



**Collège Jean-Baptiste Clément**  
5-7, rue Albert Chardavoine  
93440 DUGNY



Disponible sur [www.capes-de-maths.com](http://www.capes-de-maths.com), menu "Collège" puis "3e".

**PAR RESPECT POUR L'ENVIRONNEMENT, MERCI DE  
N'IMPRIMER CE COURS QUE SI C'EST VRAIMENT  
NÉCESSAIRE !**



Réalisé en  $\LaTeX$ , et sous [contrat Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)  
(plus de détails en dernière page de ce cours)





# TABLE DES MATIÈRES

<b>1 Arithmétique</b>	<b>4</b>
I Diviseurs d'un nombre	4
II Nombres premiers	5
<b>2 Outils pour le triangle rectangle</b>	<b>7</b>
I Théorème de Pythagore	7
II Trigonométrie	9
<b>3 Calcul littéral (partie 1)</b>	<b>13</b>
I Développements & factorisations : rappels	13
II Identités remarquables	15
<b>4 Thalès</b>	<b>18</b>
I Homothéties	18
II Calculer une longueur	20
III Montrer que deux droites sont parallèles	22
IV Montrer que deux droites ne sont pas parallèles	23
<b>5 Notions de fonction</b>	<b>24</b>
I Représentations d'une fonction	24
II Calcul/lecture d'images	24
III Calcul/lecture d'antécédents	26
<b>6 Triangles semblables</b>	<b>29</b>
I Angles	29
II Mesures	30
<b>7 Statistiques</b>	<b>31</b>
I Série statistique sous forme de tableau	31
II Paramètres statistiques	32
<b>8 Calcul littéral (partie 2)</b>	<b>35</b>
I Équations « produit »	35
II Équations carrées	36
III Équations plus compliquées	36
IV Inéquations	38
V Résoudre des problèmes	40
<b>9 Fonctions linéaires &amp; proportionnalité</b>	<b>41</b>
I Fonction linéaire	41
II Proportionnalité	42
III Grandeurs	45
<b>10 Géométrie dans l'espace</b>	<b>48</b>
I Sphères et boules	48
II Rappels : autres volumes	49
III Sections de solides	51
IV Section d'une pyramide (ou d'un cône)	54
<b>11 Probabilités</b>	<b>56</b>
I Vocabulaire	56
II Probabilité	57
III Exemples d'expériences à deux épreuves	60

<b>12 Agrandissements et réductions</b>	<b>64</b>
<b>13 Fonctions affines</b>	<b>67</b>
I Définition, image & antécédent	67
II Outil pour les fonctions : équation de droite	68
III Représentation graphique d'une fonction affine	69
<b>14 Calculs numériques</b>	<b>72</b>
I Bilan sur les nombres	72
II Puissances	74
III Racines carrées	77

## ARITHMÉTIQUE

## I – Diviseurs d'un nombre



## Méthode (DRESSER LA LISTE DES DIVISEURS D'UN NOMBRE)

1. On commence par tracer un trait vertical et on écrit 1 dans la colonne de gauche et le nombre dans la colonne de droite.
2. On essaye de diviser ce nombre par 2 : si le quotient est entier, alors on écrit 2 à gauche et le quotient à droite.
3. On recommence l'étape précédente avec 3, puis avec 4, etc.
4. On s'arrête dès que le nombre par lequel on essaye de diviser se trouve déjà dans la colonne de droite.

Exemple : Pour trouver tous les diviseurs de 63, on procède de la manière suivante :

- ◇ L'étape 1 ne pose en principe pas de soucis.
- ◇  $63 \div 2 = 31,5$  qui n'est pas entier : on passe donc à 3.
- ◇  $63 \div 3 = 21$  qui est entier : on écrit donc 3 à gauche et le quotient 21 à droite.
- ◇  $63 \div 4$ ,  $63 \div 5$ ,  $63 \div 6$  (et  $63 \div 8$ ) ne donnent pas de quotients entiers.
- ◇  $63 \div 7 = 9$ , donc on écrit 7 à gauche et le quotient 9 à droite.
- ◇ On essaye alors de diviser par 9 qui est déjà dans la colonne de droite : ce n'est donc pas nécessaire, on a tous les diviseurs de 63.

$$\begin{array}{l|l} 1 & 63 \\ 3 & 21 \\ 7 & 9 \end{array}$$

Réponse : les diviseurs de 63 sont 1; 3; 7; 9; 21 et 63. ← On recopie la liste en écrivant les nombres des 2 colonnes dans l'ordre.

■ **EXERCICE :** Trouver tous les diviseurs de 360, puis ceux de 47.

## Solution :

Pour 360, on trouve  $360 \div 1 = 360$ ,  $360 \div 2 = 180$ ,  $360 \div 3 = 120$ ,  $360 \div 4 = 90$ ,  $360 \div 5 = 72$ ,  $360 \div 6 = 60$ ,  $360 \div 8 = 45$ ,  $360 \div 9 = 40$ ,  $360 \div 10 = 36$ ,  $360 \div 12 = 30$ ,  $360 \div 15 = 24$  et  $360 \div 18 = 20$ . Le nombre suivant à tester est 20 qui est déjà dans la colonne de droite, donc on s'arrête.

Les diviseurs de 360 sont donc : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 et 360.

En revanche, les diviseurs de 47 sont peu nombreux : 1 et 47 seulement...

$$\begin{array}{l|l} 1 & 360 \\ 2 & 180 \\ 3 & 120 \\ 4 & 90 \\ 5 & 72 \\ 6 & 60 \\ 8 & 45 \\ 9 & 40 \\ 10 & 36 \\ 12 & 30 \\ 15 & 24 \\ 18 & 20 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ 1 & 47 \end{array}$$



## Remarques

- Pour écrire la liste des diviseurs, il suffit d'aller de haut en bas dans la colonne de gauche et continuer de bas en haut dans celle de droite.
- Lorsqu'un nombre est le carré d'un autre ( $64 = 8 \times 8 = 8^2$ ), ce dernier apparaîtra 2 fois dans le tableau, mais il ne faudra l'écrire qu'une seule fois dans la liste.

Oral :

En classe :

À la maison :  
Donner la liste des diviseurs de :  
8; 15; 21; 19; 36; 35.

## II – Nombres premiers

### 1. Définition



#### Définition

Un **nombre premier** est un nombre qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples :

- ◇ Les nombres 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97 sont tous les nombres premiers inférieurs à 100. Nous avons déjà rencontré 47...
- ◇ 15 n'est pas un nombre premier car il est certes divisible par 1 et lui-même, mais aussi par 3 ou 5.
- ◇ 12 n'est pas non plus un nombre premier car il est pair (donc aussi dans la table de 2)...
- ◇ 121 n'est pas un nombre premier car ses diviseurs sont 1, 11 et 121. Il y en a un de trop!

Oral :

7, 8, 9, 10, 11, 12 p. 46

En classe :

25, 28, 29 p. 47

À la maison :

37 p. 47

### 2. Décomposition en produit de facteurs premier



#### Propriété

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut se décomposer de manière unique en un produit de nombres premiers.



#### Méthode (DÉCOMPOSER UN NOMBRE EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS)

La méthode la plus rapide est de chercher les diviseurs premiers dans l'ordre croissant :

1. On écrit le nombre sur une ligne, à gauche.
2. Est-ce que le nombre est divisible par 2 (1<sup>er</sup> nombre premier) : si non, on retente l'étape 2 avec le nombre premier suivant (ici 3, puis 5, puis 7, etc.); si oui, on ajoute  $\xrightarrow{\div 2}$  ainsi que le résultat à la suite du nombre. On reprend alors l'étape 2 avec ce *nouveau nombre*, mais toujours le même facteur premier (ici 2).
3. On s'arrête lorsque l'on tombe sur 1.

Exemple : Pour trouver la décomposition en facteurs premiers de 180, on procède de la manière suivante :

$$180 \xrightarrow{\div 2} 90 \xrightarrow{\div 2} 45 \xrightarrow{\div 3} 15 \xrightarrow{\div 3} 5 \xrightarrow{\div 5} 1.$$

Réponse : on écrit alors  $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5$  ← On recopie la liste des diviseurs premiers, autant de fois qu'ils apparaissent, éventuellement sous la forme de puissances

■ **EXERCICE :** Décomposer 1600 en en produit de facteurs premiers.

