

XVI



Équations

1

Généralités sur les équations

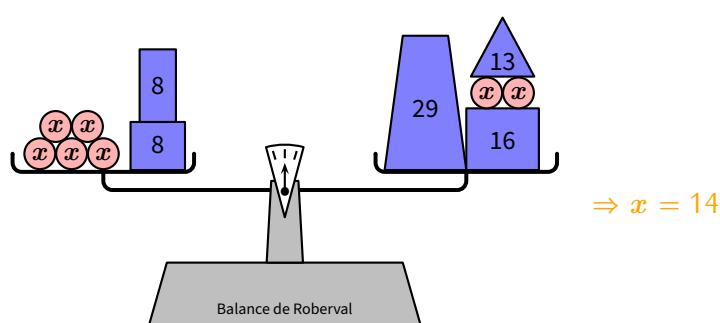
DÉFINITIONS

- ★ Une **équation** est une égalité dans laquelle se trouve au moins un nombre inconnu représenté par une lettre (l'**inconnue**, souvent x).
Une équation peut donc être vraie ou fausse, selon les valeurs choisies pour la variable.
- ★ **Résoudre** une équation, c'est trouver toutes les valeurs qui rendent l'équation vraie.

« PRINCIPE DE LA BALANCE (PDLB) »

On ne modifie pas les solutions d'une équation en additionnant, en soustrayant, en multipliant, ou en divisant par un même nombre non nul, des deux côtés de l'égalité.

Selon la complexité des équations à résoudre, il y aura toujours au moins un PDLB à appliquer. Nous commencerons évidemment par des équations faciles, mais avant de voir la méthode de résolution générale, sauras-tu trouver la solution à cette équation ?





MÉTHODE (résolution d'une équation)

On repère les nombres de la famille des “ x ” (à surligner d'une couleur, sans oublier son signe) et les nombres “normaux” (à surligner d'une autre couleur, sans oublier son signe).

- ① S'il y a des parenthèses, on les supprime mathématiquement.
- ② « Chacun rentre chez soi » : on utilise le PDLB (avec + ou -) pour ramener tous les nombres “normaux” dans l'un des deux membres de l'égalité, et on réduit.
- ③ « Chacun rentre chez soi, suite » : on utilise le PDLB (avec + ou -) pour ramener tous les nombres de la famille des “ x ” dans l'autre membre de l'égalité, et on réduit.

À CE STADE, IL RESTE AU MAXIMUM UNE MULTIPLICATION OU UNE DIVISION.

- ④ On utilise une dernière fois le PDLB (avec \div ou \times) pour casser la dernière opération, et on simplifie si nécessaire.
- ⑤ Si on est dans un problème, ne pas oublier de répondre en français.

→ Exemple (équations du type $x + a = b$) : Résous les équations suivantes :

$$x + 6,2 = 15,5:$$

$$\begin{array}{c} -6,2 \leftarrow \\ x + 6,2 = 15,5 \\ \quad x = 9,3 \end{array} \rightarrow -6,2$$

$$x - 5 = 7,8:$$

$$\begin{array}{c} +5 \leftarrow \\ x - 5 = 7,8 \\ \quad x = 12,8 \end{array} \rightarrow +5$$

$$x + 14 = 11:$$

$$\begin{array}{c} -14 \leftarrow \\ x + 14 = 11 \\ \quad x = -3 \end{array} \rightarrow -14$$

→ Exemple (équations du type $ax = b$) : Résous les équations suivantes :

$$8x = 48:$$

$$\begin{array}{c} \div 8 \leftarrow \\ 8x = 48 \\ \quad x = \frac{48}{8} \\ \quad x = 6 \end{array}$$

$$7x = 30:$$

$$\begin{array}{c} \div 7 \leftarrow \\ 7x = 30 \\ \quad x = \frac{30}{7} \end{array}$$

$$-9x = 24:$$

$$\begin{array}{c} \div (-9) \leftarrow \\ -9x = 24 \\ \quad x = \frac{24}{-9} \\ \quad x = -\frac{8}{3} \end{array}$$

→ Exemple (équations du type $ax + b = cx + d$) : Résous les équations suivantes :

$$5x + 2 = -2x + 7:$$

$$\begin{array}{c} +2x \leftarrow \\ 5x + 3 = -2x + 7 \\ \quad 7x + 3 = 7 \\ \quad 7x = 4 \\ \div 7 \leftarrow \\ \quad x = \frac{4}{7} \end{array} \rightarrow +2x$$

$$-x + 5 = 7x + 3:$$

$$\begin{array}{c} +1x \leftarrow \\ -1x + 5 = 7x + 3 \\ \quad 5 = 8x + 3 \\ \quad 2 = 8x \\ \div 8 \leftarrow \\ \quad \frac{1}{4} = x \end{array} \rightarrow +1x$$

$$8x - 2 = 2x + 2:$$

$$\begin{array}{c} -2x \leftarrow \\ 8x + 2 = 2x + 2 \\ \quad 6x + 2 = 2 \\ \quad 6x = 0 \\ \div 6 \leftarrow \\ \quad x = \frac{0}{6} \\ \quad x = 0 \end{array} \rightarrow -2x$$

■ EXERCICE : Si tu as bien compris, tu devrais réussir à résoudre l'équation suivante dans ton cahier d'exercice : $6x + 30 = 2(13 - x)$.

Solution : $6x + 30 = 26 - 2x \Rightarrow 8x = -4 \Rightarrow x = -0,5$.

3

Tests d'égalité

Si vraiment un élève n'arrivait pas à résoudre une équation, il pourra effectuer des tests d'égalité à la place :



MÉTHODE (tester une égalité)

- ① On choisit une valeur de x .
- ② On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de gauche, et on calcule.
- ③ On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de droite, et on calcule.
- ④ On confronte les résultats : s'ils sont identiques, alors on a trouvé la bonne valeur de x ; sinon, on recommence les étapes ① à ④ avec (évidemment) une autre valeur de x .

⇒ **Exemple 1** : Trouve la solution de l'équation $2x + 7 = 2$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité?	x est solution?
$x = 0$	$2x + 7 = 2 \times 0 + 7 = 7$	2	non	✗
$x = 1$	$2x + 7 = 2 \times 1 + 7 = 9$	2	non	✗
$x = -3$	$2x + 7 = 2 \times (-3) + 7 = 1$	2	non	✗
$x = -2,5$	$2x + 7 = 2 \times (-2,5) + 7 = 2$	2	oui	✓

⇒ **Exemple 2** : Trouve la solution de l'équation $4x + 15 = 6x - 7$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité?	x est solution?
$x = 0$	$4x + 15 = 4 \times 0 + 15 = 15$	$6x - 7 = 6 \times 0 - 7 = -7$	non	✗
$x = 10$	$4x + 15 = 4 \times 10 + 15 = 55$	$6x - 7 = 6 \times 10 - 7 = 53$	non	✗
$x = 11$	$4x + 15 = 4 \times 11 + 15 = 59$	$6x - 7 = 6 \times 11 - 7 = 59$	oui	✓

Remarque

Si on demande de tester une égalité pour une valeur donnée de x , une seule ligne suffit : on conclut que l'égalité est soit vraie, soit fausse !

4

Mise en équation

