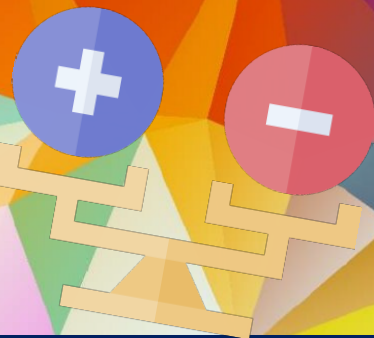




Équations

1

Généralités sur les équations



DÉFINITIONS

★ Une **équation** est une égalité dans laquelle se trouve au moins un nombre inconnu représenté par une lettre (l'**inconnue**, souvent x).

Une équation peut donc être vraie ou fausse, selon les valeurs choisies pour la variable.

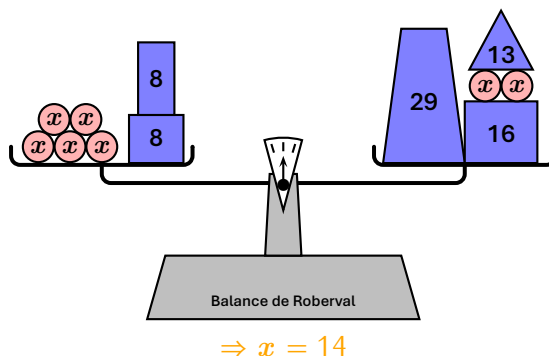
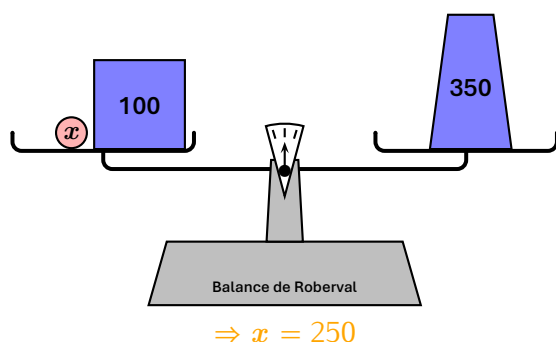
★ **Résoudre** une équation, c'est trouver toutes les valeurs qui rendent l'équation vraie.



« PRINCIPE DE LA BALANCE (PDLB) »

On ne modifie pas les solutions d'une équation en additionnant, en soustrayant, en multipliant, ou en divisant par un même nombre non nul, des deux côtés de l'égalité.

Selon les équations à résoudre, il y aura toujours au moins un PDLB à appliquer. Nous commencerons évidemment par une initiation avec des équations faciles, mais avant de voir la résolution de deux types d'équations, sauras-tu trouver la solution à ces équations ?



Si vraiment un élève n'arrivait pas à résoudre une équation, il pourra effectuer des tests d'égalité à la place :



MÉTHODE (tester une égalité)

- ① On choisit une valeur de x .
- ② On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de gauche, et on calcule.
- ③ On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de droite, et on calcule.
- ④ On confronte les résultats : s'ils sont identiques, alors on a trouvé la bonne valeur de x ; sinon, on recommence les étapes ① à ③ avec (évidemment) une autre valeur de x .

➡ **Exemple 1** : Trouve la solution de l'équation $2x + 7 = 2$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité?	x est solution?
$x = 0$	$2x + 7 = 2 \times 0 + 7 = 7$	2	non	✗
$x = 1$	$2x + 7 = 2 \times 1 + 7 = 9$	2	non	✗
$x = -3$	$2x + 7 = 2 \times (-3) + 7 = 1$	2	non	✗
$x = -2,5$	$2x + 7 = 2 \times (-2,5) + 7 = 2$	2	oui	✓

➡ **Exemple 2** : Trouve la solution de l'équation $4x + 15 = 6x - 7$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité?	x est solution?
$x = 0$	$4x + 15 = 4 \times 0 + 15 = 15$	$6x - 7 = 6 \times 0 - 7 = -7$	non	✗
$x = 10$	$4x + 15 = 4 \times 10 + 15 = 55$	$6x - 7 = 6 \times 10 - 7 = 53$	non	✗
$x = 11$	$4x + 15 = 4 \times 11 + 15 = 59$	$6x - 7 = 6 \times 11 - 7 = 59$	oui	✓

Remarque

Si on demande de tester une égalité pour une valeur donnée de x , une seule ligne suffit : on conclut que l'égalité est soit vraie, soit fausse !

