SÉQUENCE VIII

Calcul littéral (partie 2)

1 Développement

1 La distributivité simple

DÉFINITIONS

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme.

Pour y arriver, on utilise la technique de la distributivité : pour tous nombres k, a et b :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

Exemples : Développe les expressions $S = 2(x + 7)$, $O = 3x(1 + 2x)$ et $L = (x^2 - 3) \times 5$:

$S = 2(x + 7)$
$S = 2 \times (x + 7)$

$S = 2 \times x + 2 \times 7$
$S = 2x + 14.$

$O = 3x(1 + 2x)$
$O = 3x \times (1 + 2x)$

$O = 3x \times 1 + 3x \times 2x$
$O = 3x + 6x^2.$

$L = (x^2 - 3) \times 5$
$L = 5 \times (x^2 - 3)$

$L = 5 \times x^2 + 5 \times 3$
$L = 5x^2 + 15.$

ATTENTION !!!

La distributivité ne fonctionne que lorsqu'il y a une multiplication, cachée ou non, devant une parenthèse.
Pour rappel,
- **s'il y a un + devant une parenthèse, on peut enlever la paire de parenthèse.**
- **s'il y a un − devant une parenthèse, on change le signe de tous les nombres dans la parenthèse, on élimine ensuite le − devant la parenthèse, et enfin on élimine la paire de parenthèses.**

Exemples : Développe les expressions $M = 5+(7+x)$, $R = 5-(7+x)$, $A = (4-2x)-(-3x+6)$ et $T = 4x-(x-5)$:

$M = 5 + (7 + x)$
$M = 5 + 7 + x$
$M = 12 + x.$

$R = 5 - (7 + x)$
$R = 5 - 7 - x$
$R = -2 - x.$

$A = (4 - 2x) - (-3x + 6)$
$A = 4 - 2x + 3x - 6$
$A = -2x + 3x + 4 - 6 = x - 2.$

$T = 4x - (x - 5)$
$T = 4x - x + 5$
$T = 3x + 5.$

2 Cas plus complexes

Pour développer et réduire des expressions littérales plus complexes, il faut prendre en compte les règles de priorité.

Exemple : Développe les expressions suivantes : $R = (x-5)+3(x+4)$ et $E = 3-(2x+1)\times 5$:

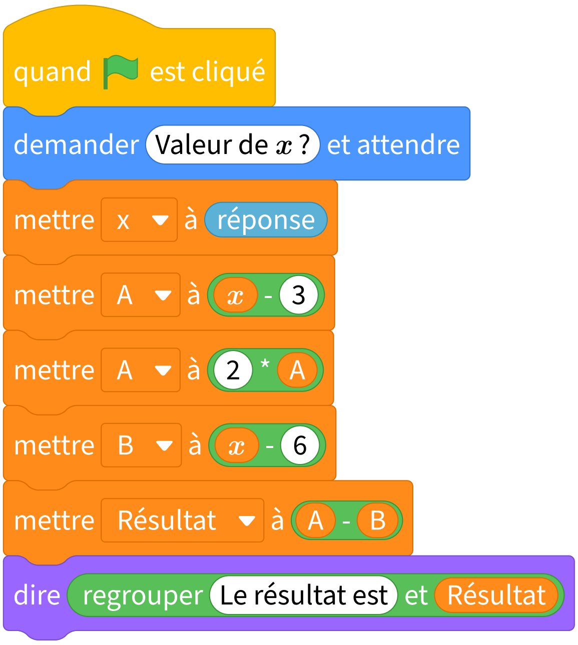
$R = (x-5)+3(x+4)$
$R = x-5+3x+12$
$R = 4x+7.$

$E = 3-(2x+1)\times 5$
$E = 3-5(2x+1)$
$E = 3-10x-5 = -10x-2.$

2 Applications

1 Programme de calcul

EXERCICE :



Après avoir traduit ce programme pour n'importe quel nombre, montre que le résultat sera toujours le nombre de départ :

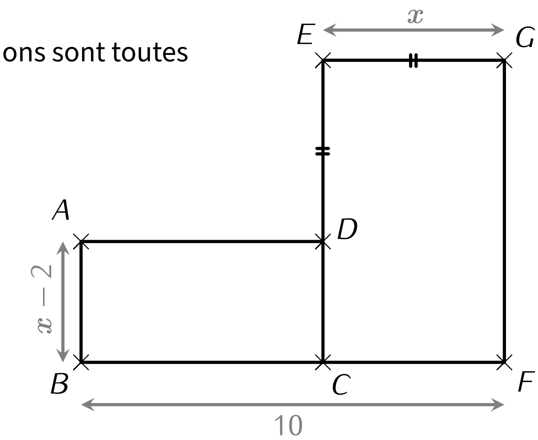
Après avoir choisi le nombre x, on aura respectivement $A = x-3$, puis $A = 2\times A = 2\times(x-3) = 2x-6$. Vient alors $B = x-6$, donc le résultat vaut $A-B = (2x-6)-(x-6) = 2x-6-x+6 = x$.

On retrouve en effet le nombre de départ !

2 Géométrie (longueurs, périmètre et aires)

Dans cette figure (composée de deux rectangles) dans laquelle les dimensions sont toutes données en cm, exprime en fonction de x :

- les longueurs BC et EC,
- le périmètre du rectangle $ABCD$,
- le périmètre total de la figure.



$BC = 10-x$ cm
$EC = x-2+x = 2x-2$ cm
$\mathscr{P}_{ABCD} = 2\times(BC+AB) = 2\times(10-x+x-2) = 2\times 8 = 16$ cm.

$\mathscr{P}_{\text{total}} = AB+BF+FG+GE+ED+DA = (x-2)+10+(2x-2)+x+x+(10-x) = x-2+10+2x-2+x+x+10-x = 4x+16$ cm.

3 Factorisation

DÉFINITIONS

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme en produit.

Pour y arriver, on utilise aussi la technique de la distributivité, mais dans l'autre sens : pour tous nombres relatifs k, a et b : $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$.

Remarque

Pour factoriser, il faut donc trouver un facteur commun dans chaque terme de la somme. Celui-ci peut être un nombre connu, un nombre inconnu (donc représenté par une lettre) ou même une expression.

Exemples : Factorise les expressions suivantes : $F = 4x+12$, $A = 5x^2-3x$ et $C = (2x+1)(4x+7)-(x-3)(2x+1)$:

$F = 4x + 12$ ← on écrit l'énoncé
$F = 4 \times x \boxed{+} 4 \times 3$ ← on fait apparaître la somme et on met en évidence le facteur commun
$F = 4 \times (x + 3)$ ← on recopie le facteur commun suivi du reste, entre parenthèses
$F = 4(x + 3)$ ← on réduit, si possible, ce qui est dans la parenthèse.

$A = 5x^2 - 3x$
$A = x \times 5x \boxed{-} x \times 3$
$A = x \times (5x - 3)$
$A = x(5x - 3)$.

$C = (2x + 1)(4x + 7) - (x - 3)(2x + 1)$
$C = (2x + 1) \times (4x + 7) \boxed{-} (2x + 1) \times (x - 3)$
$C = (2x + 1) \times ((4x + 7) - (x - 3))$
$C = (2x + 1)(4x + 7 - x + 3) = (2x + 1)(3x + 10)$.