Solution :  $1600 \xrightarrow{\div 2} 800 \xrightarrow{\div 2} 400 \xrightarrow{\div 2} 200 \xrightarrow{\div 2} 100 \xrightarrow{\div 2} 50 \xrightarrow{\div 2} 25 \xrightarrow{\div 5} 5 \xrightarrow{\div 5} 1$ , d'où :  $1600 = 2^6 \times 5^2$ .

Oral :

14, 15, 16 p. 46

En classe :





2 p. 45 + 44, 47 p. 48

À la maison :

3 p. 45 + 45, 46, 48 p. 48



#### À la calculatrice

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, il suffit de saisir ce nombre suivi directement des touches    (sans appuyer sur ).

### 3. Fractions irréductibles



#### Propriété

Pour rendre une fraction irréductible, on peut décomposer son numérateur et dénominateur en produits de nombre premiers, et simplifier par les nombres premiers communs.

Exemple : On va rendre la fraction  $\frac{1\,600}{180}$  irréductible. Grâce au paragraphe précédent, on peut écrire que :

$$\frac{1\,600}{180} = \frac{2^6 \times 5^2}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{80}{9}$$



#### Remarque

La calculatrice rend déjà une fraction automatiquement irréductible, ce qui est très pratique pour vérifier le résultat, mais elle ne donnera jamais la rédaction associée à ce calcul !

Oral :  
18, 23, 24 p. 46

En classe :  
54, 55 p. 49

À la maison :  
57, 58, 59 p. 49

Tableur : 79 p. 51 / Problème ouvert : 101 p. 54

# OUTILS POUR LE TRIANGLE RECTANGLE

## I – Théorème de Pythagore

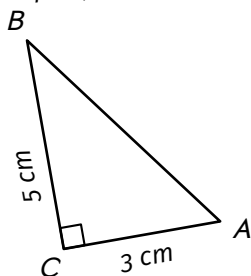
### 1. Calculer une longueur



#### Théorème de Pythagore

Si  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ , alors  $BC^2 = BA^2 + AC^2$ .

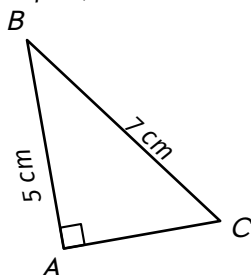
Exemple (CALCUL DE L'HYPOTÉNUSE) :



Calculer  $AB$   
(arrondir au dixième)

- D :**  $ABC$  est un triangle rectangle en  $C$
- P :** D'après le théorème de Pythagore on a :
- C :**  $\underline{AB^2} = AC^2 + CB^2$  ← On souligne la longueur qu'on veut calculer (pas obligatoire)  
 $AB^2 = 3^2 + 5^2$  ← On remplace les longueurs connues  
 $AB^2 = 34$  ← On calcule l'addition  
 $AB = \sqrt{34}$  ← On "simplifie" le carré en utilisant  $\sqrt{\quad}$   
 $AB \approx 5,8 \text{ cm.}$  ← On calcule, on arrondit et on écrit l'unité

Exemple (CALCUL D'UN DES CÔTÉ FORMANT L'ANGLE DROIT) :

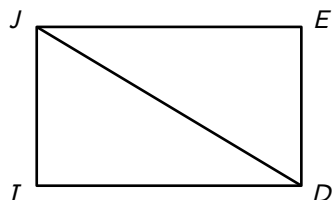


Calculer  $AC$   
(arrondir au dixième)

- D :**  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$
- P :** D'après le théorème de Pythagore on a :
- C :**  $BC^2 = \underline{AC^2} + AB^2$  ← On souligne la longueur qu'on veut calculer (pas obligatoire)  
 $AC^2 = 7^2 - 5^2$  ← On "sort" la longueur à calculer de l'addition et le calcul devient : plus grande longueur<sup>2</sup> – plus petite longueur<sup>2</sup>  
 $AC^2 = 24$  ← On calcule la soustraction  
 $AC = \sqrt{24}$  ← On "simplifie" le carré en utilisant  $\sqrt{\quad}$   
 $AC \approx 4,9 \text{ cm.}$  ← On calcule, on arrondit et on écrit l'unité

#### ■ EXERCICE :

$JEDI$  est un rectangle tel que  
 $JE = 10 \text{ cm}$  et  $ED = 6 \text{ cm}$ .



Calculer  $JD$  (arrondir au dixième de cm).

Solution :  $JEDI$  est un rectangle donc  $JED$  est un triangle rectangle en  $E$ .

- D :**  $JED$  est un triangle rectangle en  $E$
- P :** D'après le théorème de Pythagore on a :
- C :**  $\underline{JD^2} = JE^2 + IE^2$   
 $JD^2 = 10^2 + 6^2$   
 $JD^2 = 136$   
 $JD = \sqrt{136}$   
 $JD \approx 11,7 \text{ cm.}$

Oral :

En classe :

À la maison :  
99, 100 p. 256

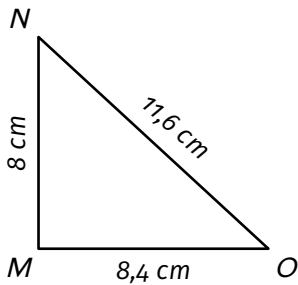
## 2. Montrer qu'un triangle est rectangle



### Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle  $ABC$  l'égalité  $AB^2 = AC^2 + BC^2$  est vraie, alors  $ABC$  est rectangle en  $C$ .

Exemple :



Question : Montrer que le triangle  $MNO$  est rectangle.

Réponse :

*On donne le nom du plus grand côté*

**D :** Le plus grand côté est  $[NO]$ .

*On obtient le même résultat, donc on l'écrit*

*On élève ce plus grand côté au carré*

$$NO^2 = 11,6^2 = 134,56$$

*On élève au carré puis additionne les deux autres côtés*

$$MN^2 + MO^2 = 8^2 + 8,4^2 = 134,56$$

*Donc  $NO^2 = MN^2 + MO^2$ .*

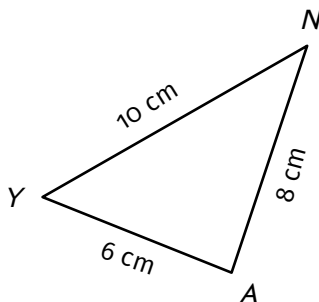
*On cite la propriété*

**P :** D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

**C :** Le triangle  $MNO$  est rectangle en  $M$ .

*On conclut en précisant où est l'angle droit*

### EXERCICE :



**Solution :** **D :** Le plus grand côté est  $[YN]$

$$YN^2 = 10^2 = 100$$

$$YA^2 + AN^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

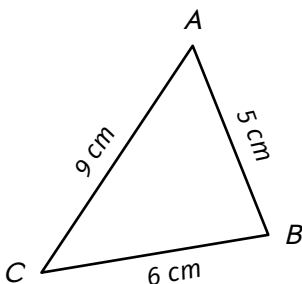
*Donc  $YN^2 = YA^2 + AN^2$ .*

**P :** D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

**C :**  $AYN$  est rectangle en  $A$ .

Question : Le triangle  $AYN$  est-il rectangle ?

Exemple :



Réponse :

**D :** Le plus grand côté est  $[AC]$ .

$$AC^2 = 9^2 = 81$$

$$BC^2 + AB^2 = 6^2 + 5^2 = 61$$

*Il n'y a pas égalité, on l'écrit*

*Donc  $AC^2 \neq BC^2 + AB^2$ .*

**P :** D'après la contraposée du théorème de Pythagore

**C :** Le triangle  $ABC$  n'est pas rectangle *) On conclut*

Question :

Le triangle  $ABC$  est-il rectangle ?

