



Probabilités

1

Vocabulaire



DÉFINITIONS

On appelle **expérience aléatoire** une expérience ayant plusieurs résultats possibles (= les **issues**) connus dès le départ, mais dont le résultat final ne peut pas être prédit.

Exemples :



Le lancer d'un dé à 6 faces est une expérience aléatoire :

Les 6 issues sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. On ne peut cependant pas deviner sur quoi le dé va tomber.



Lancer une pièce de monnaie est une expérience aléatoire :

Les 2 issues sont pile ; face. On ne peut cependant pas deviner sur quelle face de la pièce elle va tomber.



Tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes est aussi une expérience aléatoire :

Les 32 issues sont 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; V ; D et R, pour chacune des 4 **couleurs** ♥, ♦, ♠ et ♣. On ne peut évidemment pas deviner quelle carte sera piochée au hasard.



DÉFINITIONS

On appelle **événement** une partie constituée d'une ou plusieurs issues de l'expérience aléatoire. De plus, l'événement est dit **élémentaire** s'il ne correspond qu'à une seule et unique issue.

Exemples :



Pour le lancé d'un dé, « obtenir le chiffre 2 » ou « tomber sur le 6 » sont des événements élémentaires.

« obtenir un multiple de 3 » est un événement (non élémentaire) réalisé par 2 issues.



Pour le tirage d'une carte dans un jeu de 32 cartes, « tomber sur l'as de ♥ » ou « obtenir le 9 de ♣ » sont des événements élémentaires.

« tomber sur une figure rouge » (une **figure** est un valet, une dame ou un roi) est un événement qui n'est pas élémentaire puisqu'il est réalisé par plusieurs cartes (V♥, D♥, R♥, V♦, D♦ et R♦).



DÉFINITIONS

On appelle **probabilité** d'un événement la mesure des chances que cet événement se réalise. C'est un nombre compris entre 0 et 1 (ou entre 0 % et 100 %). Plus ce nombre s'approche de 1 (ou de 100 %), plus l'événement associé a de chances de se réaliser.

Mathématiquement, si A désigne un événement, alors on note $p(A)$ la probabilité qu'il se réalise.



PROPRIÉTÉ

Lorsqu'on peut déterminer toutes les issues qui permettent de réaliser un événement A , alors sa probabilité est donnée par la formule :

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues réalisant } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

*Remarque : les probabilités seront donc des **fractions** de dénominateur 2 pour le lancé d'une pièce, 6 pour le lancé d'un dé, 32 pour un triage d'une carte dans un jeu de 32 cartes, ...*

➡ **Exemple 1** : On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes (c'est donc bien une expérience aléatoire). Quelle est la probabilité des événements :

★ A : « la carte tirée est une dame » ?

⇒ L'événement A est réalisé quand on tire la dame de ♥, la dame de ♠, la dame de ♦ ou la dame de ♣. Cela fait donc 4 issues réalisant A sur un total de 32 : $p(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 12,5\%$.

★ B : « la carte tirée est une figure rouge » ?

⇒ L'événement B est réalisé quand on tire le roi de ♥, la dame de ♥, le valet de ♥, le roi de ♦, la dame de ♦ ou le valet de ♦. Cela fait 6 issues réalisant B , toujours sur un total de 32 : $p(B) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16} = 18,75\%$.

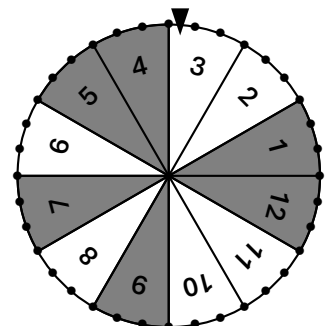
➡ **Exemple 2** : On lance un dé **équilibré** (= non truqué) à six faces et on considère l'événement C : « obtenir un nombre pair ». Quelle est la probabilité de l'événement C ?

⇒ L'événement C est réalisé lorsque l'on obtient la face 2, la face 4 ou la face 6, donc 3 issues réalisent C sur un total de 6. Donc $p(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$. Logique, la moitié des chiffres d'un dé sont pairs !

■ **EXERCICE** : On lance la roue de loterie ci-contre, et on s'intéresse soit à la couleur sur laquelle elle s'arrête, soit au nombre sur lequel elle s'arrête.

Calcule la probabilité en pourcentage des événements suivants (on arrondira à l'unité) :

- A : « la roue s'arrête sur une case grise. »
- B : « la roue s'arrête sur le 2. »
- C : « la roue s'arrête sur un nombre à 2 chiffres. »
- D : « la roue s'arrête sur une case blanche comportant un nombre impair. »



Solution : Avant de commencer, notons qu'il y a 12 cases, c'est le nombre total d'issues.

- il y a 6 cases grises, donc $p(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\%$.
- il n'y a qu'une seule case portant le numéro 2, donc $p(B) = \frac{1}{12} \approx 8\%$.
- il y a 3 nombres à 2 chiffres (10, 11 et 12), donc $p(C) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\%$.
- il y a 2 cases blanches impaires (3 et 11), donc $p(D) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \approx 17\%$.

À l'aide du tableur, nous allons simuler 100, 1 000, 10 000, ... lancers d'une pièce de monnaie afin de pouvoir faire une conjecture. Pour cela, deux formules du tableur seront à connaître :

- `"=ALEA.ENTRE.BORNES(min;max)"` qui permet de choisir un nombre aléatoire entre `min` et `max`.
- `"=NB.SI(plage;valeur)"` qui permet de compter le nombre de fois que `valeur` déterminée `valeur` apparaît dans la plage de données `plage`.



Utiliser le fichier tableur en ligne !

Dans chaque classeur du fichier, on a calculé la fréquence d'apparition de la face "pile" (en divisant à chaque fois le nombre de "pile" obtenus par le nombre total de lancers, multiplié ensuite par 100).

Que remarques-tu au fur et à mesure que le nombre de lancers augmente ?

Solution : La fréquence d'apparition de "pile" s'approche de 50 %, qui correspond à la probabilité théorique d'obtenir "pile" (en effet, on a une chance sur 2 d'obtenir "pile", et $\frac{1}{2} = 0,5 = 50 \%$).