SÉQUENCE II

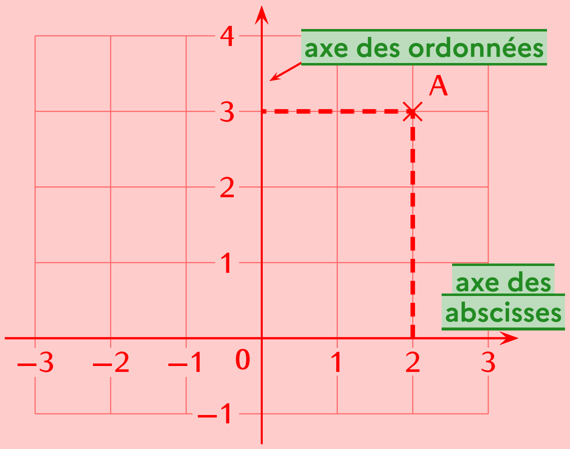
Opérations sur les nombres relatifs

1 Rappels de 5e

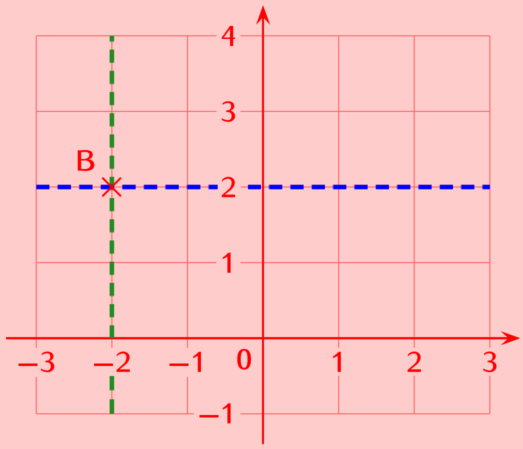
1 Repérage

PROPRIÉTÉ

Lire les coordonnées d'un point



Placer un point $B(-2;2)$



Vocabulaire : $A\,(\,2\,;\,3\,)$.

abscisse du point A — ordonnée du point A

2 Addition de nombres relatifs

RÈGLE

- Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on additionne leur distance à zéro et on garde le signe commun.
- Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Cette règle permet un calcul automatisé. Pour les élèves qui ont du mal, il est toujours possible de voir l'**addition** de nombres relatifs comme un jeu où soit on gagne de l'argent (nombre positif), soit on perd de l'argent (nombre négatif). On calcule ainsi le bilan de ce qu'on a gagné (ou perdu).

➔ **Exemples** : Calcule $A = (-2) + (-3)$ et $B = (-5) + (+7)$:

- $A = (-2) + (-3) = (-5)$ car en perdant 2 € puis encore 3 €, on a globalement perdu 5 €.
- $B = (-5) + (+7) = (+2)$ car en perdant 5 € puis en gagnant 7 €, on a globalement gagné 2 €.

3 Soustraction de deux nombres relatifs

PROPRIÉTÉ

Soustraire par un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

➔ **Exemples** : Calcule $C = (+12) - (-5)$, $D = (-6) - (+8)$, $E = (-7) - (-3)$ et $F = (+9) - (+12)$:

- $C = (+12) - (-5) = (+12) + (+5) = (+17)$.
- $D = (-6) - (+8) = (-6) + (-8) = (-14)$.
- $E = (-7) - (-3) = (-7) + (+3) = (-4)$.
- $F = (+9) - (+12) = (+9) + (-12) = (-3)$.

2 Multiplication de nombres relatifs

1 Produit de deux facteurs

PROPRIÉTÉ (« RÈGLE DES SIGNES »)

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leur distance à zéro et on applique la règle des signes :
- ★ le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- ★ le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Remarque

Cette règle des signes peut se retenir de la manière suivante : $++ \to +$, $-- \to +$, $+- \to -$ et $-+ \to -$.

➔ **Exemples** : Effectue les multiplications $F = (-4) \times (-2{,}5)$ et $G = 0{,}2 \times (-14)$:

Solution : $F = (-4) \times (-2{,}5) = (+10)$ car $- \times - \Rightarrow +$ et $4 \times 2{,}5 = 10$.
$G = 0{,}2 \times (-14) = (-2{,}8)$ car $+ \times - \Rightarrow -$ et $0{,}2 \times 14 = 2{,}8$.

Remarque

Multiplier un nombre relatif par -1 revient à prendre son opposé. Cela signifie que pour tout nombre relatif x, on a $-1 \times x = -x$.

2 Produit de plusieurs facteurs

MÉTHODE (signe d'un produit de plusieurs facteurs)

Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs :
- **S'il est *pair*, le produit est positif.**
- **S'il est *impair*, le produit est négatif.**

➔ **Exemple** : Quel est le signe du produit : $H = -6 \times 7 \times (-8) \times (-9)$?