Méthode générale de résolution

Le but d'une équation est de trouver la valeur cachée derrière la lettre x . Tout ce qui est autour de ce x est donc gênant et doit partir ! Deux cas sont alors à distinguer en 5^e :



MÉTHODE (équation du type « $x + a = b$ »)

On applique le principe de la balance en faisant « $-a$ » des deux côtés :

$$x + a = b \rightarrow x + \cancel{a} - \cancel{a} = b - a \rightarrow x = b - a.$$

Remarque : si c'est un « $-$ » dans l'équation, on fera « $+$ » des deux côtés.



MÉTHODE (équation du type « $ax = b$ »)

On applique le principe de la balance en faisant « $\div a$ » des deux côtés :

$$ax = b \rightarrow \frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}} = \frac{b}{a} \rightarrow x = \frac{b}{a}.$$

Remarque : si c'est un « $\div$ » dans l'équation (cas très rare), on fera « $\times a$ » des deux côtés.

➡ Exemple (équations du type $x + a = b$) : Résous les équations suivantes :

$$x + 6,2 = 15,5 :$$

$$\begin{aligned} x + 6,2 &= 15,5 \\ x + 6,2 - 6,2 &= 15,5 - 6,2 \\ x &= 9,3 \end{aligned}$$

$$x - 5 = 7,8 :$$

$$\begin{aligned} x - 5 &= 7,8 \\ x - 5 + 5 &= 7,8 + 5 \\ x &= 12,8 \end{aligned}$$

$$x + 14 = 11 :$$

$$\begin{aligned} x + 14 &= 11 \\ x + 14 - 14 &= 11 - 14 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

➡ Exemple (équations du type $ax = b$) : Résous les équations suivantes :

$$8x = 48 :$$

$$\begin{aligned} \frac{8x}{8} &= \frac{48}{8} \\ x &= \frac{48}{8} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$7x = 30 :$$

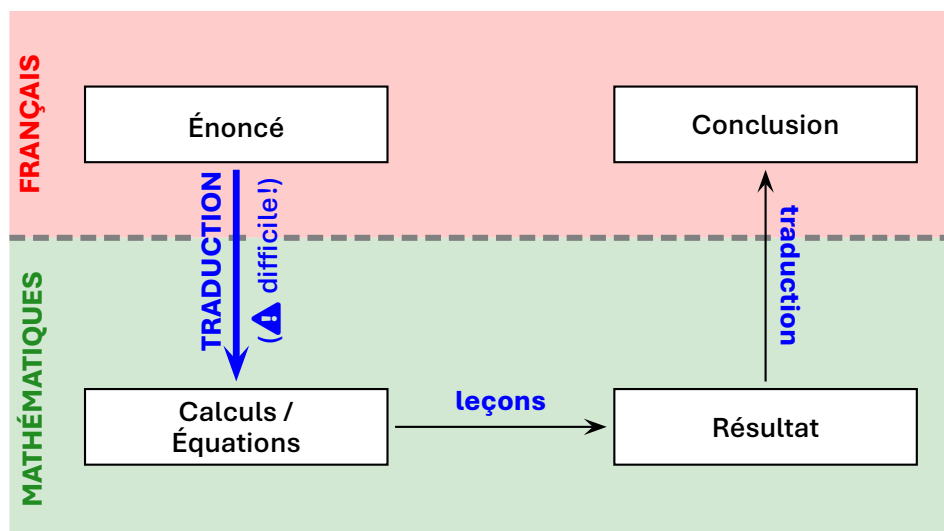
$$\begin{aligned} \frac{7x}{7} &= \frac{30}{7} \\ x &= \frac{30}{7} \end{aligned}$$

$$-9x = 24 :$$

$$\begin{aligned} \frac{-9x}{-9} &= \frac{24}{-9} \\ x &= \frac{24}{-9} \\ x &= -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

4

Mise en équation



DÉFINITION

La mise en équation consiste à extraire les informations de l'énoncé afin d'aboutir à une équation.