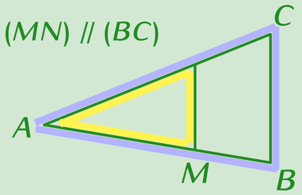
SÉQUENCE X

Thalès

1 Le théorème de Thalès

MÉTHODE (calculer une longueur avec le théorème de Thalès)

Calculer AM dans la figure suivante.



$\Rightarrow$

Données :
- $AB = 12$ cm
- $AC = 10$ cm
- $BC = 9$ cm
- $AN = 4$ cm
- $(MN) \mathbin{//} (BC)$

Réponse :

D : • (BM) et (CN) sont sécantes en A.
• $(MN) \mathbin{//} (BC)$.

P : Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

C : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

on écrit le DPC (→ séq. n° 1)

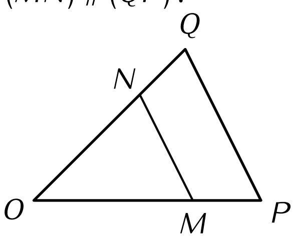
$\dfrac{AM}{12} = \dfrac{4}{10} = \cancel{\dfrac{MN}{9}}$ ← on remplace par les valeurs connues et on barre le quotient inutile

$AM = \dfrac{12 \times 4}{10}$ ← on calcule grâce au "produit en croix"

$AM = 4{,}8$ cm ← on finalise (en arrondissant si nécessaire), <u>sans oublier l'unité !</u>

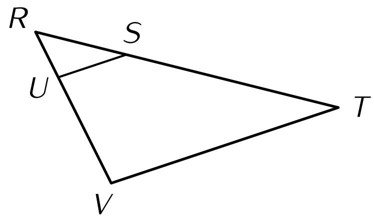
Exemples : Voici deux exemples rédigés sans les indications, donc comme ils devront l'être aux évaluations :

Voici une figure dans laquelle $OM = 6$ cm, $OP = 15$ cm, $PQ = 14$ cm et $(MN) \mathbin{//} (QP)$:



Calcule MN.

Voici une figure dans laquelle $RU = 8$ m, $RV = 11$ m, $SU = RT = 7$ m et $(SU) \mathbin{//} (TV)$:



Calcule RS (arrondi au mm), puis TV.

D : Les droites (PM) et (QN) sont sécantes en O, et $(MN) \mathbin{/\!/} (QP)$.

P : D'après le théorème de Thalès, on a :

C : $\dfrac{OM}{OP} = \dfrac{ON}{OQ} = \dfrac{MN}{PQ}$

$\dfrac{6}{15} = \dfrac{\cancel{ON}}{\cancel{OQ}} = \dfrac{MN}{14}$

$MN = \dfrac{6 \times 14}{15}$

$MN = 5{,}6$ cm.

D : Les droites (ST) et (UV) sont sécantes en R, et $(SU) \mathbin{/\!/} (TV)$.

P : D'après le théorème de Thalès, on a :

C : $\dfrac{RS}{RT} = \dfrac{RU}{RV} = \dfrac{SU}{TV}$

$\dfrac{RS}{7} = \dfrac{8}{11} = \dfrac{7}{TV}$

<u>*Calcul de RS*</u> :

$\dfrac{RS}{7} = \dfrac{8}{11}$

$RS = \dfrac{8 \times 7}{11}$

$RS \approx 5{,}\underline{1}$ cm

<u>*Calcul de TV*</u> :

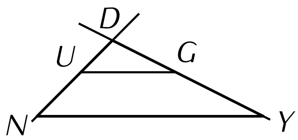
$\dfrac{8}{11} = \dfrac{7}{TV}$

$TV = \dfrac{7 \times 11}{8}$

$TV = 0{,}875$ cm.

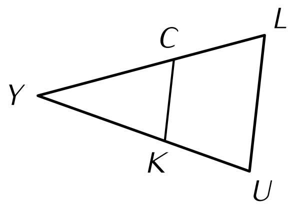
■ EXERCICE (à faire dans ton cahier d'exercices) :

Voici une figure dans laquelle $(UG) \mathbin{/\!/} (NY)$, $DU = 5$ cm, $DN = 15$ cm et $NY = 9$ cm :



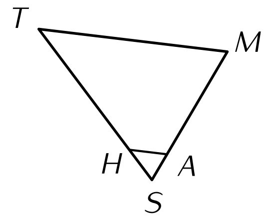
Calcule UG.

Voici une figure dans laquelle $(CK) \mathbin{/\!/} (LU)$, $YK = 6$ m, $YC = 5$ m, $LU = 9$ m et $LY = 12$ m :



Calcule CK, puis $\underline{K}U$.

Voici une figure dans laquelle $(AH) \mathbin{/\!/} (MT)$, $SA = 8$ cm, $SM = 14$ cm, $ST = 16$ cm et $MT = 6$ cm :



Calcule SH et AH (arrondis si besoin au dixième de cm).