Solution : On compte 3 facteurs négatifs (qui est impair), donc H sera un nombre négatif.

■ **EXERCICE :** Calcule le produit : $J = 2 \times (-4) \times (-5) \times (-2{,}5) \times (-0{,}8)$:

Solution : $J = 2 \times (-4) \times (-5) \times (-2{,}5) \times (-0{,}8) = 0{,}8 \times \underline{2 \times 5} \times \underline{2{,}5 \times 4} = 80$ (4 facteurs négatifs $\Rightarrow$ J est positif).

3 Division de deux nombres relatifs

RÈGLE

Pour calculer le quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul, on divise leur distance à zéro et on applique la règle des signes suivante :

- ★ le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- ★ le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Exemple : Effectue la division suivante : $K = 65 \div (-5)$:

bilan des opérations sur les relatifs

Solution : $K = 65 \div (-5) = -13$ car $+ \div - = -$ et $65 \div 5 = 13$.

■ **EXERCICE :** Quelle est l'écriture décimale du quotient $L = \dfrac{(-30)}{(-4)}$?

Solution : $L = \dfrac{-30}{-4} = \dfrac{30}{4} = \dfrac{15}{2} = 7{,}5$ car $- \div - = +$ et $30 \div 4 = 7{,}5$.

Remarque

- La règle des signes pour la division est la même que celle pour la multiplication.
- Le quotient de 0 par n'importe quel nombre non nul est égal à 0. Cela signifie que pour tout nombre relatif non nul x, on a $\dfrac{0}{x} = 0$.

4 Inverse d'un nombre relatif

DÉFINITION

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre signifie que leur produit est égal à 1.

Autrement dit, si x désigne un nombre non nul, alors son inverse est le nombre $\dfrac{1}{x}$.

Remarques

0 n'a pas d'inverse. De plus, ne pas confondre l'inverse de x (donc $\dfrac{1}{x}$) avec l'**opposé** de x (qui est $-x$) !

RÈGLES

- L'inverse de a est $\dfrac{1}{a}$.
- L'inverse de $\dfrac{1}{a}$ est donc a.
- L'inverse de $\dfrac{a}{b}$ est $\dfrac{b}{a}$.

5 Rappel des priorités

PROPRIÉTÉ (« ORDRE DES PRIORITÉS »)

On effectue, dans l'ordre des priorités :

❶ les calculs entre parenthèses ou crochets. S'il y a des parenthèses emboîtées, les plus emboîtées sont prioritaires.

❷ les multiplications et les divisions, en allant de gauche à droite.

❸ les additions et soustractions, en allant de gauche à droite.

On peut aussi (et surtout) retenir l'ordre des priorités grâce à un schéma :

❶		❷		❸
( )	$\longrightarrow$	$\times$ / $\div$ $\longrightarrow$	$\longrightarrow$	$+$ / $-$ $\longrightarrow$

Exemple : Calculons $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$:

Solution : $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5 = 7 + 2 \times 12 - 5 = 7 + 24 - 5 = 31 - 5 = 26$.

EXERCICE : Calculons les expressions $A = 13 + (-7) \times (-2)$ et $B = (-8 + 5) \times (-2) + 9$:

Solution : $A = 13 + (-7) \times (-2) = 13 + 14 = 27$ et $B = (-8 + 5) \times (-2) + 9 = -3 \times (-2) + 9 = 6 + 9 = 15$.

6 Écrire en une seule expression

MÉTHODE (utiliser un programme de calcul)

Écriture en langage naturel	Écriture en langage mathématiques	
• **Choisis un nombre.** • **Ajoute** 3. • **Multiplie par** -9. • **Soustraire** 5.	• 7 • $7 + 3$ • $(7 + 3) \times (-9)$ • $(7 + 3) \times (-9) - 5$ $= 95$ **(calculatrice)**	• 7 • $7 + 3 = 10$ • $10 \times (-9) = -90$ • $-90 - 5 = -95$ **(calcul direct)**

MÉTHODE (calculer avec un énoncé rédigé)

J'ai 15 pièces de 50 centimes et 13 pièces d'un euro. Je donne 8 € à un copain. Combien me reste-t-il ?
$15 \times 0{,}50 + 13 - 8 = 7{,}50 + 13 - 8 = 20{,}50 - 8 = 12{,}50$: **il me reste** 12,50 **€.**

5 dictionnaires identiques pèsent 17 kg. Combien pèseraient 20 dictionnaires ? $17 \times 4 = 68$: **20 dictionnaires pèsent 68 kg.**