



Opérations sur les fractions

1

Additions et soustractions de fractions

Comme vu en 6^e, le dénominateur d'une fraction peut se remplacer par n'importe quel mot, par exemple « crayon ». Cela permettait de comprendre qu'une addition (ou soustraction) de fractions n'est possible que lorsqu'elles ont le même dénominateur :



MÉTHODE (fractions de même dénominateur)

$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D}.$$

Par exemple : $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = 2 \text{ crayons} + 3 \text{ crayons} = 5 \text{ crayons} = \frac{5}{7}$

Remarque : vérifier le résultat à la calculatrice ; elle permet aussi d'obtenir la fraction irréductible.

➡ Exemple : Complète les calculs suivants :

a) $\frac{12}{7} - \frac{6}{7} = \frac{12-6}{7} = \frac{6}{7}.$

b) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2\cancel{\times 3}}{3\cancel{\times 3}} = \frac{2}{3}.$

Lorsque les dénominateurs sont différents, la seule solution consiste donc à appliquer la “règle d’or” pour les modifier afin qu’elles aient le même dénominateur, AVANT de les additionner ou les soustraire :



MÉTHODE (fractions de dénominateurs différents)

$$A = \frac{5}{6} + \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$$

$$A = \frac{10}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{10+6}{12}$$

$$A = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}.$$

le premier multiple commun aux dénominateurs 6 et 4 est 12, on utilise donc 2× la “règle d’or”

on additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun (on n’est pas obligé d’écrire cette étape)

➡ **Exemple :** Complète les exemples suivants :

$$A = \frac{8}{9} + \frac{7}{5} = \frac{8 \times 5}{9 \times 5} + \frac{7 \times 9}{5 \times 9} \\ = \frac{40}{45} + \frac{63}{45} = \frac{103}{45}$$

$$B = \frac{5}{7} - \frac{1}{3} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} - \frac{1 \times 7}{3 \times 7} \\ = \frac{15}{21} - \frac{7}{21} = \frac{8}{21}$$

$$C = \frac{2}{7} + \frac{8}{14} = \frac{2 \times 2}{7 \times 2} + \frac{8}{14} \\ = \frac{4}{14} + \frac{8}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

2

Produit d'un nombre par une fraction



PROPRIÉTÉ

Il existe trois façons de multiplier un nombre quelconque a par la fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$) :

$$a \times \frac{b}{c} = \underbrace{\frac{b}{c} \times a}_{\text{①}} = \underbrace{\frac{a}{c} \times b}_{\text{②}} = \underbrace{\frac{a \times b}{c}}_{\text{③}}.$$

① on calcule le quotient de b par c , et on multiplie le résultat par a .

② on calcule le quotient de a par c , et on multiplie le résultat par b .

③ on calcule le produit de a par b , puis on divise le résultat par c .

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « $\times$ » : on pourra ainsi calculer la fraction d'une quantité (①).



Remarques

- Les trois calculs donneront le même résultat, mais un calcul sera plus pertinent qu'un autre en fonction de la situation rencontrée : par exemple, pour calculer $21 \times \frac{4}{7}$, on peut remarquer que 21 est un multiple de 7, donc on va choisir la méthode ② : $(21 \div 7) \times 4 = 3 \times 4 = 12$.
- La fin de cette propriété (calculer la fraction d'une quantité, donc $\frac{a}{b} \times c$) sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

➡ **Exemples :**

★ Les $\frac{2}{3}$ de 60 € représentent donc $\frac{2}{3} \times 60 = \frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ €.

★ Un professeur a fait un contrôle qui a duré les $\frac{3}{8}$ de l'heure. Sachant qu'une heure représente 60 minutes, le contrôle a donc duré $\frac{3}{8} \times 60 \text{ min} = \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22,5 \text{ min}$, soit 22 min et 30 s.



À LA CALCULATRICE ($\frac{3}{8}$ DE 20€)

Pour calculer la fraction d'une quantité, on tape : ③ $\frac{\square}{\square}$ ⑧ > $\times$ ② ① EXE. La calculatrice affiche alors $\frac{15}{2}$.

En appuyant sur $\uparrow$ EXE, on obtient alors 7,5 : les $\frac{3}{8}$ de 20 € représentent donc 7,5 €.