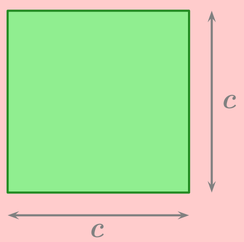
SÉQUENCE

Bases de géométrie

1 Périmètre & aire (rappel de 6^e)

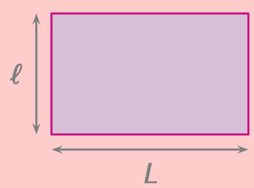
FORMULES (RAPPELS)

Carré



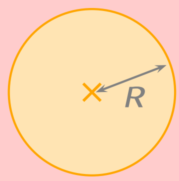
$\mathscr{P} = 4 \times c$
$\mathscr{A} = c \times c$

Rectangle



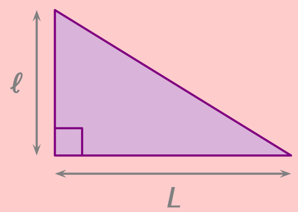
$\mathscr{P} = 2 \times (L + \ell)$
$\mathscr{A} = L \times \ell$

Disque



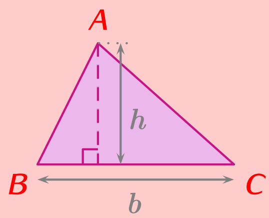
$\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R$
$\mathscr{A} = \pi \times R \times R$

Triangle rectangle



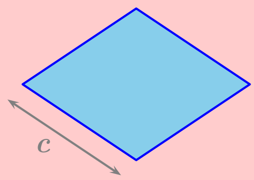
$\mathscr{P} =$? (appliquer la définition)
$\mathscr{A} = L \times \ell \div 2$

Triangle quelconque



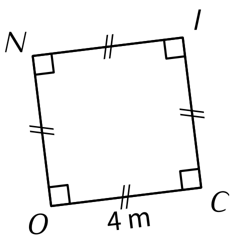
$\mathscr{P} =$? (appliquer la définition)
$\mathscr{A} = b \times h \div 2$

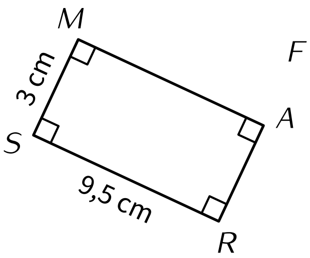
Losange

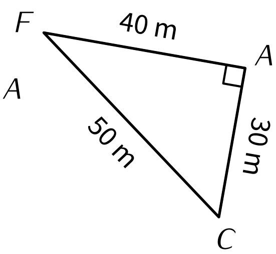


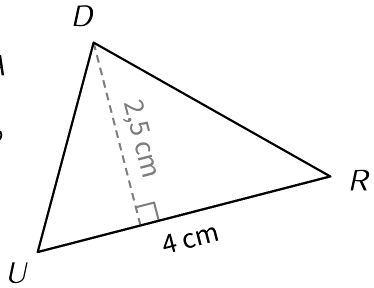
$\mathscr{P} = 4 \times c$
$\mathscr{A} =$? (être astucieux...)

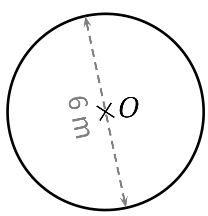
Exemples : Calcule le périmètre (sauf du triangle DUR) et l'aire (arrondis au dixième si nécessaire) des figures suivantes (respectivement un carré, un rectangle, un triangle rectangle en A, un triangle quelconque et un disque) :







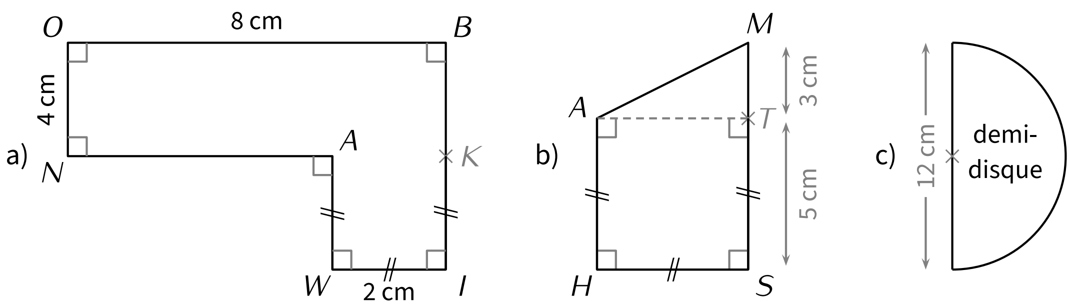




Solution :

