SÉQUENCE II

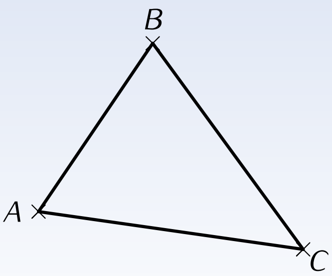
Triangles

1 Inégalité triangulaire

RÈGLE

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple :



Les trois inégalités triangulaires de ce triangle sont :
- $AB < AC + BC$
- $AC < AB + BC$
- $BC < AB + AC$

MÉTHODE (Vérifier qu'un triangle est constructible)

a) **Je cherche le PLUS GRAND CÔTÉ :** *« Le plus grand côté du triangle est : ... »*

b) **Je calcule la somme des deux autres côtés :** *« La somme des deux autres côtés est : ...+ ...= ... »*

c) **Je compare les deux résultats (avec le symbole $<$, $>$ ou $=$) :** *« On constate que : ... $\boxed{?}$ ...+ ... »*

Si c'est le symbole "$<$" :	Si c'est le symbole "$>$" :	Si c'est le symbole "$=$" :
Alors le triangle existe, on va pouvoir le construire.	Alors le triangle n'existe pas, on ne peut pas le construire.	Alors il s'agit d'un triangle aplati, on va placer le point sur le segment le plus grand.

2 Construction d'un triangle

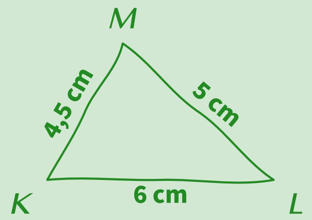
1 Avec 3 longueurs connues (rappel de 6^e)

MÉTHODE (construire un triangle quelconque)

On veut tracer le triangle KLM tel que $KL = 6$ cm, $LM = 5$ cm et $KM = 4{,}5$ cm.

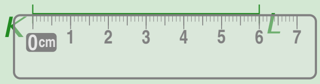
Au brouillon :

Voici une figure à main levée possible correspondant à notre triangle :

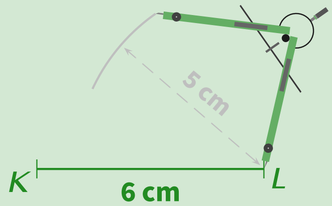


Tracé (les figures sont dessinées ici $2\times$ plus petites) :

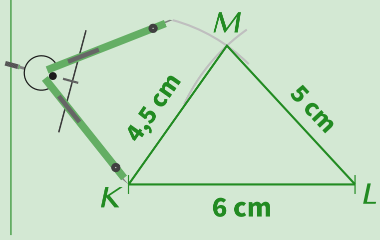
❶ on trace le segment $[KL]$ de longueur 6 cm (en général, on commence par le plus long) :



❷ M est situé à 5 cm de L, donc on trace un arc de cercle de centre L et de rayon 5 cm :



❸ M est situé à 4,5 cm de K, donc on trace un autre arc de cercle de centre K et de rayon 4,5 cm :

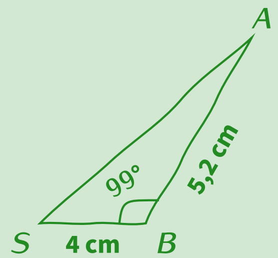


2 Avec deux longueurs et un angle

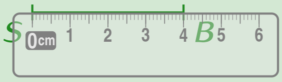
MÉTHODE (construire un triangle avec deux longueurs et un angle)

Pour construire le triangle ABS tel que $AB = 5{,}2$ cm, $BS = 4$ cm et $\widehat{ABS} = 99°$, on commence par tracer une figure (en l'absence d'une figure donnée par l'énoncé).

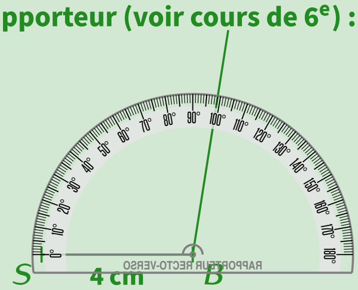
On passe ensuite au tracé en 3 étapes :



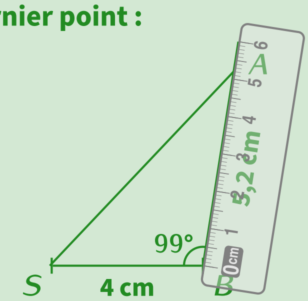
❶ On trace un segment dont on connaît la longueur :



❷ On construit l'angle donné au rapporteur (voir cours de 6^e) :



❸ On mesure à la règle pour placer le dernier point :

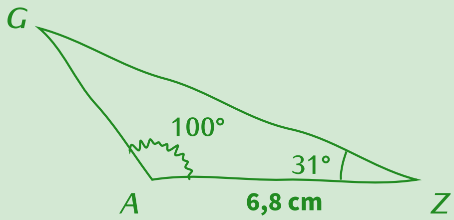


3 Avec une longueur et deux angles

MÉTHODE (construire un triangle avec une longueur et deux angles)