Oral :

En classe :

À la maison :  
101, 102 p. 256

## II – Trigonométrie

### 1. Vocabulaire et définitions

**Définitions**

Dans un triangle rectangle, chaque côté porte un nom spécifique en fonction de l'angle marqué :

- l'**hypoténuse** est le côté « en face » de l'angle droit
- le **côté opposé à l'angle** est le côté « en face » de l'angle.
- le **côté adjacent à l'angle** est le côté « qui forme » l'angle avec l'hypoténuse.

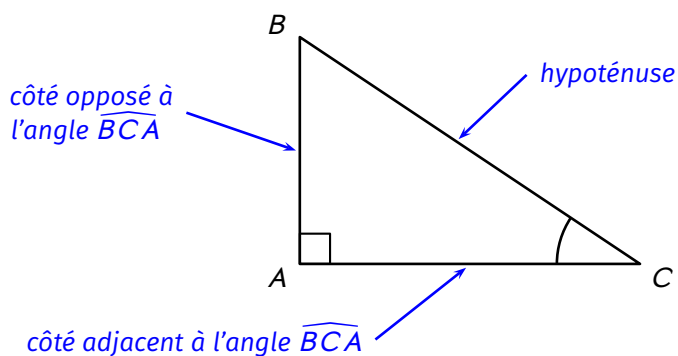
**Remarques**

- Ce vocabulaire n'existe que si le triangle est rectangle.
- L'hypoténuse est le seul côté qui ne change pas quelque soit l'angle choisi.

**Définitions**

- Dans un triangle rectangle, le **cosinus d'un angle** aigu  $\widehat{D}$  est le rapport :
$$\cos \widehat{D} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{D}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$
- Dans un triangle rectangle, le **sinus d'un angle** aigu  $\widehat{D}$  est le rapport :
$$\sin \widehat{D} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{D}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$
- Dans un triangle rectangle, la **tangente d'un angle** aigu  $\widehat{D}$  est le rapport :
$$\tan \widehat{D} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{D}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{D}}$$

Exemple :



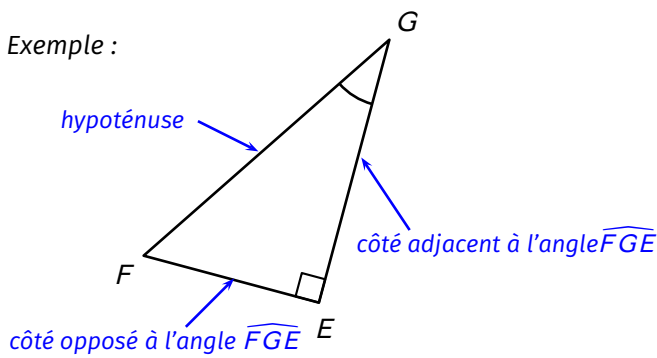
Dans le triangle ABC on a les relations :

$$\cos \widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{AC}$$

Exemple :



Dans le triangle  $EFG$  on a les relations :

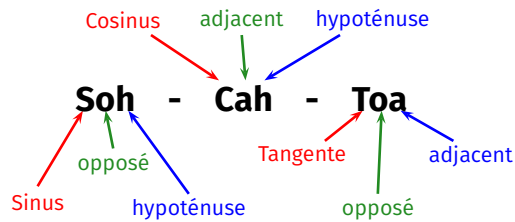
$$\cos \widehat{FGE} = \frac{EG}{FG}$$

$$\sin \widehat{FGE} = \frac{EF}{FG}$$

$$\tan \widehat{FGE} = \frac{EF}{EG}$$

### Remarques

- Ces relations ne sont vraies que dans un triangle rectangle.
- Il existe un moyen mnémotechnique pour retenir ses définitions le « Soh-Cah-Toa » :



Oral :

7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 p. 208

En classe :

19 p. 209

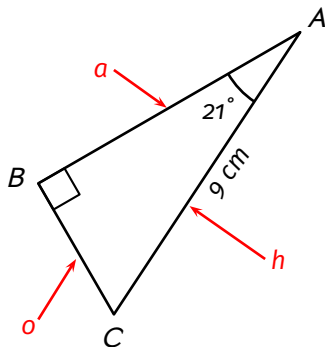
À la maison :

23, 24 p. 209

## 2. Utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur

Quand (toujours dans un triangle rectangle...) on connaît la mesure d'un angle et la longueur d'un côté, on utilise la trigonométrie pour calculer la longueur des autres côtés.

Exemple :



Question : calculer  $AB$   
(arrondir au dixième de cm)

Au brouillon :

S o (h) - C a (h) - T o (a)

— ce qu'on connaît  
— ce qu'on cherche

⇒ on utilise cosinus

Réponse :

**D :** Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$

**P :** Donc d'après la trigonométrie on a :

**C :**  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$  *On a trouvé qu'on devait utiliser cosinus on écrit sa définition avec les longueurs*

$$\cos(21^\circ) = \frac{AB}{9}$$

$$AB = \frac{\cos(21^\circ) \times 9}{1}$$

*on utilise le produit en croix*

$$AB \approx 8,4 \text{ cm}$$

*on utilise la calculatrice :*

Tout nombre peut s'écrire comme une fraction avec 1 au dénominateur

$$\cos(21^\circ) = \frac{\cos(21^\circ)}{1}$$

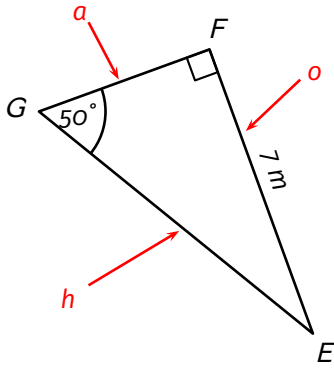


### À la calculatrice

Avant d'utiliser sa calculatrice, il faut vérifier qu'elle est bien réglée en mode degré. Si oui, un "D" est affiché à l'écran.

Si non, il faut la configurer :  , et on vérifie que le "D" est bien affiché.

Exemple :



Question : calculer EG (arrondir au dixième)

Au brouillon :

S(0)h - Ca(h) - T(0)a

— ce qu'on connaît  
— ce qu'on cherche

⇒ on utilise sinus

Réponse :

**D :** Le triangle EFG est rectangle en F.

**P :** Donc d'après la trigonométrie on a :

**C :**  $\sin \widehat{FGE} = \frac{EF}{EG}$

$$\frac{\sin(50^\circ)}{1} = \frac{7}{EG}$$

$$EG = \frac{7 \times 1}{\sin(50^\circ)}$$

$$EG \approx 9,1m$$

Oral :

—

En classe :

2 p. 207 + 28 p. 209

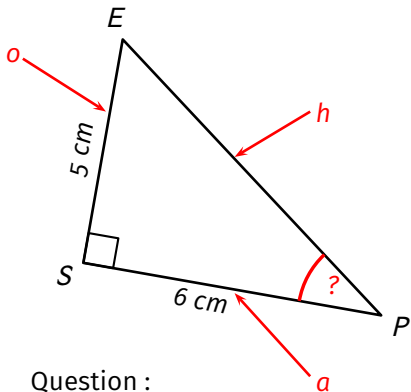
À la maison :

3, 4 p. 207 + 29 p. 209 + 43, 44, 45 p. 210

### 3. Utiliser la trigonométrie pour calculer la mesure d'un angle

Quand on connaît la longueur de deux côtés dans un triangle rectangle, on peut calculer la mesure des angles aigus à l'aide de la trigonométrie.

Exemple :



Question : calculer  $\widehat{EPS}$  (arrondir au degré).

Au brouillon :

S(0)h - Ca(h) - T(0)a

— ce qu'on connaît

⇒ on utilise tangente

Réponse :

on justifie pourquoi on peut utiliser la trigonométrie

**D :** Le triangle EPS est rectangle en S

**P :** Donc d'après la trigonométrie on a :

**C :**  $\tan \widehat{EPS} = \frac{ES}{SP}$

On a trouvé qu'on devait utiliser tangente on écrit sa définition avec les longueurs

$$\tan \widehat{EPS} = \frac{5}{6}$$

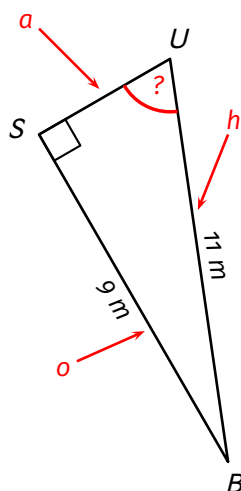
$$\widehat{EPS} \approx 40^\circ$$

On utilise la calculatrice pour faire "disparaître" tan :



Pour conclure, on va faire un petit exercice :

Exemple :



Question : calculer  $\widehat{SUB}$  (arrondir au degré).