- $\mathscr{P}_{NICO} = 4 \times 4 = 16$ m et $\mathscr{A}_{NICO} = 4 \times 4 = 16$ m².
- $\mathscr{P}_{MARS} = 2 \times (9{,}5 + 3) = 2 \times 12{,}5 = 25$ cm et $\mathscr{A}_{MARS} = 9{,}5 \times 3 = 28{,}5$ cm².
- $\mathscr{P}_{FAC} = 30 + 40 + 50 = 120$ m (définition) et $\mathscr{A}_{FAC} = 40 \times 30 \div 2 = 600$ m².
- $\mathscr{A}_{DUR} = 4 \times 2{,}5 \div 2 = 5$ cm².
- $\mathscr{P} = 2 \times \pi \times 3 = 12\pi \approx 18{,}8$ m et $\mathscr{A} = \pi \times 3 \times 3 = 36\pi \approx 28{,}3$ m² (⚠ $R = D \div 2 = 6 \div 2 = 3$ m!)

■ **EXERCICE :** Calcule l'aire de chacune des figures suivantes (arrondie au dixième de cm² pour le demi-disque) :



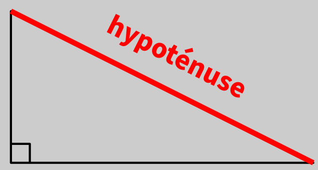
Solution :

- $A_{OBKN} = L \times \ell = 8 \times 4 = 32$ cm² et $\mathscr{A}_{KIWA} = c \times c = 2 \times 2 = 4$ cm², donc $\mathscr{A}_{OBIWAN} = 32 + 4 = 36$ cm².
- $A_{TAHS} = c \times c = 5 \times 5 = 25$ cm² et $\mathscr{A}_{MAT} = L \times \ell \div 2 = 5 \times 3 \div 2 = 7{,}5$ cm², donc $\mathscr{A}_{MAHST} = 25 + 7{,}5 = 32{,}5$ cm².
- Le rayon du demi-disque est $12 \div 2 = 6$ cm, donc $\mathscr{A} = \pi \times R^2 \div 2 \approx 56{,}5$ cm² (on divise par 2 car il s'agit d'un **demi**-disque).

2 Égalité de Pythagore

DÉFINITION

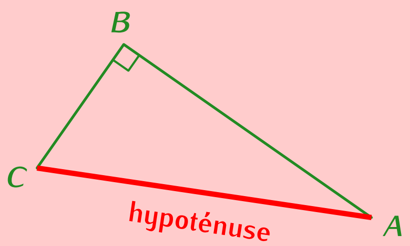
Dans un triangle rectangle, le côté opposé (ou "en face") de l'angle droit s'appelle l'hypoténuse. Il s'agit aussi du côté le plus long.



THÉORÈME DE PYTHAGORE

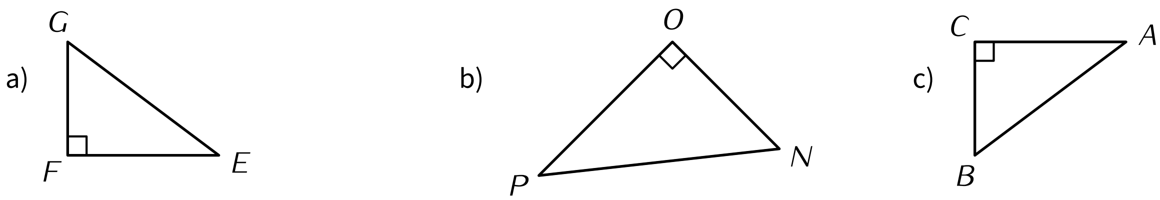
Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