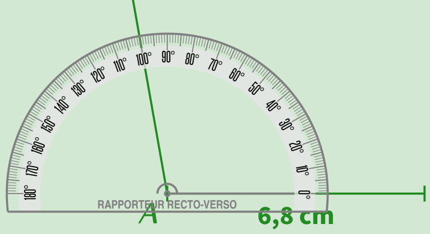
Pour tracer le triangle ZAG tel que $AZ = 6{,}8$ cm, $\widehat{GAZ} = 100°$ et $\widehat{AZG} = 31°$, on commence encore par tracer une figure à main levée…

On passe ensuite au tracé en 3 étapes :

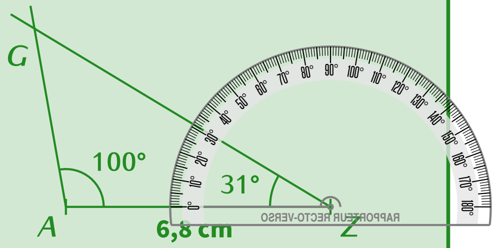


❶ On trace le segment dont on connait la longueur :

❷ On construit un premier angle à partir de l'un des deux points :



❸ On construit l'autre angle et on termine le triangle :



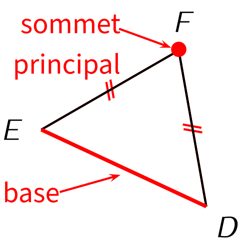
3 Triangles particuliers (rappels de sixième)

DÉFINITIONS

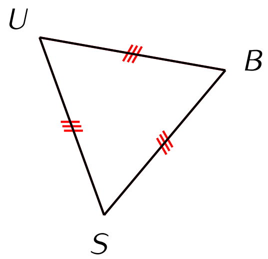
- **Un triangle isocèle est un triangle dont deux côtés ont la même longueur. Ces deux côtés se coupent en un point nommé le sommet principal. Le 3ᵉ côté est appelé la base.**
- **Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.**
- **Un triangle rectangle est un triangle avec un angle droit. Le côté opposé est alors appelé hypoténuse.**

Exemples :

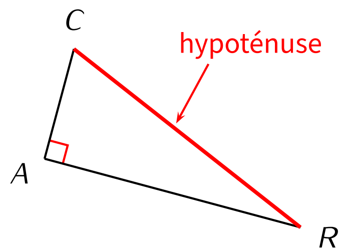
Triangle isocèle en F



Triangle équilatéral

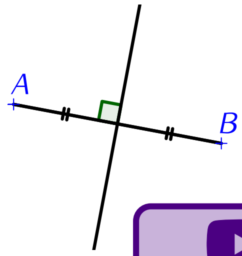


Triangle rectangle en A



4 Droites remarquables d'un triangle

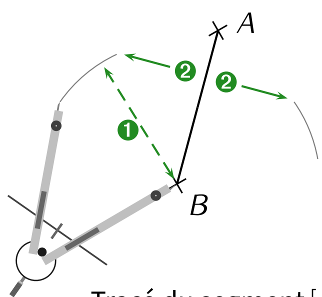
1 Les médiatrices



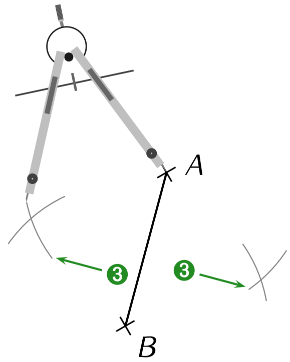
DÉFINITION

La médiatrice du segment $[AB]$ est la droite coupant perpendiculairement ce segment en son milieu.

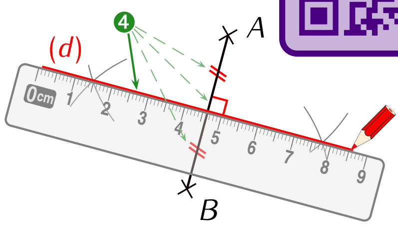
Exemple : Rappelons comment tracer la médiatrice du segment $[AB]$ suivant :



Tracé du segment $[AB]$.



Avec le compas, on construis deux points à égales distance de A et B.



On relie les deux points construits avec une règle, sans oublier **les codages** !

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Traçons un segment $[AB]$ de 6 cm, non horizontal, puis traçons la médiatrice de ce segment.

Solution : construction à faire devant les élèves !

PROPRIÉTÉ

Si un point est sur la médiatrice d'un segment, il est à égale distance des extrémités de ce segment. Inversement, si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, il appartient à la médiatrice de ce segment.

DÉFINITIONS

Les trois médiatrices d'un triangle sont les médiatrices de chacun des côtés. Elles sont concourantes (= elles se coupent) en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

2 Les hauteurs

DÉFINITIONS

La hauteur issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire au côté opposé (BC). Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H appelé l'orthocentre du triangle.

■ **EXERCICE :** Traçons le triangle ABC tel que $AB = 8$ cm, $BC = 7$ cm et $AC = 5$ cm, puis traçons ses trois hauteurs en **rouge** et ses trois médiatrices en **vert**.

Solution : construction à faire devant les élèves !

