SÉQUENCE XV

Proportionnalité

1 Grandeurs proportionnelles

1 Reconnaître un tableau de proportionnalité

DÉFINITIONS

Un tableau de nombres relève d'une situation de proportionnalité si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans tout le tableau. On parle alors de coefficient de proportionnalité.

Exemples : Ces tableaux de nombres sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a)

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

Solution : On a $\frac{12}{8} = \frac{18}{12} = 1{,}5$ mais $\frac{32}{20} = 1{,}6$: ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

b)

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

Solution : On a $\frac{12}{5} = \frac{19{,}2}{8} = \frac{33{,}6}{14} = \frac{45{,}6}{19} = \frac{57{,}6}{24} = 2{,}4$, il s'agit donc bien d'un tableau de proportionnalité.

2 Quatrième proportionnelle

TECHNIQUE DU « PRODUIT EN CROIX »

Dans une situation de proportionnalité, la quatrième proportionnelle est le nombre « x » calculé à partir de 3 autres nombres déjà connus (a, b et c).

Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.

a	c
b	x

On a : $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$ (avec a, b et c différents de zéro).

Et donc : $x \times b = a \times c$ (égalité des produits en croix), d'où $x = \frac{b \times c}{a}$.

Exemple : Calcule le prix x de trois baguettes grâce au tableau de proportionnalité suivant.

Nombre de baguettes	5	3
Prix en €	4,25	x

Solution : On a $x = \frac{3 \times 4{,}25}{5} = 3 \times 0{,}85 = 2{,}55 \rightarrow$ 3 baguettes coûtent 2,55 €.

2 Représentation graphique

RÈGLE

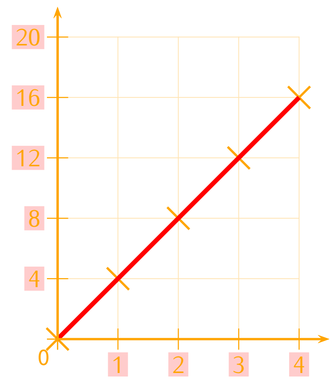
Si on représente une situation de proportionnalité dans un repère, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Exemple :

Le périmètre $\mathscr{P}$ d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $\mathscr{P} = 4 \times c$.

Représente graphiquement le périmètre en fonction du côté :

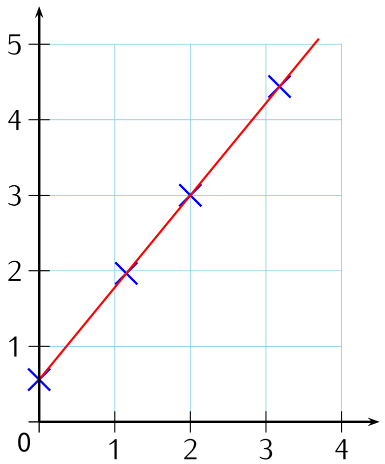
Solution :

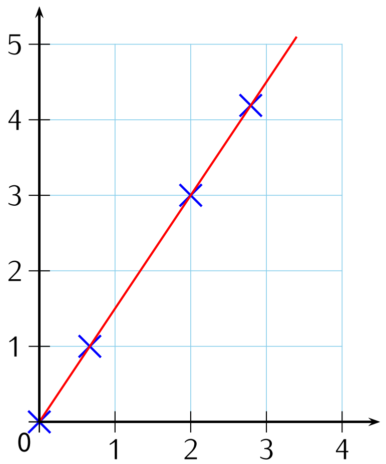


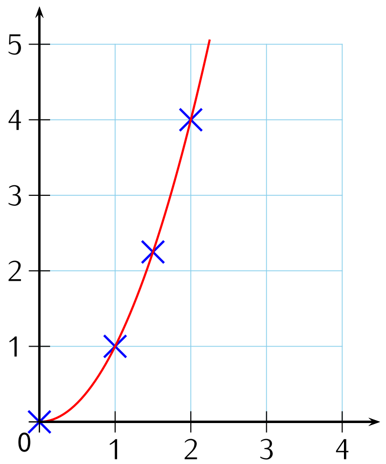
RÈGLE

Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère alors c'est une situation de proportionnalité.

Exemples : Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ? Justifie.







Solution :

Graphique de gauche : NON car les points forment une droite, mais ne passant pas par l'origine.
Graphique du milieu : OUI car les points forment une droite passant par l'origine.
Graphique de droite : NON car les points ne forment pas une droite.