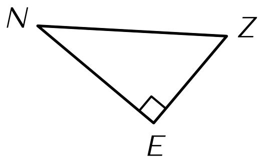
Autrement dit :

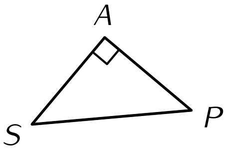


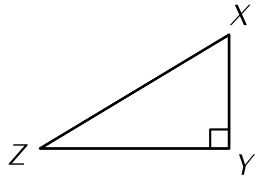
⇒ Égalité de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

Exemples : Pour chaque triangle ci-dessous, écris l'égalité de Pythagore qui lui correspond :



d) 

e) 

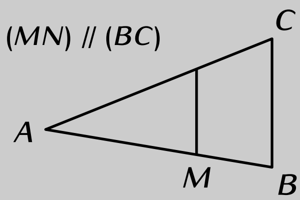
f) 

Solution : a) $EG^2 = EF^2 + FG^2$; b) $PN^2 = PO^2 + ON^2$; c) $AB^2 = AC^2 + BC^2$
d) $NZ^2 = NE^2 + EZ^2$; e) $SP^2 = SA^2 + AP^2$ et f) $XZ^2 = XY^2 + YZ^2$.

3 Égalité de Thalès

DÉFINITION

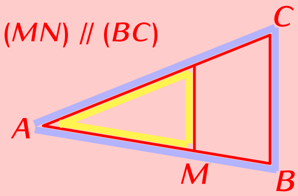
Une configuration de Thalès est une figure dans laquelle deux droites sécantes sont coupées par deux autres droites parallèles. Ces droites peuvent parfois être dessinées sous la forme de segments.



THÉORÈME DE THALÈS

Si deux droites parallèles coupent deux droites sécantes, alors elles déterminent deux triangles dont les côtés correspondants ont des longueurs proportionnelles.

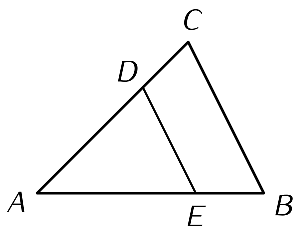
Autrement dit :

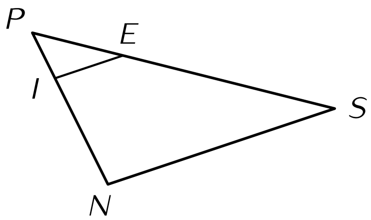


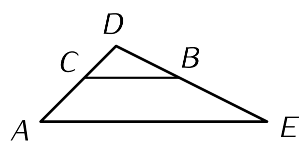
$\Rightarrow$ Égalité de Thalès : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

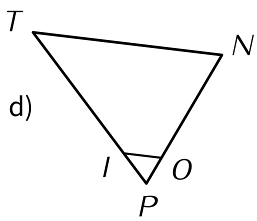
On écrit les trois côtés du petit triangle aux numérateurs en commençant par les deux côtés qui sont repassés des deux couleurs en même temps. Puis, pour chaque dénominateur, on écrit le côté qui lui correspond dans le grand triangle, c'est-à-dire soit dans l'alignement, soit parallèle.

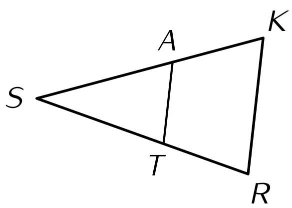
Exemples : Pour chaque configuration de Thalès ci-dessous, écris l'égalité de Thalès qui lui correspond (dans chaque figure, le segment à l'intérieur du triangle est parallèle à l'un de ses côtés) :

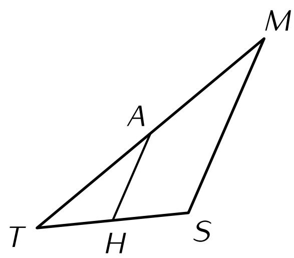
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

