

Parallélogrammes

1

Aspect graphique



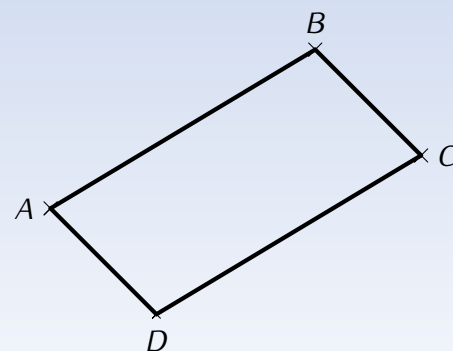
DÉFINITION

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



Remarque

$ABCD$ est un parallélogramme, mais $ABDC$ n'en est pas un. Attention à l'ordre des lettres !



2

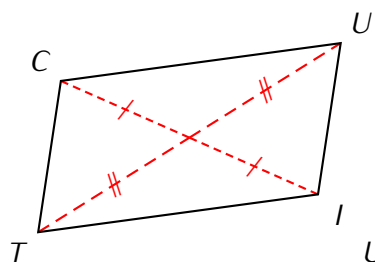
Reconnaître un parallélogramme

Toutes les caractérisations suivantes du parallélogramme sont aussi valables dans l'autre sens (voir exercice 5 p. 88 du TD).



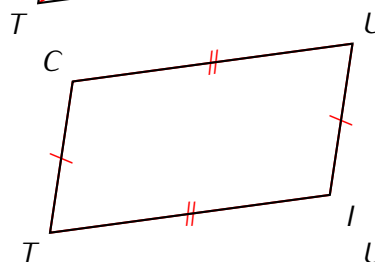
CARACTÉRISATION 1

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.



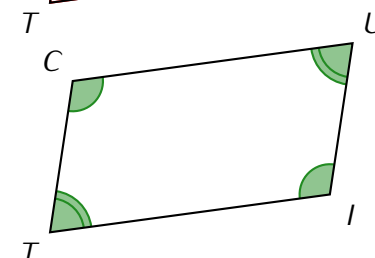
CARACTÉRISATION 2

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.



CARACTÉRISATION 3

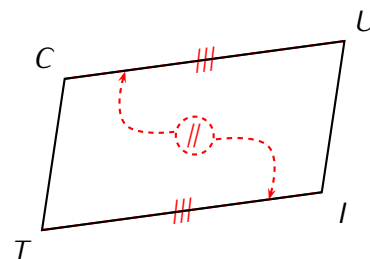
Si un quadrilatère a ses angles opposés de la même mesure, alors c'est un parallélogramme.





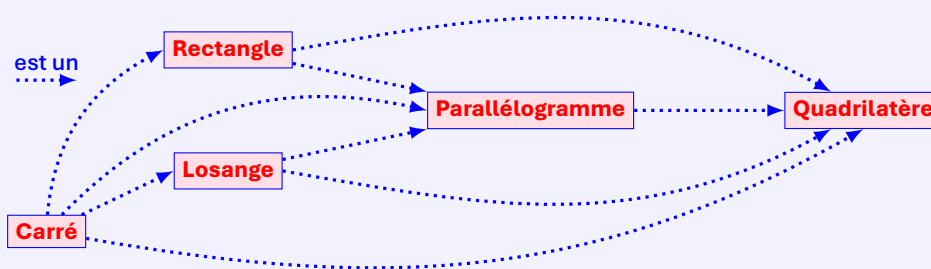
CARACTÉRISATION 4

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et en même temps de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.



Remarque

Toutes ces propriétés caractéristiques sont également vérifiées pour un rectangle, un losange ou encore un carré : ce sont donc des parallélogrammes particuliers.

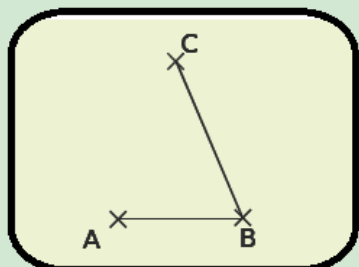


3

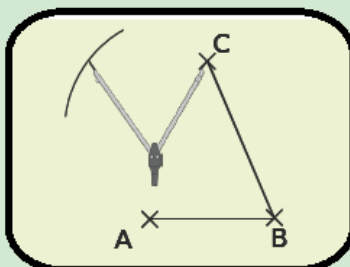
Construire un parallélogramme



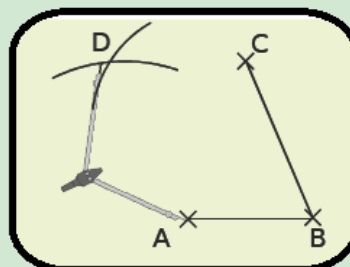
MÉTHODE (en connaissant deux côtés consécutifs)



On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du parallélogramme. La caractérisation 2 impose alors $AB = CD$ et $BC = AD$.



On reporte donc au compas la longueur AB à partir de C



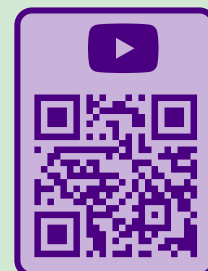
On reporte ensuite au compas la longueur BC à partir de A . Les deux arcs de cercle se coupent alors en D .



MÉTHODE (en connaissant une propriété caractéristique)

Souvent ici, il faut bien lire l'énoncé pour voir si on nous donne une mesure d'angle, la longueur d'une ou deux diagonales, ...

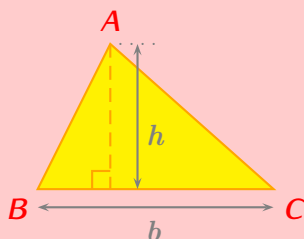
En fonction des indices donnés, on déterminera laquelle des propriétés caractéristiques est à utiliser ! La vidéo suivante montre tous les cas possibles.





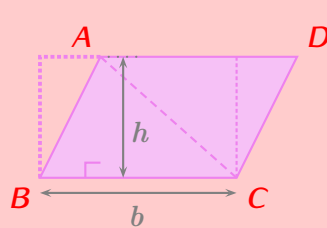
FORMULES D'AIRES

Triangle quelconque



$$\mathcal{A} = b \times h \div 2$$

Parallélogramme



$$\mathcal{A} = b \times h$$

Explications : pour le parallélogramme, on peut toujours déplacer l'une des pointes de l'autre côté de sorte à former un rectangle (en déplacement un morceau, on n'agrandit pas la figure, et on ne la rétrécit pas non plus, donc l'aire est inchangée).

Pour le triangle, on constate simplement qu'en coupant un parallélogramme en deux selon une diagonale (ici $[AC]$), on obtient deux triangles analogues : l'aire d'un triangle est donc la moitié de celle du parallélogramme correspondant !



ATTENTION !!!

Les base et hauteur d'un parallélogramme ne sont pas deux côtés consécutifs du parallélogramme. Par contre, elles sont toujours perpendiculaires entre elles !