

X

Proportionnalité

1

Tableau de proportionnalité

DÉFINITIONS (RAPPELS DE 6^E)

Deux grandeurs sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

➔ Exemples :

Nombre de SMS	1	2	5	8	10
Prix payé en €	0,15	0,30	0,75	1,20	1,50

On a : $0,15 \div 1 = 0,15$; $0,30 \div 2 = 0,15$; $0,75 \div 5 = 0,15$; $1,20 \div 8 = 0,15$ et $1,50 \div 10 = 0,15$.

Tous les quotients sont égaux à 0,15, donc le prix payé est proportionnel au nombre de SMS envoyés.

Le coefficient de proportionnalité est 0,15. Cela signifie qu'on paie 0,15 € pour 1 SMS envoyé.

Nombre de BD	3	5	11
Prix payé	7,50	9	18

On a : $7,50 \div 3 = 2,5$, mais $9 \div 5 = 1,8 \neq 2,5$!

Donc le prix n'est pas proportionnel au nombre de BD achetées : ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

2

Remplir un tableau de proportionnalité

1 En agissant sur les lignes

On connaît donc le coefficient de proportionnalité, qui est souvent représenté à l'aide d'une flèche à droite du tableau.

■ **EXERCICE** : Sachant qu'une baguette de pain coûte 1,20 €, combien coûtent 2 baguettes ? 4 baguettes ? et 5 baguettes ?

Solution : On peut résumer cette situation dans un tableau :

Nombre de baguettes	1	2	4	5
Prix des baguettes	1,20 €	2,40 €	4,80 €	6 €

) $\times 1,2$

2 En agissant sur les colonnes

■ **EXERCICE** : Au démarrage d'une voiture, son conducteur appuie de manière constante sur la pédale d'accélérateur, de sorte que la vitesse augmente proportionnellement au temps passé depuis le démarrage.

Complète le tableau de proportionnalité suivant en expliquant tes calculs :

Temps (s)	2	5	?
Vitesse (km/h)	24	?	84

Solution :

Multiplier/diviser 1 colonne :

Temps (s)	2	5
Vitesse (km/h)	24	60

Diagramme illustrant la multiplication/division des colonnes :
 - De 2 à 5 : $\times 2,5$
 - De 24 à 60 : $\times 2,5$

Additionner/soustraire 2 colonnes :

Temps (s)	2	5	7
Vitesse (km/h)	24	60	84

Diagramme illustrant l'addition/soustraction des colonnes :
 - De 2 à 7 : $+$
 - De 5 à 7 : $+$
 - De 24 à 84 : $+$
 - De 60 à 84 : $+$

3

Pourcentages

Un pourCENTage traduit une situation de proportionnalité sur un total de 100, et tout énoncé utilisant des pourcentages peut donc se traduire sous la forme d'un tableau de proportionnalité.

➤ RÈGLE (APPLIQUER UN POURCENTAGE)

L'expression française « $p\%$ de x » se traduit mathématiquement par un tableau de proportionnalité. Par exemple, pour calculer 18% de 250 €, on procède de la manière suivante :

Quantité	18	?
Total	100	250

Puisque $250 \div 100 = 2,5$, on peut calculer en faisant $18 \times 2,5 = 45$.

On peut aussi calculer l'expression française « $p\%$ de x » en calculant mathématiquement $\frac{p}{100} \times x$.

➤ **Exemple** : Dans un collège de 360 élèves, 65 % font de l'anglais, 32,5 % de l'allemand et 2,5 % de l'espagnol en tant que LV2. Pour l'anglais, il s'agit de calculer « 65 % de 360 ». On fait donc un tableau de proportionnalité :

Élèves faisant allemand LV2	65	?
Nombre total d'élèves	100	360

Puisque $360 \div 100 = 3,6$, on peut calculer en faisant $65 \times 3,6 = 234$.

On en déduit que 234 élèves font de l'anglais en LV2.

■ **EXERCICE** : Calcule le nombre d'élèves faisant de l'allemand et de l'espagnol dans ce collège :

Solution : Allemand : 32,5% de 360 = $\frac{32,5}{100} \times 360 = 117$ élèves.

Espagnol : 2,5% de 360 = $\frac{2,5}{100} \times 360 = 9$ élèves (ou $360 - 234 - 117 = 9$).



RÈGLE (CALCULER UN POURCENTAGE)

Pour déterminer un pourcentage à partir d'une proportion, on procède de la manière suivante : par exemple, dans une entreprise de 585 salariés, 234 sont des femmes ; quel est le pourcentage de femmes dans cette entreprise ?

Nombre de femmes	?	234
Nombre total de salariés	100	585

Puisque $585 \div 100 = 5,85$, on peut calculer en faisant $234 \div 5,85 = 40$. Il y a donc 40% de femmes dans cette entreprise.

➡ **Exemple** : Dans une classe de 25 élèves, 24 ont un téléphone portable. Calcule le pourcentage d'élèves ayant un téléphone portable.

Solution :

- a) On écrit ce qu'on cherche dans un tableau de proportionnalité (on cherche un pourcentage, c'est-à-dire un nombre sur un total de 100) :

Nombres d'élèves ayant un portable	?	
Nombre total d'élèves	100	

- b) On complète avec les données de l'énoncé :

Nombres d'élèves ayant un portable	?	24
Nombre total d'élèves	100	25

- c) On calcule grâce au lien entre les colonnes : en effet, puisque $25 \times 4 = 100$, on calcule en faisant $24 \times 4 = 96$.
d) Conclusion : 96% des élèves de cette classe possèdent un téléphone portable.

4

Représentation graphique



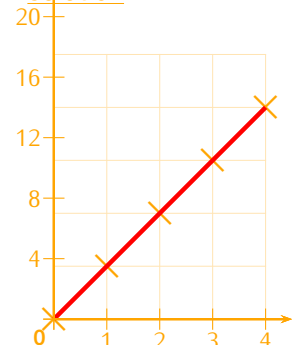
RÈGLE

Si on représente une situation de proportionnalité dans un repère, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

➡ **Exemple** : Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $\mathcal{P} = 4 \times c$.

Représente graphiquement le périmètre en fonction du côté :

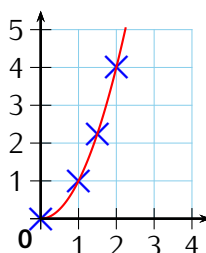
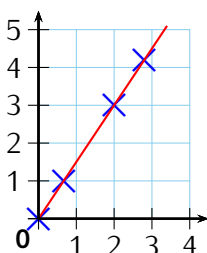
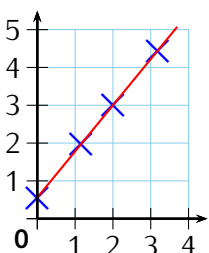
Solution :



RÈGLE

Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère alors c'est une situation de proportionnalité.

➡ **Exemples** : Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ? Justifie.



Solution :

Graphique de gauche : NON car les points forment une droite, mais ne passant pas par l'origine.

Graphique du milieu : OUI car les points forment une droite passant par l'origine.

Graphique de droite : NON car les points ne forment pas une droite.