



Calcul littéral

1

Expressions littérales



DÉFINITIONS

Une **expression littérale** est une expression mathématique (un calcul) dans lequel apparaît au moins une lettre représentant un nombre inconnu.

Écrire un résultat « **en fonction de x** » consiste à écrire une expression littérale contenant la lettre x .

➡ **Exemples :** Dès qu'une lettre se glisse dans un calcul, c'est une expression littérale :

★ $A = 7 \times a + 9$

★ $B = 5 \times b^2 - 3$

★ $C = 7 \times x + 9 \times y - 10 \times x \times y$

★ $D = 2 \times \pi \times R$ (formule du périmètre d'un disque)



RÈGLE

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe « $\times$ » devant une lettre ou une parenthèse (cas particuliers à connaître : $1 \times x = x \times 1 = x$ et $0 \times x = x \times 0 = 0$).

➡ **Exemples :**

★ $E = 8 \times a = 8a$

★ $F = 7 \times b + 3 = 7b + 3$ ← on ne peut pas simplifier davantage (ODP)

★ $G = c \times 10 - 6 = 10c - 6$ ← on ne peut pas simplifier davantage (ODP)

★ $H = 2x + 3y^2 = 2 \times x + 3 \times y \times y$ ← il faut aussi savoir où se trouvent les multiplications cachées

★ $I = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 9) = 5x + 7(3x + 9)$.

■ **EXERCICE :** Soit n un nombre entier quelconque. Exprime sous forme d'une expression littérale : le double de n , le triple de n , le successeur de n , le prédécesseur de n et la moitié de n :

Solution : Dans l'ordre :

◇ le double de n : $2 \times n = 2n$

◇ le triple de n : $3 \times n = 3n$

◇ le successeur de n : $n + 1$

◇ le prédécesseur de n : $n - 1$

◇ la moitié de n : $\frac{n}{2} = 0,5n$

1 Avec une expression littérale



DÉFINITION

Dans une expression littérale, faire une **substitution** consiste à remplacer chaque lettre par sa valeur pour pouvoir calculer cette expression.



MÉTHODE (substituer)

- ① On fait apparaître TOUTES les multiplications cachées.
- ② On remplace alors chaque lettre par sa valeur (surligneur).
- ③ On calcule, en respectant l'ordre des priorités.



RAPPEL DE LA RÈGLE PRÉCÉDENTE

En mathématiques, il est interdit que deux nombres (connus ou inconnus) se suivent sans aucun lien. Si le lien n'est pas visible, c'est qu'il s'agit forcément d'une multiplication cachée. Par exemple : $5x = 5 \times x$; $xy = x \times y$; ...

➔ **Exemples** : Calcule :

- a) $J = x + (-8)$ pour $x = 5$.
b) $K = x - 5$ pour $x = -10$.

- c) $L = c + 11$ pour $c = -1$.
d) $M = 7g$ pour $g = 5$.

- e) $N = 30h$ pour $h = -1$.
f) $O = 9x + 15$ pour $x = 2$.

Solution : $J = 5 + (-8) = -3$; $K = -10 - 5 = -15$ (et non -5); $L = -1 + 11 = 10$ (et non -11), $M = 7 \times 5 = 35$, $N = 30 \times (-1) = -30$ et $O = 9 \times 2 + 15 = 18 + 15 = 33$

■ **EXERCICE** : Calcule :

- a) $P = 5x - 3$ pour $x = -4$.

- b) $Q = 4f + 7$ pour $f = -5$.

- c) $R = 3g - 4$ pour $g = -3$.

Solution : $P = 5 \times (-4) - 3 = -20 - 3 = -23$; $Q = 4 \times (-5) + 7 = -20 + 7 = -13$ (et non -27 !) et $R = 3 \times (-3) - 4 = -9 - 4 = -13$ (et non -5).

2 Avec un programme de calculs



MÉTHODE (traduire un programme de calculs en expression littérale)

- ★ Choisis un nombre.
- ★ Multiplie-le par 7.
- ★ Ajoute 8.
- ★ Écris le résultat.

Réponse : a) On choisit x → on choisit une lettre, en général x
 b) $7 \times x = 7x$
 c) $7x + 8$ ($\neq 15x$) } → on doit tenir compte des techniques de calcul littéral
 d) Le résultat est $7x + 8$. → on écrit le résultat

➡ **Exemple** : Traduis à l'aide d'une expression littérale ces deux programmes de calculs :

Programme n° 1

- ◇ Choisis un nombre.
- ◇ Multiplie-le par 5.
- ◇ Soustrais 4 à ce produit.
- ◇ Écris le résultat.

Programme n° 2

- ☐ Choisis un nombre.
- ☐ Élève-le au carré.
- ☐ Multiplie par 4.
- ☐ Soustrais 10.
- ☐ Écris le résultat.

Solution : Programme n° 1 : $5x - 4$; Programme n° 2 : $4x^2 - 10$.

3

La distributivité

1 Développement et factorisation



DÉFINITIONS

Développer, c'est transformer un produit en une somme (ou une différence).

Factoriser, c'est à l'inverse transformer une somme (ou une différence) en un produit.

Pour savoir si une expression est une somme, une différence ou un produit, il faut regarder quelle est l'opération faite **en dernier**.



MÉTHODE (développer $a(bx + c)$)

On veut développer l'expression $A = 5(8x + 2)$:

$$A = 5(8x + 2)$$

$$A = 5 \times (8x + 2)$$

← on écrit la multiplication et les flèches de développements

$$A = \underbrace{5 \times 8x} + \underbrace{5 \times 2}$$

← chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit

$$A = 40x + 10.$$

← on calcule chaque multiplication



Remarque

Cette méthode fonctionne aussi avec une soustraction à la place de l'addition.

➡ **Exemple** : Développe et réduis :

$$A = 7(2x + 3)$$

$$B = 8(6 + 3x)$$

$$C = 6x(2x - 4)$$

$$D = 2x(9 - 2x)$$

Solution : $A = 14x + 21$; $B = 48 + 24x$; $C = 12x^2 - 24x$ et $D = 18x - 4x^2$.

■ **EXERCICE** : Développe et réduis :

$$A = 4(4a + 5)$$

$$C = 5(4c^2 - 1)$$

$$E = 9e(e + 6)$$

$$B = 6(7 - b)$$

$$D = d^2(3 + 7d)$$

$$F = f^2(2 - f)$$

Solution : $A = 16a + 20$; $B = 42 - 6b$; $C = 20c^2 - 5$; $D = 3d^2 + 7d^3$; $E = 9e^2 + 54e$ et $F = 2f^2 - f^3$.

2 Applications

Lorsque des nombres sont multipliés par 100; 99; 12; 105; ... (des nombres proches de nombres “ronds”), la multiplication **mentale** est rendue possible par le développement : par exemple,

$$\diamond 24 \times 101 = 24 \times (100 + 1) = 24 \times 100 + 24 \times 1 = 2\,400 + 24 = 2\,424$$

$$\diamond \underline{131} \times 13 + \underline{131} \times 87 = \underline{131} \times (13 + 87) = 131 \times 100 = 13\,100$$



MÉTHODE (Réduire une expression)

Réduire l'expression suivante : $A = 4x + 3x$:

$$A = 4x + 3x = 4 \times \underline{x} + 3 \times \underline{x} = \underline{x} \times (4 + 3) = x \times 7 = 7 \times x = 7x.$$