3 Les grandeurs composées

1 Définition

DÉFINITION

Une grandeur décrit un phénomène qui peut être mesuré ou calculé.

On distingue deux types de grandeurs :

- les grandeurs simples qu'on exprime à l'aide d'une unité simple :
  - une longueur s'exprime en mètres (m),
  - une masse s'exprime en kilogrammes (kg),
  - la capacité d'un récipient s'exprime en litres (L).
- les grandeurs composées qu'on exprime avec une unité obtenue par produit ou quotient d'unités simples.

Exemple :

Grandeurs	Unités (symboles)	Type de grandeur
Durée	h ; min ; s	simple
Volume	m^3	composée (produit)
Intensité de courant	A (Ampère)	simple
Débit	m^3/s	composée (quotient)

2 Les grandeurs produits et quotients

DÉFINITIONS

- **Une grandeur produit est obtenue en multipliant deux grandeurs.**
- **Une grandeur quotient est obtenue en divisant deux grandeurs.**

Exemple : L'aire d'une figure s'obtient en multipliant deux longueurs, c'est donc une grandeur produit. Par contre, la vitesse moyenne s'obtient en divisant une distance par un temps, c'est donc une grandeur quotient.

EXERCICE 1 : On détermine l'énergie électrique E consommée par un appareil grâce à la formule $E = P \times t$.

a) Quelles grandeurs désignent P et t ? Quelles sont leurs unités respectives ?

Solution : P désigne la puissance en watts (W) et t le temps en heures (h).

b) Déduis-en l'unité de grandeur de E.

Solution : E s'exprime donc en Wh, notés aussi “joules” (J).

c) Une ampoule de 40 W est restée allumée de 19h30 à 23h. Quelle énergie a-t-elle consommée ?

Solution : Elle a consommé $E = P \times t = 40 \times 3{,}5 = 140$ Wh $= 140$ J.

EXERCICE 2 : On mesure le débit d'un fluide grâce à la formule débit $= \dfrac{\text{volume écoulé}}{\text{temps}}$.

L'unité de débit dépend de celles choisies pour le volume (m^3 ou L par exemple) et pour le temps (h ou s par exemple).

Une canalisation fuit et perd 300 L d'eau en 20 min.

a) Quel est le débit de cette fuite d'eau en L/min ?

Solution : Son débit vaut $\dfrac{300}{20} = \dfrac{30}{2} = 15$ L/min.

b) Convertir en m^3/s.

Solution : Puisque 300 L $= 300\ dm^3 = 0{,}3\ m^3$ et 20 min $= 20 \times 60 = 1\,200$ s, son débit vaut aussi $\dfrac{0{,}3}{1\,200} = 0{,}000\,25\ m^3/s$.

4 La notion de vitesse

1 Les unités de vitesse

Les principales unités de vitesse sont : le mètre par seconde **m/s** ; le kilomètre par heure **km/h**

Exemple : En octobre 2012, Félix Baumgartner a effectué un saut d'une altitude d'environ 39 000 m.

Son objectif était d'être le premier homme à « dépasser le mur du son » (soit atteindre une vitesse supérieure ou égale à la vitesse du son, c'est-à-dire 340 m/s). La Fédération Aéronautique Internationale a établi qu'il avait atteint la vitesse maximale de 1 357,6 km/h au cours de sa chute libre.

A-t-il atteint son objectif ?

Solution : Rappel : pour passer des "km/h" aux "m/s", on divise par 3,6. On a donc 1 357,6 km/h $= 1\,357{,}6 \div 3{,}6 \approx 377{,}11$ m/s > 340. En effet, Félix Baumgartner a atteint son objectif !

2 Calculer une vitesse moyenne

DÉFINITION

La vitesse moyenne est donnée par la formule suivante : $V = \dfrac{D}{T}$.

Exemple : Le record du monde du 100 m est de 9,58 s. Quelle était la vitesse moyenne d'Usain Bolt lorsqu'il a établi ce record ?

Solution : Sa vitesse a été de $V = \dfrac{D}{T} = \dfrac{100}{9{,}58} \approx 10{,}438$ m/s. Mais puisque cette unité ne nous parle pas beaucoup, elle est équivalente à $10{,}438 \times 3{,}6 \approx 37{,}6$ km/h !

Remarque

La formule $V = \dfrac{D}{T}$ suffit. En effet, le produit en croix donne alors : $D = V \times T$ (calcul d'une distance) et $T = D \times V$ (calcul d'un temps).