frac{b}{c} = \underbrace{\frac{b}{c} \times a}_{❶} = \underbrace{\frac{a}{c} \times b}_{❷} = \underbrace{\frac{a \times b}{c}}_{❸}.$$

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « × » : on pourra ainsi calculer la fraction d'une quantité (❶).

Remarques :

- *Les trois calculs donneront le même résultat, mais un calcul sera plus pertinent qu'un autre en fonction de la situation rencontrée : par exemple, pour calculer $21 \times \frac{4}{7}$, on peut remarquer que 21 est un multiple de 7, donc on va choisir la méthode ❷ : $(21 \div 7) \times 4 = 3 \times 4 = 12$.*
- *La fin de cette propriété (calculer la fraction d'une quantité, donc $\frac{a}{b} \times c$) sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.*

Exemples :

- Les $\frac{2}{3}$ de 60 € représentent donc $\frac{2}{3} \times 60 = \frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ €.
- Un professeur a fait un contrôle qui a duré les $\frac{3}{8}$ de l'heure. Sachant qu'une heure représente 60 minutes, le contrôle a donc duré $\frac{3}{8} \times 60$ min $= \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22{,}5$ min, soit 22 min et 30 s.
- Un produit affiché à 199 € est soldé à -30%. Quel sera son nouveau prix ?

  Solution : Il s'agit de d'abord calculer 30% de 199 € $= \frac{30}{100} \times 199 = 59{,}7$. L'article passe donc à $199 - 59{,}7 = 139{,}30$ €.

À LA CALCULATRICE ($\frac{3}{8}$ DE 20€)

Pour calculer la fraction d'une quantité, on tape : (3) (▭/▭) (8) (>) (×) (2) (0) (EXE). La calculatrice affiche alors $\frac{15}{2}$.
En appuyant sur (⇧) (EXE), on obtient alors 7,5 : les $\frac{3}{8}$ de 20 € représentent donc 7,50 €.