Au brouillon :

S(oh) - Ca(h) - T(oa)

— ce qu'on connaît

⇒ on utilise sinus

Réponse :

**D :** Le triangle  $USB$  est rectangle en  $S$

**P :** Donc d'après la trigonométrie on a :

**C :**  $\sin \widehat{SUB} = \frac{SB}{UB}$

$$\sin \widehat{SUB} = \frac{9}{11}$$

$$\widehat{SUB} \approx 55^\circ$$

Oral :

—

En classe :

5 p. 207 + 49 p. 211

À la maison :

6 p. 207 + 50, 51 p. 211 + 54, 55 p. 212

Tâche complexe : 94, 95 p. 219

# CALCUL LITTÉRAL (PARTIE 1)

## I – Développements & factorisations : rappels

### 1. Développements



#### Méthode (DÉVELOPPER $a(bx + c)$ )

On veut développer l'expression  $A = 5(8x + 2)$  :

$$A = 5(8x + 2)$$

$$A = 5 \times (8x + 2) \quad \leftarrow \text{On écrit la multiplication et les flèches de développements.}$$

$$A = \underbrace{5 \times 8x} + \underbrace{5 \times 2} \quad \leftarrow \text{Chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit.}$$

$$A = 40x + 10. \quad \leftarrow \text{On calcule chaque multiplication.}$$

■ **EXERCICE** : Développer l'expression :  $B = 3x(4x - 5)$

Solution :  $B = 3x(4x - 5) = 3x \times 4x + 3x \times (-5) = 12x^2 + (-15)x = 12x^2 - 15x.$

Oral :

-

En classe :

-

À la maison :

24 p. 31



#### Méthode (DÉVELOPPER ET RÉDUIRE $(a + b)(c + d)$ )

On veut développer et réduire  $A = (2x - 5)(7x - 3)$  :

$$A = (2x - 5)(7x - 3)$$

$$A = (2x + (-5)) \times (7x + (-3)) \quad \leftarrow \text{On écrit sous forme d'addition et on écrit les flèches.}$$

$$A = \underbrace{2x \times 7x} + \underbrace{2x \times (-3)} + \underbrace{(-5) \times 7x} + \underbrace{(-5) \times (-3)} \quad \leftarrow \text{Chaque flèche correspond à une multiplication.}$$

$$A = 14x^2 + (-6)x + (-35)x + 15 \quad \leftarrow \text{On calcule chaque multiplication.}$$

$$A = 14x^2 + (-41)x + 15. \quad \leftarrow \text{On réduit.}$$

Exemple : On veut développer et réduire  $B = (3x + 5)(8x + 2)$  :

$$B = (3x + 5)(8x + 2)$$

$$B = (3x + 5) \times (8x + 2)$$

$$B = 3x \times 8x + 3x \times 2 + 5 \times 8x + 5 \times 2$$

$$B = 24x^2 + 6x + 40x + 10$$

$$B = 24x^2 + 46x + 10.$$

■ **EXERCICE** : Développer et réduire  $C = (10x - 4)(x + 3)$ .

Solution :

$$C = (10x - 4)(x + 3)$$

$$C = (10x + (-4))(x + 3)$$

$$C = 10x \times x + 10x \times 3 + (-4) \times x + (-4) \times 3$$

$$C = 10x^2 + 30x + (-4)x + (-12)$$

$$C = 10x^2 + 26x - 12.$$

Oral :

-

En classe :

-

À la maison :

25 p. 31



### Méthode (DÉVELOPPEMENT PLUS COMPLIQUÉ)

On veut développer et réduire  $A = (5x + 1)(3x - 4) + 7x$  :

$$A = \underline{(5x + 1)(3x - 4)} + 7x \quad \leftarrow \text{On souligne ce que l'on doit développer.}$$

$$A = \underline{(5x + 1) \times (3x + (-4))} + 7x$$

$$A = \underline{5x \times 3x + 5x \times (-4) + 1 \times 3x + 1 \times (-4)} + 7x$$

$$A = \underline{15x^2 + (-20)x + 3x + (-4)} + 7x$$

$$A = 15x^2 + (-10)x + (-4). \quad \leftarrow \text{On réduit.}$$

On développe et on réécrit ce qui n'a pas été souligné.

Exemple : Développer et réduire  $B = (4x - 3)^2 - 5x^2$ .

$$B = (4x - 3)^2 - 5x^2$$

$$B = \underline{(4x)^2 + 2 \times 4x \times (-3) + (-3)^2} - 5x^2$$

$$B = \underline{16x^2 + (-24)x + 9} + (-5)x^2$$

$$B = 9x^2 + (-24)x + 9$$

$$B = 9x^2 - 24x + 9.$$

## 2. Factorisations



### Méthode (FACTORISER PAR UN NOMBRE CONNU OU INCONNU)

On veut factoriser  $A = 5x^2 + 7x$  :

$$A = 5x^2 + 7x$$

$$A = 5 \times x \times x + 7 \times x \quad \leftarrow \text{On fait apparaître toutes les multiplications.}$$

$$A = \underline{5 \times x} \times x + \underline{7 \times x} \quad \leftarrow \text{On souligne ce qui est en commun dans chaque multiplication.}$$

$$A = \underline{x} \times (5 \times x + 7) \quad \leftarrow \text{On écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre parenthèses.}$$

$$A = x(5x + 7). \quad \leftarrow \text{On simplifie l'écriture.}$$

Exemple : Factoriser  $B = 11x - 9x^2$ .

$$B = 11x - 9x^2$$

$$B = 11 \times \underline{x} - 9 \times \underline{x} \times x$$

$$B = \underline{x} \times (11 - 9 \times x)$$

$$B = x(11 - 9x).$$

■ EXERCICE : Factoriser  $C = 4x^2 + x$ .

Solution :

$$C = 4x^2 + x$$

$$C = 4 \times \underline{x} \times x + 1 \times \underline{x}$$

$$C = \underline{x} \times (4 \times x + 1)$$

$$C = x(4x + 1).$$

Oral :  
7 p. 30

En classe :

À la maison :  
38 p. 32



### Méthode (FACTORISER PAR UNE EXPRESSION)

On veut factoriser  $A = (4x + 1)(3x - 2) - (5x - 7)(4x + 1)$  :

$$A = \underline{(4x + 1)}(3x - 2) - \underline{(5x - 7)}(4x + 1) \leftarrow \text{On souligne les facteurs communs}$$

$$A = \underline{(4x + 1)} [(3x - 2) - (5x - 7)] \leftarrow \text{On écrit le facteur commun devant et le reste entre [ ]}$$

$$A = (4x + 1) [3x - 2 + (-5)x + 7] \leftarrow \text{On supprime les ( ) en faisant attention au signe devant}$$

$$A = (4x + 1) (-2x + 5). \leftarrow \text{On réduit dans les parenthèses}$$

Exemple : Factoriser  $B = (7x - 2)(6x - 4) + (2x + 1)(6x - 4)$  :

$$B = (7x - 2)(6x - 4) + (2x + 1)(6x - 4)$$

$$B = \underline{(6x - 4)} [(7x - 2) + (2x + 1)]$$

$$B = (6x - 4) (7x - 2 + 2x + 1)$$

$$B = (6x - 4) (9x - 1).$$

■ **EXERCICE :** Factoriser  $C = (4x + 1)^2 - (3x + 10)(4x + 1)$ .

