SÉQUENCE IV

Divisibilité

1 Division euclidienne (rappels de 6^e)

La division euclidienne correspond à la « division *sans* virgule ».

PROPRIÉTÉ

Le calcul en ligne qui correspond à une division euclidienne est :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}.$$

Remarques

- Dans la division euclidienne, on s'arrête lorsqu'il n'y a plus de chiffre à abaisser.
- La division (si elle tombe juste) est l'opération inverse de la multiplication car $2\,025 \div 5 = 405$ peut s'écrire $405 \times 5 = 2\,025$.
- Mentalement, « $\div 2$ » revient à prendre la moitié ; « $\div 4$ » revient à diviser deux fois de suite par 2.

Division euclidienne de 2 025 par 7 :

$$\begin{array}{rrrr|l}
2 & 0 & 2 & 5 & 7 \\ \hline
-1 & 4 & & & 2\ 8\ 9 \\ \hline
 & 6 & 2 & & \\
- & 5 & 6 & & \\ \hline
 & & 6 & 5 & \\
 & - & 6 & 3 & \\ \hline
 & & & 2 &
\end{array}$$

À LA CALCULATRICE (RAPPEL)

Pour faire une division **euclidienne**, on ne tape *pas* sur la touche ÷, mais sur les touches ⬆ ÷ à la place : la calculatrice affichera donc le quotient et le reste, mais à sa manière, donc attention !

2 Divisibilité

MÉTHODE (Critères de divisibilité (rappels))

- **Un nombre est divisible par 2 s'il est pair (se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).**
- **Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses *2 derniers chiffres* l'est aussi.**
- **Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.**
- **Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.**

MÉTHODE (Critères de divisibilité (rappels))

- **Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.**
  Exemple : 768 **est divisible par** 3 **car** $7 + 6 + 8 = 21$ **qui est divisible par** 3 ($3 \times 7 = 21$).
- **Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.**
  Exemple : $2\,538$ **est divisible par** 9 **car** $2 + 5 + 3 + 8 = 18$ **qui est divisible par** 9 ($3 \times 9 = 18$).

3 Nombres premiers

DÉFINITION

Un nombre qui n'est divisible que par 1 et lui-même est appelé un nombre premier.

Remarque

Il n'existe pas à ce jour de formule pour trouver des nombres premiers. Afin d'être certain qu'un nombre est premier, il faut faire de nombreux calculs, souvent à l'aide d'ordinateur.

Exemple (Crible d'Eratosthène) : Cette méthode permet de trouver facilement les nombres premiers de 1 jusqu'à 100.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Légende :

- On barre 1 qui n'admet pas 2 diviseurs.
- On entoure 2 mais on barre tous ses multiples. En effet, n'importe quel multiple de 2 (par exemple 12) sera déjà divisible par 1 et lui-même, mais aussi par 2 et on dépasse donc les 2 diviseurs demandés.
- Une fois fait, on entoure le prochain nombre non barré et on élimine tous ces multiples.
- On continue jusqu'à ce que tous les nombres soient barrés ou entourés.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 et 97.

4 Décomposition en produit de facteurs premiers

PROPRIÉTÉ

On peut toujours décomposer un nombre non premier en produit de plusieurs facteurs premiers, et cette décomposition est unique.

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

Exemple : La décomposition du produit en facteurs premier de 324 est : $324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ $(= 2^2 \times 3^4)$.