Réponses : a) $UG = 3$ cm. b) $CK = 3{,}75$ cm et $KU = 14{,}4 - 6 = 8{,}4$ cm. c) $SH \approx 9{,}1$ cm et $AH \approx 3{,}4$ cm.

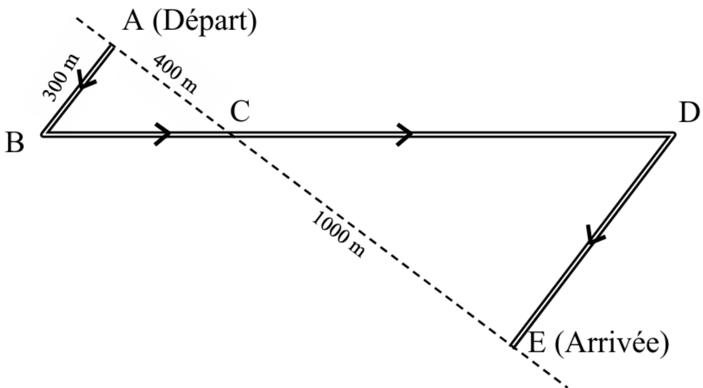
■ EXERCICE (brevet 2012, à continuer dans ton cahier d'exercices si la place manque) :

Exercice 3

Des élèves participent à une course à pied.
Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.
Il est représenté par la figure ci-contre.

On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.



Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Réponse : Pythagore donne $BC = 500$ m. Thalès donne alors $CD = 1\,250$ m et $DE = 750$ m. Au final, le trajet fait $300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$ m, soit 2,8 km.

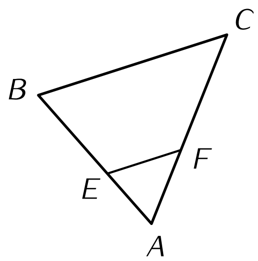
2 Montrer que deux droites sont parallèles (ou pas)

MÉTHODE (Montrer que deux droites sont parallèles (ou pas))

❶ On écrit l'égalité de Thalès.
❷ On barre le quotient qui contient les deux segments qui semblent parallèles sur le dessin.
❸ On calcule séparément les deux quotients restants, éventuellement avec la calculatrice.
❹ On confronte les résultats :
- **S'ils sont égaux, on utilise la réciproque pour conclure que les droites sont parallèles.**
- **S'ils sont différents, on utilise la contraposée pour conclure que les droites ne sont pas parallèles.**

Puisqu'on ne sait pas à l'avance si les résultats vont être égaux ou non, on doit calculer séparément : c'est en confrontant les résultats qu'on saura donc s'il faut utiliser la réciproque ou la contraposée.

Exemple 1 :



Sur la figure ci-contre, on a $AE = 1{,}2$ cm, $AB = 4{,}8$ cm, $AC = 7{,}2$ cm et $AF = 1{,}8$ cm.

Est-ce que les droites (BC) et (EF) sont parallèles ? Justifier la réponse.

D : • Les droites (BE) et (CF) sont sécantes en A.

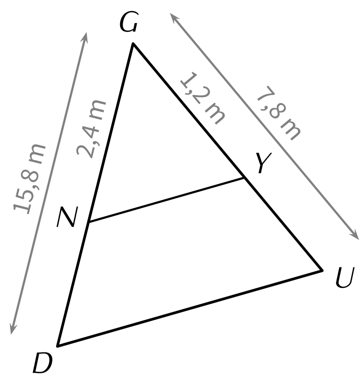
• L'égalité à tester est $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} = \cancel{\dfrac{EF}{BC}}$: $\quad \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1{,}2}{4{,}8} = \dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{1{,}8}{7{,}2} = \dfrac{1}{4}$.

Donc l'égalité est **vraie**.

P : Donc d'après la **réciproque** du théorème de Thalès,

C : Les droites (BC) et (EF) **sont** parallèles.

Exemple 2 :



Voici une figure ci-contre :

Est-ce que les droites (DU) et (NY) sont parallèles ? Justifier la réponse.

D : • Les droites (DN) et (UY) sont sécantes en D.

• L'égalité à tester est $\dfrac{GN}{GD} = \dfrac{GY}{GU} = \cancel{\dfrac{NY}{DU}}$: $\quad \dfrac{GN}{GD} = \dfrac{2{,}4}{15{,}8} = \dfrac{12}{79}$ et $\dfrac{GY}{GU} = \dfrac{1{,}2}{7{,}8} = \dfrac{2{,}4}{15{,}6} = \dfrac{2}{13}$.

Donc l'égalité est **fausse**.

P : Donc d'après la **contraposée** du théorème de Thalès,

C : Les droites (DU) et (NY) **ne sont pas** parallèles.