Solution :

$$C = (4x + 1)^2 - (3x + 10)(4x + 1)$$

$$C = \underline{(4x + 1)} \times (4x + 1) + (3x + 10) \times (4x + 1) \leftarrow \text{On fait apparaître les multiplications}$$

$$C = \underline{(4x + 1)} [(4x + 1) - (3x + 10)]$$

$$C = (4x + 1) [4x + 1 + (-3)x + (-10)]$$

$$C = (4x + 1) (x - 9).$$

## II – Identités remarquables



### Identités remarquables (I.R.)

$a$  et  $b$  sont des expressions littérales ou des nombres. Alors :

$$\textcircled{1} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\textcircled{2} (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\textcircled{3} (a - b)(a + b) = (a - b)^2.$$



### Méthode (DÉVELOPPER ET RÉDUIRE GRÂCE À UNE I.R.)

On veut développer et réduire par exemple  $A = (2x - 3)^2$  :

$$A = (2x - 3)^2$$

$$A = \overset{(a)}{(2x)} - \overset{(b)}{3}^2$$

On repère quelle I.R. et on cherche  $a$  et  $b$

$$A = \underbrace{(2x)^2} - 2 \times \underbrace{2x \times 3} + \underbrace{3^2}$$

On applique l'identité remarquable avec  $a = 2x$  et  $b = (-3)$

$$A = 4x^2 - 12x + 9$$

On calcule les 3 multiplications

$$A = 4x^2 - 12x + 9.$$

Exemple : Développer et réduire  $B = (4x - 1)^2$  :

$$B = (4x - 1)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times -1 + 1^2 = 16x^2 - 8x + 1.$$

Exemple : Développer et réduire  $B = (6x + 2)(6x - 2)$  :

$$B = (6x + 2)(6x - 2)$$

$$B = (6x)^2 - 2^2$$

$$B = 36x^2 - 4$$

■ **EXERCICE :** Développer et réduire  $C = (3x + 5)^2$

Solution :  $C = (3x + 5)^2$   
 $C = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$   
 $C = 9x^2 + 30x + 25.$

■ **EXERCICE :** Développer et réduire  $D = (7 - 5x)(7 + 5x).$

Solution :  $D = (7 - 5x)(7 + 5x)$   
 $D = 7^2 - (5x)^2$   
 $D = 49 - 25x^2.$

Oral :  
5, 18 p. 30

En classe :  
27, 34 p. 31

À la maison :  
28, 35 p. 31

Factoriser en utilisant une identité remarquable est un peu plus délicat. On va détailler selon l'identité remarquable à utiliser :



### Méthode (FACTORISER AVEC L'IDENTITÉ REMARQUABLE ☺)

**1er type de factorisation :** On veut factoriser  $A = 16x^2 - 9$  :

$$A = 16x^2 - 9$$

$$A = (\sqrt{16x})^2 - (\sqrt{9})^2 \leftarrow \text{On met au carré en mettant les nombres sous } \sqrt{\text{ (au brouillon)}}$$

$$A = (4x)^2 - 3^2 \leftarrow \text{On calcule les } \sqrt{\text{}}$$

$$A = (4x - 3)(4x + 3) \leftarrow \text{On utilise } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

**2ème type de factorisation :** On veut factoriser  $B = (8x - 5)^2 - 9$  :

$$B = (8x - 5)^2 - 9$$

$$B = (8x - 5)^2 - (\sqrt{9})^2 \leftarrow \text{On met au carré en mettant les nombres sous } \sqrt{\text{ (au brouillon)}}$$

$$B = (8x - 5)^2 - 3^2 \leftarrow \text{On calcule } \sqrt{\text{}}$$

$$B = [(8x - 5) - 3][(8x - 5) + 3] \leftarrow \text{On utilise } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$B = (8x - 5 - 3)(8x - 5 + 3) \leftarrow \text{On supprime les petites parenthèses}$$

$$B = (8x - 8)(8x - 2) \leftarrow \text{On réduit dans chaque parenthèse}$$

Exemple : Factoriser  $C = 25x^2 - 49.$

$$C = 25x^2 - 49$$

$$C = (\sqrt{25x})^2 - (\sqrt{49})^2$$

$$C = (5x)^2 - 7^2$$

$$C = (5x - 7)(5x + 7)$$

■ **EXERCICE :** Factoriser  $D = (7x + 3)^2 - 81.$

Solution :

$$D = (7x + 3)^2 - 81$$

$$D = (7x + 3)^2 - (\sqrt{81})^2$$

$$D = (7x + 3)^2 - 9^2$$

$$D = [(7x + 3) - 9][(7x + 3) + 9]$$

$$D = (7x + 3 - 9)(7x + 3 + 9)$$

$$D = (7x - 6)(7x + 12).$$



### Méthode (FACTORISER AVEC L'IDENTITÉ REMARQUABLE ❶ OU ❷)

1er type de factorisation : On veut factoriser  $A = 4x^2 - 12x + 9$  :

$$A = 4x^2 - 12x + 9$$

$$A = (\sqrt{4x})^2 - 12x + (\sqrt{9})^2 \quad \leftarrow \text{On met au carré en mettant les nombres sous } \sqrt{\quad} \text{ (au brouillon)}$$

$$A = (2x)^2 - 12x + 3^2 \quad \leftarrow \text{On calcule les } \sqrt{\quad}$$

$$A = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \quad \leftarrow \text{Maintenant qu'on a } a \text{ et } b, \text{ on vérifie le "double produit"}$$

$$A = (2x - 3)^2 \quad \leftarrow \text{On applique ❶ ou ❷ avec } a = 2x \text{ et } b = 3$$

Exemple : Factoriser  $E = 16x^2 - 8x + 1$ .

$$E = 16x^2 - 8x + 1$$

$$E = (\sqrt{16x})^2 - 8x + (\sqrt{1})^2$$

$$E = (4x)^2 - 8x + 1^2$$

$$E = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 \quad \leftarrow \text{le double-produit est bon!}$$

$$E = (4x - 1)^2$$

■ **EXERCICE :** Factoriser  $F = 9 + 18x + 9x^2$ .

Solution :  $F = 9 + 18x + 9x^2 = (\sqrt{9})^2 + 18x + (\sqrt{9x})^2 = 3^2 + 18x + (3x)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 3x + (3x)^2 = (3 + 3x)^2$ .

Oral :  
8, 9 p. 30

En classe :  
-

À la maison :  
42 p. 32

Tableur : 86, 87 p. 35

# THALÈS

## I – Homothéties

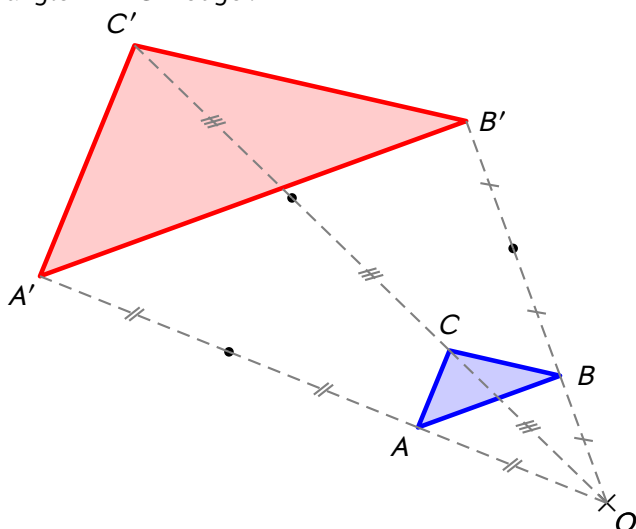
### 1. Définitions

#### Définition

Soit  $O$  un point nommé **centre** et  $k$  un nombre nommé **rapport**. Si  $A$  est un point, alors l'image de  $A$  par l'**homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$**  est :

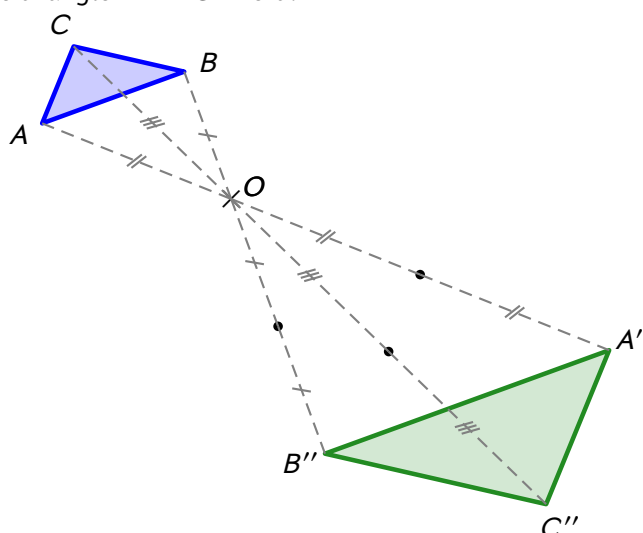
- le point  $A' \in [OA)$  tel que  $OA' = k OA$  si  $k > 0$ ,
- le point  $A' \in [AO)$  tel que  $OA' = -k OA$  si  $k < 0$ .

