



## Calcul littéral (partie 1)

1

### Simplification d'une expression littérale



#### DÉFINITION

Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres ainsi que des opérations. Ces lettres désignent des nombres.

#### 1 Convention d'écriture avec le signe $\times$



#### RÈGLE

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le symbole  $\times$  devant une lettre ou une parenthèse ouvrante (mais surtout pas devant un nombre connu).

→ **Exemple :** Simplifie l'expression suivante :  $A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$  :

Solution :  $A = -5x - 28(3x - 2)$ .



#### RÈGLE

Pour tout nombre  $a$ , on peut écrire :

- $a \times 0 = 0 \times a = 0$  et  $a \times 1 = 1 \times a = a$  ;
- $a \times a = a^2$  (qui se lit «  $a$  carré ») et  $a \times a \times a = a^3$  (qui se lit «  $a$  au cube »).

#### 2 Opposés et parenthèses



#### MÉTHODE (gérer une parenthèse précédée d'un $-$ )

Pour supprimer une paire de parenthèses précédée du symbole «  $-$  »,

- ① on écrit l'opposé de chaque nombre dans la parenthèse,
- ② on supprime alors le «  $-$  » devant la parenthèse,
- ③ on supprime enfin les parenthèses (mais pas leur contenu, évidemment!).

⇒ **Exemple 1** : Quel est l'opposé de  $a + b - 2ab$  ?

Solution : L'opposé de  $a + b - 2ab$  est  $-(a + b - 2ab) = -a - b + 2ab$ .

⇒ **Exemple 2** : Supprime les parenthèses dans l'expression  $B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4)$  :

Solution :  $B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4) = 3x + 2x^2 + 5xy - 4$ .

## 2

## Réduction

### ♥ DÉFINITIONS

On "classe" désormais les nombres dans des **familles** selon les lettres qu'ils comportent :

- ◊ La "**famille des  $x$** " : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un  $x$  derrière (lié par une multiplication cachée) :  $2x, -15x, \frac{3}{4}x, \frac{1}{3}x, \sqrt{2}x, \dots$ . Cette famille est majoritairement utilisée avec des nombres simples ( $2x, 3x, -5x, 10x, \dots$ ), et peut aussi se décliner avec d'autres lettres !
- ◊ La "**famille des  $x^2$** " : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un  $x^2$  derrière (lié par une multiplication cachée) :  $2x^2, -15x^2, x^2, 13x^2, \dots$ . Cette famille est aussi majoritairement utilisée avec des nombres simples (rappel :  $x^2 = x \times x$ ;  $x^2 \neq x$  [pas la même famille] et surtout  $x^2 \neq 2 \times x \dots$ ).
- ◊ (La "**famille des nombres**" classiques, appris depuis l'école primaire :  $2, -15, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \sqrt{2}, \dots$ )

### ■ ACTIVITÉ 1 (introduction) :

a) Complète : 8 filles + 5 garçons + 3 filles + 4 garçons = 11 filles + 9 garçons

$$11 \text{ filles} + 8 \text{ garçons} + 2 \text{ filles} + 12 \text{ garçons} = 13 \text{ filles} + 20 \text{ garçons}$$

b) En observant les égalités de la question précédente, complète :  $8x + 5y + 3x + 4y = 11x + 9y$

$$11x + 8y + 2x + 12y = 13x + 20y$$

c) Complète :  $4\clubsuit + 7\triangle + 5 + 2\clubsuit + 9\triangle + 8 = 6\clubsuit + 16\triangle + 13$

$$3\clubsuit + 11\triangle + 12 + 4\clubsuit + 7\triangle + 9 = 7\clubsuit + 18\triangle + 21$$

d) En observant les égalités de la question précédente, complète :

$$4x^2 + 7x + 5 + 2x^2 + 9x + 8 = 6x^2 + 16x + 13$$

$$3x^2 + 11x + 12 + 4x^2 + 7x + 9 = 7x^2 + 18x + 21$$

À partir de cette activité, on peut énoncer la définition suivante :

### ♥ DÉFINITION

**Réduire**, c'est regrouper et calculer ensemble (additions ou soustractions) les nombres qui appartiennent à une même "famille", une même catégorie.

### → RÈGLE

Dans un calcul où n'apparaissent que des «+» et des «-» visibles, on tient compte des "histoires de famille". On souligne (ou surligne) d'une même couleur les membres d'une même famille, sans oublier les symboles d'opérations devant les nombres !

→ **Exemple 1** : On souhaite réduire  $A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14$ :

$$A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14 = 7x^2 + 5x^2 + 3x + 8x + 1 + 14 = 12x^2 + 11x + 15.$$

→ **Exemple 2** : On souhaite réduire  $F = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14$ :

$$F = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14 = 7x^2 - 5x^2 - 3x - 8x + 1 - 14 = 3x^2 - 11x - 13.$$

■ **EXERCICE** : Réduis les expressions suivantes :

$$G = 9x^2 - 5x - 11 - 3x^2 - 2x - 7 \quad H = 4x^2 - 6x + 4 - 11x^2 + 10x + 9$$

$$I = 5x^2 + 11x - 2 + 8x^2 - 6x \quad J = x^2 - 6x - 4 + 5x - 3x^2 + 10$$

Solution :  $G = 6x^2 - 7x - 18$ ,  $H = -7x^2 + 4x + 13$ ,  $I = 13x^2 + 5x - 2$  et  $J = -2x^2 - x + 6$ .

## 3

### Substituer (rappel)



#### DÉFINITION

Dans une expression littérale, faire une **substitution** consiste à remplacer chaque lettre par sa valeur pour pouvoir calculer cette expression.



#### RAPPEL

En mathématiques, il est interdit que deux nombres (connus ou inconnus) se suivent sans aucun lien. Si le lien n'est pas visible, c'est qu'il s'agit forcément d'une multiplication cachée.

→ **Exemples** :  $5x$  signifie  $5 \times x$ ;  $xy = x \times y$ ;  $12a^2 = 12 \times a \times a$  ; ...



### MÉTHODE (calculer $K = 5x^2 + 2x + 1$ pour $x = -4$ )

$$K = 5x^2 + 2x + 1 \leftarrow \text{on recopie l'énoncé}$$

$$K = 5 \times x^2 + 2 \times x + 1 \leftarrow \text{on rajoute les opérations (forcément } \times \text{) cachées}$$

$$K = 5 \times (-4)^2 + 2 \times (-4) + 1 \leftarrow \text{on remplace tous les } x \text{ par sa valeur}$$

$$K = 73. \leftarrow \text{on calcule avec la calculatrice}$$

**Remarque importante** : quand on remplace  $x$  par un nombre négatif, il faut bien penser à mettre des parenthèses autour de ce nombre !

→ **Exemples** (DANS TON CAHIER D'EXERCICES) :

a) Calcule  $L = 9x + 15$  pour  $x = 2$ .

c) Calcule  $N = 2c^2 - 7$  pour  $c = 6$ .

b) Calcule  $M = 3m - 4$  pour  $m = -3$ .

d) Calcule  $U = 9x^2 - 2x + 7$  pour  $x = -2$ .

Solution :  $L = 9 \times 2 + 15 = 18 + 15 = 33$ ;  $M = 3 \times (-3) - 4 = -11$ ;  $N = 2 \times 6^2 - 7 = 2 \times 36 - 7 = 72 - 7 = 65$  et  $U = 9 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 7 = 9 \times 4 + 4 + 7 = 36 + 4 + 7 = 47$ .