SÉQUENCE V

Fractions (partie 1)

1 Vocabulaire

$\frac{a}{b}$

a est le numérateur

b est le dénominateur et b est différent de 0.

DÉFINITIONS

$\frac{a}{b}$ est un quotient. Si les deux nombres a et b sont entiers, alors on peut même dire que c'est une fraction.

Remarque : ce mot "quotient" est le même que le résultat d'une division. En effet, $\frac{a}{b} = a \div b$. Une fraction est donc une autre écriture du résultat d'une division.

Exemple : $\frac{15}{18}$ est une fraction tandis que $\frac{1,5}{18}$ et $\frac{1,5}{1,8}$ sont des quotients.

Dans les deux cas, l'écriture utilisée est l'écriture fractionnaire.

ASTUCE À CONNAÎTRE

Tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une fraction (en le mettant sur 1).

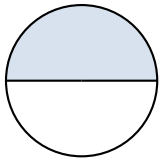
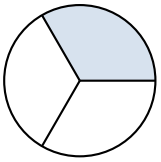
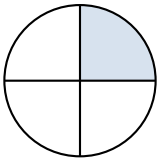
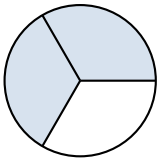
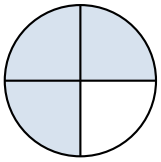
Exemple : Le nombre 21 peut s'écrire $21 = \frac{21}{1}$. C'est aussi le cas pour tous les autres nombres entiers.

2 Lecture d'une fraction

PROPRIÉTÉ

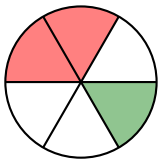
Pour lire une fraction, on lit d'abord le nombre du numérateur puis le nombre du dénominateur en ajoutant le suffixe « ièmes ».

Exemples : $\frac{4}{7}$ se lit « quatre septièmes » et $\frac{3}{10}$ se lit « trois dixièmes ». Mais il existe des exceptions :

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
				
un demi	un tiers	un quart	deux tiers	trois quarts

3 Partage et nombre fraction

Exemple : Colorie les deux sixièmes du disque en rouge et un sixième du disque en vert :



DÉFINITION

La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a. C'est-à-dire : $\frac{a}{b} \times b = a$.

Exemple : $\frac{4}{3}$ est le nombre tel que $\frac{4}{3} \times 3 = 4$.

Remarque

On a donc $\frac{a}{b} = a \div b$! Par conséquent, une fraction peut représenter soit un nombre entier ($\frac{12}{4} = 12 \div 4 = 3$), soit un nombre décimal ($\frac{12}{5} = 12 \div 5 = 2{,}4$), soit un nombre nom décimal ($\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0{,}3333\ldots$).

4 Comparaison d'une fraction à 1

PROPRIÉTÉ

- Si le numérateur est inférieur au dénominateur alors la fraction est inférieure à 1 ;
- Si le numérateur et le dénominateur sont égaux alors la fraction est égale à 1 ;
- Si le numérateur est supérieur au dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.

Exemple : Compare les fractions $\frac{11}{15}$, $\frac{15}{15}$ et $\frac{17}{15}$ à 1 :

Solution : On a :

- $\frac{11}{15} < 1$ car $11 < 15$,
- $\frac{15}{15} = 1$ car $15 = 15$,
- $\frac{17}{15} > 1$ car $17 > 15$.

5 Utilité des fractions

1 Encadrement par deux nombres entiers consécutifs

PROPRIÉTÉ

On effectue la division euclidienne du numérateur par le dénominateur. L'encadrement de la fraction se fait par le quotient entier à gauche et son suivant à droite.

Exemple : Encadre la fraction $\frac{2\,025}{7}$ par deux entiers consécutifs :

Solution : Division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2\,0\,2\,5 & 7 \\ -\,1\,4 & \\ \hline 6\,2 & 2\,8\,9 \\ -\,5\,6 & \\ \hline 6\,5 & \\ -\,6\,3 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

On en déduit que : $289 < \frac{39}{7} < 290\ (= 289 + 1)$.

2 Somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 (= nombre mixte)

PROPRIÉTÉ

On effectue la division euclidienne du numérateur par le dénominateur. L'encadrement de la fraction se fait par le quotient entier à gauche et son suivant à droite.

Exemple : Écris la fraction $\frac{2\,025}{7}$ sous la forme d'un nombre mixte (donc somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1) :

Solution : La division euclidienne effectuée tout-à-l'heure nous permet d'écrire que : $2\,025 = 7 \times 289 + 2$, d'où $\frac{2\,025}{7} = 289 + \frac{2}{7}$.