Exemple 1 (RAPPORT POSITIF) : On a d'abord tracé le triangle  $ABC$  bleu et choisi un point  $O$ , puis on a tracé son image par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport 3. On a ainsi obtenu le triangle  $A'B'C'$  rouge :



- Comme l'homothétie est de rapport  $> 0$ , la figure obtenue est « dans le même sens » que celle d'origine.
- Les distances  $OA$ ,  $OB$  et  $OC$  ont été multipliées par 3 pour obtenir les distances  $OA'$ ,  $OB'$  et  $OC'$ .

Exemple 2 (RAPPORT NÉGATIF) : Repartons du triangle  $ABC$  bleu et du point  $O$ , mais traçons cette fois-ci son image par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$ . On obtient alors le triangle  $A''B''C''$  vert :



- Comme l'homothétie est de rapport  $< 0$ , la figure obtenue est « dans le sens contraire » que celle d'origine.
- Les distances  $OA$ ,  $OB$  et  $OC$  ont été multipliées par 2 (en effet, la définition parle de  $-k = -(-2) = 2!$ ) pour obtenir les distances  $OA''$ ,  $OB''$  et  $OC''$ .

#### Définitions

- Si la valeur numérique du rapport est inférieure à 1, on obtient une **réduction** de la figure initiale.
  - Si elle est supérieure à 1, alors on obtient un **agrandissement** de la figure initiale.
- De plus, si le rapport vaut exactement  $-1$ , cela correspond à une symétrie centrale, vue en 5<sup>e</sup>.

Oral :  
4, 5, 6, 7 p. 160

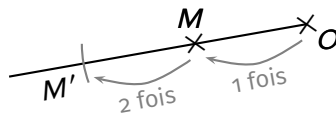
En classe :  
15a p. 161

À la maison :  
15b p. 161

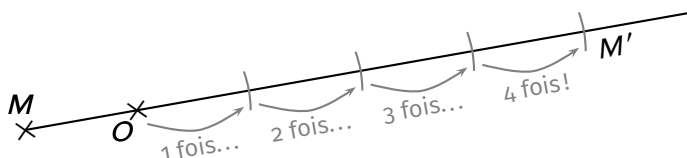
## 2. Constructions et propriétés

Lorsqu'on sait construire l'image d'un point par une homothétie quelconque, on sait construire l'image de n'importe quelle figure! On va partir de deux points  $M$  et  $O$  placés et on va construire l'image de  $M$  par l'homothétie de centre  $O$  :

**Rapport positif (par exemple 2) :** Puisque le rapport est positif, on trace  $[OM)$  puis on reporte la longueur  $OM$  2 fois (c'est le rapport) **à partir du point  $O$**  :



**Rapport négatif (par exemple -4) :** Puisque le rapport est négatif, on trace  $[MO)$  puis on reporte la longueur  $OM$  4 fois (c'est le "rapport"... ) **toujours à partir du point  $O$**  :



Pour l'ensemble des autres figures, une propriété est à connaître :

### Propriétés

- L'image d'une droite par une homothétie est une droite qui lui est parallèle.
- L'image d'un angle par une homothétie est un angle de même mesure.
- Une homothétie de rapport  $k$  multiplie toutes les longueurs de la figure initiale par  $k$  (ou  $-k$  si le rapport est négatif).

Ainsi, si on trace l'image d'un segment  $[AB]$  de 5 cm par une homothétie de rapport 3, on obtiendra un segment de  $5 \times 3 = 15$  cm. De même si l'on trace l'image d'un cercle de centre  $M$  et de rayon 1 cm par une homothétie de rapport  $-4$ , on obtiendra un cercle de centre  $M'$  et de rayon  $1 \times 4 = 4$  cm !  
Par conséquent, toutes les longueurs sont proportionnelles à celles de la figure initiale.

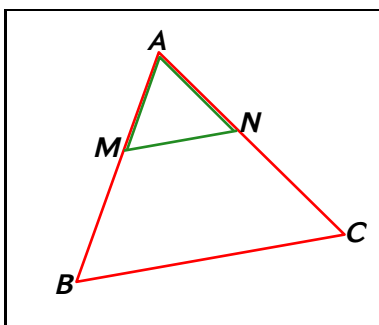
Oral :

En classe :

À la maison :  
17 p. 261

### ATTENTION !!!

Il se peut très bien que l'un des points d'une figure soit le centre de l'homothétie : si on doit tracer l'image d'un triangle  $ABC$  par l'homothétie de centre  $A$ , alors l'image  $A'$  du point  $A$  sera au même endroit que le point  $A$  lui-même... Ce sera en particulier le cas pour nos configurations de Thalès :



Le triangle vert est l'image du triangle rouge par l'homothétie de centre  $A$  et de rapport (environ)  $0,42$ .

## Définition

Deux triangles qui ont des côtés proportionnels (c'est toujours le cas dans une configuration de Thalès) sont appelés des triangles semblables.

Une autre propriété est du coup assez naturelle et essentielle à connaître :

## Propriété

Si l'on multiplie/divise toutes les longueurs d'une figure ou d'un solide par un nombre  $k$  :

- les aires sont multipliées/divisées par  $k^2$ ,
- les volumes sont multipliés/divisés par  $k^3$ ,
- les mesures d'angles ne changent pas.

Ainsi, si un grand triangle  $A'B'C'$  est obtenu en multipliant les longueurs d'un petit triangle  $ABC$  par  $k$ , alors  $\mathcal{P}_{A'B'C'} = k \mathcal{P}_{ABC}$ ,  $\mathcal{A}_{A'B'C'} = k^2 \mathcal{A}_{ABC}$ , mais aussi  $\widehat{A'} = \widehat{A}$ ,  $\widehat{B'} = \widehat{B}$  et  $\widehat{C'} = \widehat{C}$  !

Oral :  
p. 192

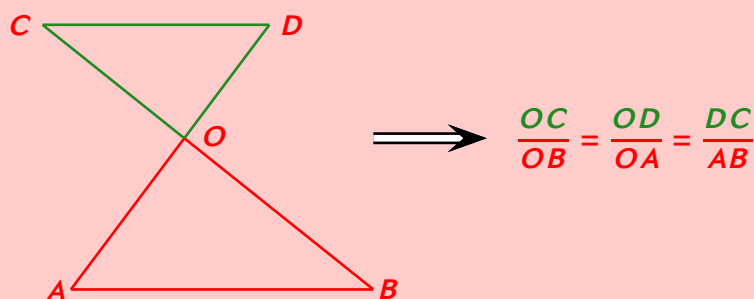
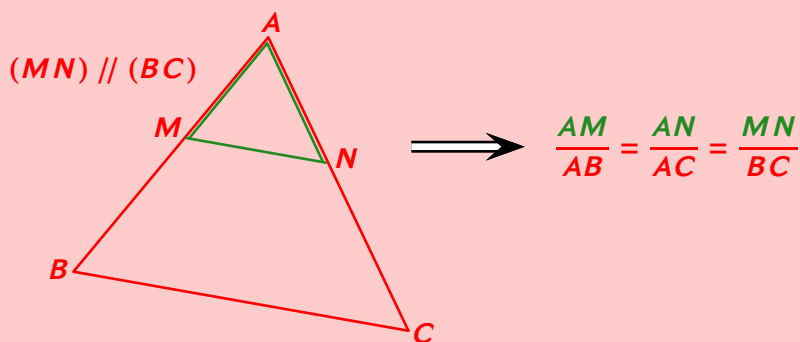
En classe :  
2 p. 191 + 15, 19 p. 193 + 26 p. 194

À la maison :  
3 p. 191 + 16, 17, 18 p. 193 + 27, 28, 30, 32 p. 194

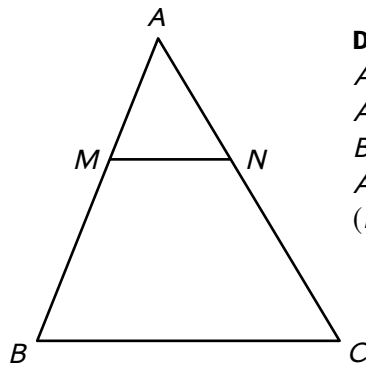
## II – Calculer une longueur

### Théorème de Thalès

Si  $(BM)$  et  $(CM)$  sont deux droites sécantes en  $A$  et si  $(BC) \parallel (MN)$  alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$  :



Exemple :



**Données :**  
 $AB = 12 \text{ cm}$   
 $AC = 10 \text{ cm}$   
 $BC = 9 \text{ cm}$   
 $AN = 4 \text{ cm}$   
 $(MN) \parallel (BC)$

Calculer  $AM$ .

