



## Divisibilité & nombres premiers

1

### Divisibilité (rappels)

#### ♥ DÉFINITION

Un nombre entier  $g$  est **divisible** par un nombre entier  $p$  si le reste de la division euclidienne de  $g$  par  $p$  est nul.

Dans ce cas,  $g$  est un multiple de  $p$ , et  $p$  est un diviseur de  $g$ .

Rappel : à la calculatrice, on appuie sur  $\uparrow \div$  au lieu de  $\div$  pour faire une division euclidienne.

→ **Exemple** : 72 est divisible par 24. En effet,  $72 = 3 \times 24 + 0$  donc le reste de la division euclidienne de 72 par 24 est nul.

#### ↗ CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

- Un nombre est divisible par 2 s'il est pair (= se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

2

### Nombres premiers

#### ♥ DÉFINITION

Un **nombre premier** n'admet que deux diviseurs différents : 1 et lui-même. Le plus petit nombre premier est donc 2.

#### Remarque

Il n'existe à ce jour **aucune** formule pour trouver des nombres premiers. Afin d'être certain qu'un nombre soit premier, il faut faire de nombreux calculs, souvent à l'aide d'un ordinateur.

☞ **Exemple (☒ Crible d'Eratosthène)** : Cette méthode permet de trouver facilement les nombres premiers de 1 jusqu'à 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Légende :

- On barre 1 qui n'admet pas 2 diviseurs.
- On entoure 2 mais on barre tous ses multiples. En effet, n'importe quel multiple de 2 (par exemple 12) sera déjà divisible par 1 et lui-même, mais aussi par 2 et on dépasse donc les 2 diviseurs demandés.
- Une fois fait, on entoure le prochain nombre non barré et on élimine tous ces multiples.
- On continue jusqu'à ce que tous les nombres soient barrés ou entourés.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89 et 97.

## 3

### Décomposition en produit de facteurs premiers

#### PROPRIÉTÉ

Tout nombre entier ( $\geq 2$ ) peut se décomposer de manière unique en un produit de facteurs premiers.

☞ **Exemple** : La décomposition du produit en facteurs premiers de 324 est :

$$324 = 2^2 \times 3^4$$

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	1

#### À la calculatrice

À la calculatrice, on fait : ③ ② ④ **EXE** pour que la calculatrice mémorise le nombre, puis **FORMAT** **✓** **✓** ("Facteur premier") et **EXE**.