5 Calcul d'angle dans un triangle

PROPRIÉTÉ

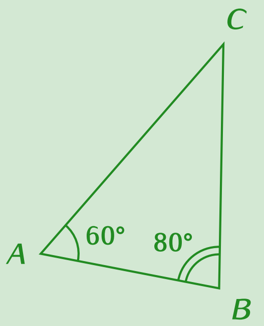
Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut toujours 180°.

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle <u>isocèle</u>, les deux angles à la base ont la même mesure.

MÉTHODE (calculer le 3^e angle d'un triangle)

Énoncé :



***Question* : Calcule la mesure de $\widehat{ACB}$.**

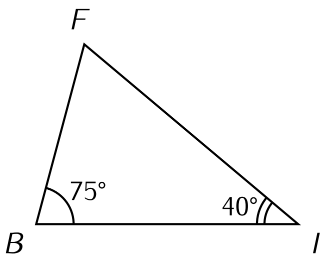
***Réponse* :**

D : • ABC est un triangle.
$\widehat{BAC} = 60°$ et $\widehat{ABC} = 80°$

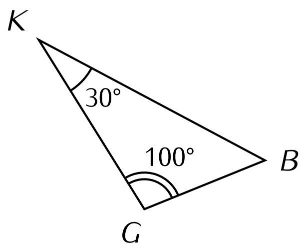
P : Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut 180°.

C : $\widehat{ACB} = 180° - (80° + 60°) = 180° - 140° = 40°$.

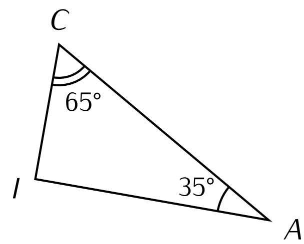
■ **EXERCICE :** Calcule les angles manquants :



Calcule $\widehat{BFI}$.



Calcule $\widehat{KBG}$.



Calcule $\widehat{CIA}$.

<u>Solution</u> :

D : • FBI est un triangle.
• $\widehat{FBI} = 75°$ et $\widehat{FIB} = 40°$.

P : Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut 180°.

C : $\widehat{BFI} = 180° - (75° + 45°)$
$\widehat{BFI} = 180° - 120°$
$\widehat{BFI} = 60°$.

D : • KGB est un triangle.
• $\widehat{KGB} = 100°$ et $\widehat{GKB} = 30°$.

P : Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut 180°.

C : $\widehat{KBG} = 180° - (100° + 30°)$
$\widehat{KBG} = 180° - 130°$
$\widehat{KBG} = 50°$.

D : • CIA est un triangle.
• $\widehat{ICA} = 65°$ et $\widehat{CAI} = 35°$.

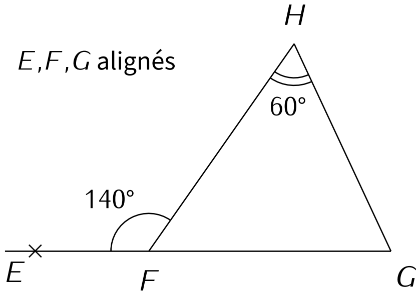
P : Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut 180°.

C : $\widehat{CIA} = 180° - (65° + 35°)$
$\widehat{CIA} = 180° - 100°$
$\widehat{CIA} = 80°$.

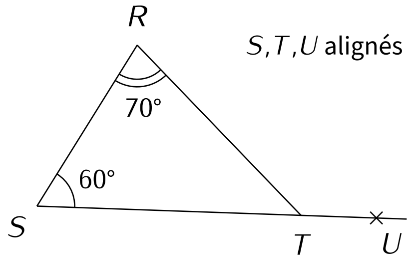
6 Calcul d'angle en combinant les méthodes

Parfois, il faut aussi utiliser un angle plat ou d'autres techniques pour calculer un angle !

■ EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :



Calcule la mesure de l'angle $\widehat{FGH}$.



Calcule la mesure de l'angle $\widehat{RTU}$.

Solution : $\widehat{FGH} = 80°$ et $\widehat{FGH} = 130°$.

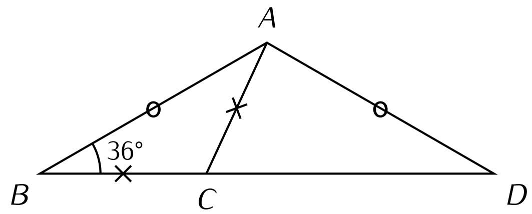
■ EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :

Sur la figure ci-contre, les points B, C et D sont alignés.

a) En utilisant les indications de la figure, calcule les angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$, $\widehat{ACD}$, $\widehat{BDA}$ et $\widehat{CAD}$, dans cet ordre.

b) Que peut-on dire du triangle ACD ? Justifie ta réponse.

c) Construis la figure lorsque $AC = 5$ cm.



Solution : a) $\widehat{BAC} = 36$ř, $\widehat{BCA} = 108$ř, $\widehat{ACD} = 72$ř, $\widehat{BDA} = 36$ř et $\widehat{CAD} = 72$ř. // b) Le triangle ABD est donc isocèle en D.