Réponse :

D :  $ABCMN$  est une configuration de Thalès avec  $(MN) \parallel (BC)$

P : Donc d'après le théorème de Thalès on a :


C : 
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{AM}{12} = \frac{4}{10} = \frac{MN}{9}$$
 ← On remplace avec les valeurs connues

$$\frac{AM}{12} = \frac{4}{10}$$
 ← On garde le quotient complet et celui où se trouve la longueur à calculer

$$AM = \frac{12 \times 4}{10}$$
 ← On calcule grâce à un produit en croix

$$AM = \frac{24}{5}$$
 ← On écrit ce que la calculatrice affiche (valeur exacte)

$$AM = 4,8 \text{ cm}$$
 ← On appuie sur  pour avoir une valeur décimale

On écrit le DPC du théorème de Thalès

■ EXERCICE :

**Données**

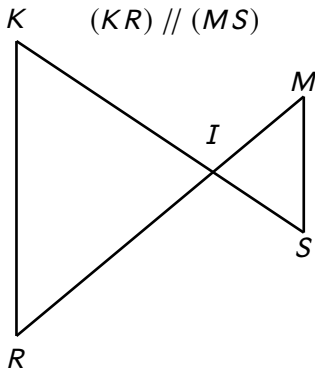
$KI = 5,5 \text{ cm}$

$RI = 6 \text{ cm}$

$KR = 6,5 \text{ cm}$

$MS = 4 \text{ cm}$

$(KR) \parallel (MS)$



Solution : D :  $KRIMS$  est une configuration de Thalès telle que  $(KR) \parallel (MS)$

P : Donc d'après le théorème de Thalès on a :

C : 
$$\frac{IK}{IS} = \frac{IR}{IM} = \frac{KR}{MS}$$

$$\frac{5,5}{IS} = \frac{6}{IM} = \frac{6,5}{4}$$

$$\frac{6}{IM} = \frac{6,5}{4}$$

$$IM = \frac{6 \times 4}{6,5}$$

$$IM = \frac{42}{13}$$

$$IM \approx 3,7 \text{ cm}$$

Calculer  $IM$  (arrondir au dixième).

Oral :  
8, 12, 13, 14 p. 160

En classe :  
2a p. 159 + 18b, 20 p. 161 + 29 p. 162

À la maison :  
3a p. 159 + 19b, 21, 22 p. 161 + 31 p. 162 + 33 p. 163

### III – Montrer que deux droites sont parallèles



#### Réciproque du théorème de Thalès

Si une configuration vérifie les points suivants :

- Les points  $A, M, B$  et  $A, N, C$  sont alignés dans le même ordre,
- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ,

alors dans cette configuration les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

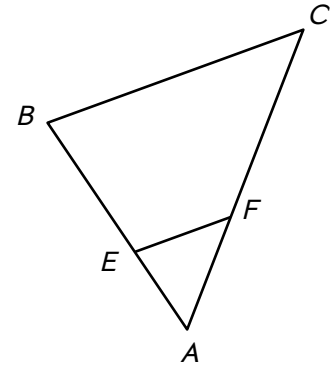
Exemple :

Sur la figure ci-contre on a :

- $AE = 1,2 \text{ cm}$
- $AB = 4,8 \text{ cm}$
- $AC = 7,2 \text{ cm}$
- $AF = 1,8 \text{ cm}$

Montrer que les droites  $(EF)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

Réponse :



L'égalité à tester est  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$  : ← On écrit l'égalité de Thalès

On calcule les rapports de l'égalité de Thalès (hors parallèles)  $\left\{ \begin{array}{l} * \frac{AE}{AB} = \frac{1,2}{4,8} = \frac{1}{4} \\ * \frac{AF}{AC} = \frac{1,8}{7,2} = \frac{1}{4} \end{array} \right.$  ← On remplace avec les valeurs et on simplifie avec la calculatrice

Donc l'égalité est vraie. ← Les quotients sont égaux, donc l'égalité est vraie

**D** : • Les points  $A, E, B$  et  $A, F, C$  sont alignés dans le même ordre.  
 $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$   
 Le D contient 2 points : "l'alignement dans le même ordre" et l'égalité

**P** : Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,

**C** : Les droites  $(EF)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

#### ■ EXERCICE :

Voici une figure. Démontrer que les droites  $(DU)$  et  $(NY)$  sont parallèles.

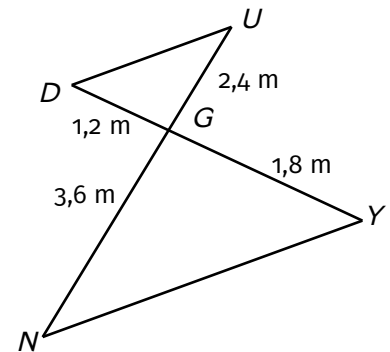
**Solution** : On calcule séparément chaque quotient :  $\frac{DG}{GY} = \frac{1,2}{1,8} = \frac{2}{3}$  et  $\frac{GU}{GN} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{2}{3}$ . Donc l'égalité est vraie.

**D** : • Les points  $U, G, N$  et  $D, G, Y$  sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{GU}{GN} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{2}{3}$$

**P** : Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,

**C** : Les droites  $(DU)$  et  $(NY)$  sont parallèles.



Oral :

–

En classe :

40 p. 163 + 42b p. 164

À la maison :

41a, 43 p. 164

## IV – Montrer que deux droites ne sont pas parallèles



### Contraposée du théorème de Thalès

Si une configuration vérifie les points suivants :

- Les points  $A, M, B$  et  $A, N, C$  sont alignés dans le même ordre,

- $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ ,

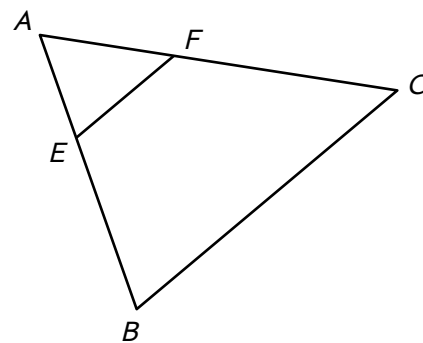
alors dans cette configuration les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  ne sont pas parallèles.

Exemple :

Sur la figure ci-contre on a :

- $AB = 1,4 \text{ cm}$
- $AE = 0,4 \text{ cm}$
- $AC = 2,5 \text{ cm}$
- $AF = 0,5 \text{ cm}$

Les droites  $(EF)$  et  $(BC)$  sont-elles parallèles ?



Réponse : On calcule séparément chaque quotient :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{0,4}{1,4} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{0,5}{2,5} = \frac{1}{5}$$

Donc l'égalité est fautive.  $\longleftarrow$  On écrit que l'égalité n'est pas vérifiée

D : • Les points  $A, E, B$  et  $A, F, C$  sont alignés dans cet ordre.