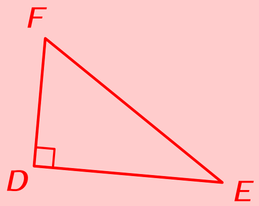
<u>Solution</u> : a) $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$; b) $\frac{PI}{PN} = \frac{PE}{PS} = \frac{IE}{NS}$; c) $\frac{DC}{DA} = \frac{DB}{DE} = \frac{CB}{AE}$;
d) $\frac{PI}{PT} = \frac{PO}{PN} = \frac{IO}{TN}$; e) $\frac{SA}{SK} = \frac{ST}{SR} = \frac{AT}{KR}$ et f) $\frac{TA}{TM} = \frac{TH}{TS} = \frac{AH}{MS}$.

4 DPC

DÉFINITION

En géométrie, pour rédiger une démonstration, on utilise une présentation appelée DPC et qui correspond à la structure classique “Donnée(s) - Propriété - Conclusion”.

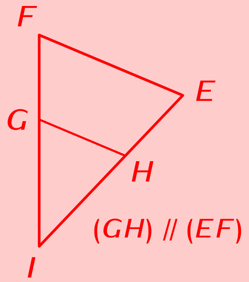
DPC DU THÉORÈME DE PYTHAGORE



Le DPC correspondant au théorème de Pythagore :

D : EDF est un triangle rectangle en D. ← on écrit la donnée
P : D'après le théorème de Pythagore, on a : ← on cite le théorème
C : $EF^2 = ED^2 + DF^2$ ← on écrit l'égalité de Pythagore

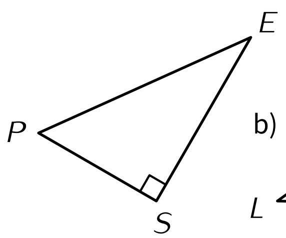
DPC DU THÉORÈME DE THALÈS

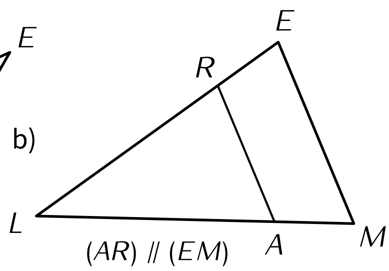


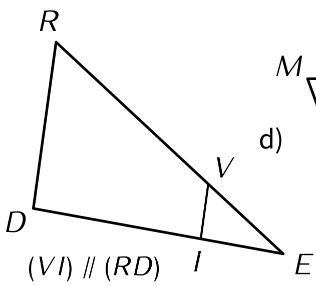
Le DPC correspondant au théorème de Thalès :

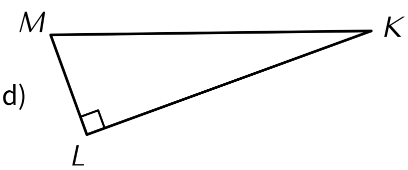
D : • (FG) et (EH) sont sécantes en I ← on <u>doit</u> utiliser les 5 points de la configuration + les parallèles
• (GH) // (EF)
P : D'après le théorème de Thalès, on a : ← on cite le théorème
C : $\frac{IG}{IF} = \frac{IH}{IE} = \frac{GH}{EF}$ ← on écrit l'égalité de Thalès

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Pour chaque question, écris le DPC qui convient (théorème de Pythagore ou théorème de Thalès) :

a) 

b) 

c) 

d) 

<u>Solution</u> :

a) D : Le triangle PES est rectangle en S.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $PE^2 = PS^2 + ES^2$.

b) D : • (RE) et (AM) sont sécantes en L.
• (AR) // (EM).
P : D'après le théorème de Thalès, on a :
C : $\frac{LR}{LE} = \frac{LA}{LM} = \frac{AR}{EM}$.

c) D : • (ID) et (RV) sont sécantes en E.
• (VI) // (RD).
P : D'après le théorème de Thalès, on a :
C : $\frac{EV}{ER} = \frac{EI}{ED} = \frac{VI}{RD}$.

d) D : Le triangle KLM est rectangle en L.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $KM^2 = KL^2 + LM^2$.