- $\frac{AE}{AB} \neq \frac{AF}{AC}$   $\longleftarrow$  Dans le D la seule différence avec le paragraphe II est l'égalité non vérifiée

P : Donc d'après la **contraposée** du théorème de Thalès on a :  $\longleftarrow$  C'est la contraposée qu'on utilise ici

C : Les droites  $(EF)$  et  $(BC)$  ne sont pas parallèles.

Oral :

–

En classe :

42a p. 164

À la maison :

41b, 44 p. 164

Tâche complexe : 61 p. 167 + 85, 86 p. 171

# NOTIONS DE FONCTION

## I – Représentations d'une fonction

### Définition

Une **fonction** est un procédé qui transforme un nombre en un autre nombre :

nombre quelconque  $\longrightarrow$  **fonction**  $\longrightarrow$  un unique nombre

Une fonction peut être représentée de différentes manières : *une expression, un tableau ou une courbe.*

Exemples :

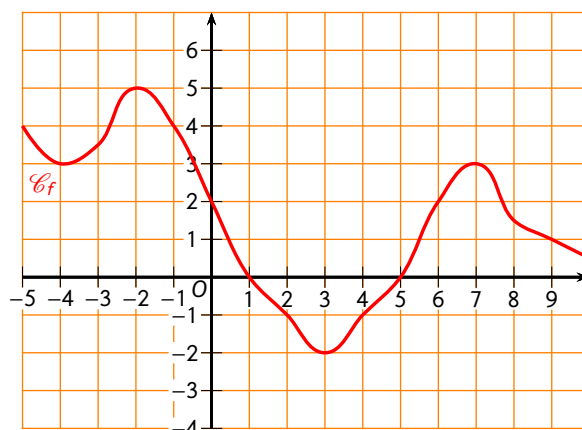
Fonctions définies par une expression :

- $f(x) = 5x^2 + 3x + 9$
- $g(x) = 9x - \sqrt{2}$
- $h(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{7}$

Fonction définie par un tableau :

$x$	-4	-2	0	1	2	10
$f(x)$	9	5	1	0	-3	1

Fonction définie par une courbe :



### Notation

Il existe deux notations possibles pour une fonction définie par une expression :

$f(x) = 3x^2 + 5x + 6$  peut également se noter  $f : x \mapsto 3x^2 + 5x + 6$ .

Le nombre mis "dans la machine" (donc  $x$  s'appelle l'antécédent, et le nombre qui ressort (ici  $3x^2 + 5x + 6$ ) est appelé image de  $x$ .

Oral :  
4, 5, 6 p. 86

En classe :  
14 p. 87

À la maison :  
15, 16, 17, 18 p. 87

## II – Calcul/lecture d'images

### Définition

L'image d'un nombre  $x$  par une fonction est le nombre qui ressort de la fonction après avoir mis le nombre  $x$  à l'intérieur (voir le schéma ci-dessus).

L'image d'un nombre est unique!

# 1. Fonctions définies par un tableau



## Méthode (LIRE UNE IMAGE DANS UN TABLEAU)

Puisqu'on demande de déterminer l'image d'un nombre, ce nombre est forcément un antécédent. Par conséquent :

1. On cherche ce nombre sur la ligne des antécédents : ligne des  $x$ .
2. L'image recherchée se lit dans la même colonne que le nombre, à la ligne des images : ligne des  $f(x)$ . Le plus souvent, c'est la case juste en-dessous...

Exemple : On considère la fonction  $h$  définie par :

$x$	-10	-6	-5	-2	-0,5	0	1	2	7	8	10	12,5
$h(x)$	7	-1	-8	-5	0	5	7	1,5	-5	7	11	12,5

Question : déterminer l'image de 8 par  $h$ .

Réponse :

$x$	-10	-6	-5	-2	-0,5	0	1	2	7	8	10	12,5
$h(x)$	7	-1	-8	-5	0	5	7	1,5	-5	7	11	12,5

On cherche quand  $x$  vaut 8

L'image est la valeur correspondante

L'image de 8 par  $h$  est 7.

# 2. Fonctions définies par une courbe

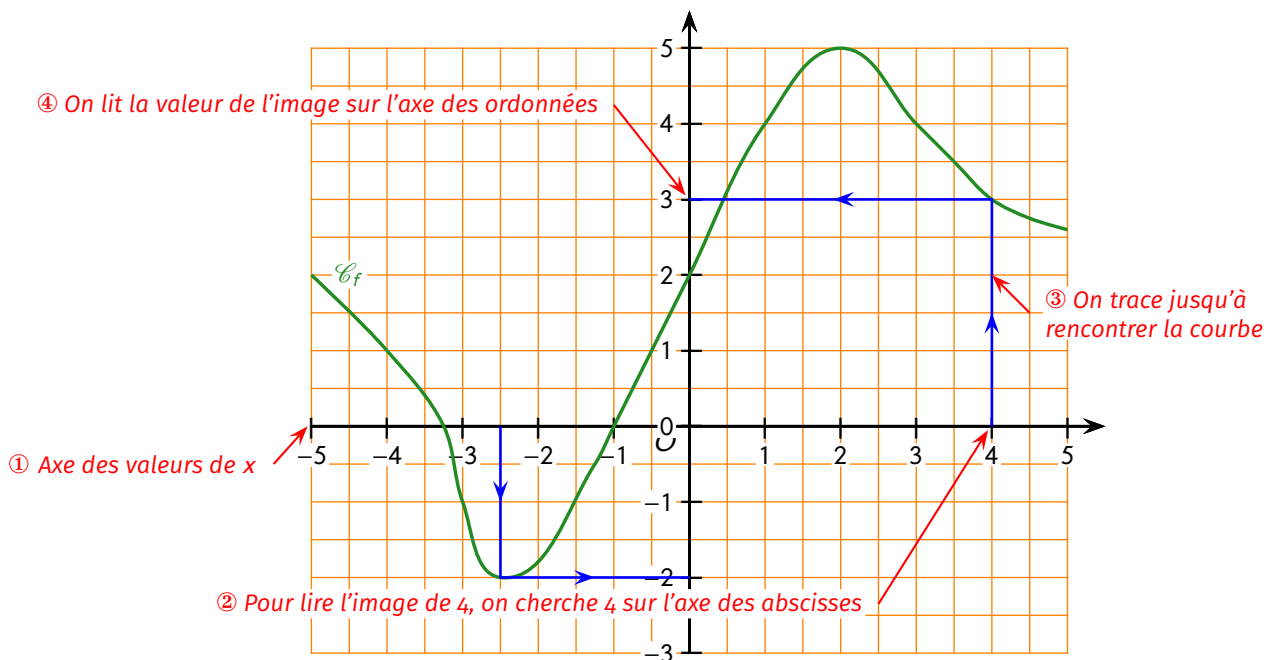


## Méthode (LIRE GRAPHIQUEMENT UNE IMAGE)

Puisqu'on demande de déterminer l'image d'un nombre, ce nombre est forcément un antécédent. Par conséquent :

1. On cherche ce nombre sur l'axe des antécédents (abscisses).
2. On trace un trait qui monte/descend jusqu'à rencontrer la courbe en un point.
3. On projette ce point sur l'axe des ordonnées où l'on lit la valeur recherchée de l'image.

Exemple : On considère la fonction  $f$  définie par la courbe suivante, déterminer l'image de 4, puis 2,5 par  $f$ .



Par lecture graphique, on détermine donc que l'image de 4 par  $f$  est 3, et que l'image de -2,5 par  $f$  est -2.

Oral :  
7 p. 86

En classe :  
2ab, 3a p. 85 + 30ab p. 89

À la maison :  
24 (1.2.), 25a, 26 (1.2a) p. 88 + 31a, 32 (1ab.2) p. 89

### 3. Fonctions définies par une expression



#### Méthode (CALCULER UNE IMAGE)

Puisqu'on demande de déterminer l'image d'un nombre, ce nombre est forcément un antécédent. Par conséquent, il suffit de remplacer  $x$  par ce nombre dans l'expression de la fonction et de calculer (substitution).

Exemple 1 : Question : calculer l'image de 5 par la fonction  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ .

Réponse :

$$f(5) = 3 \times 5^2 - 2 \times 5 + 1 = 66.$$

L'image de 5 par  $f$  revient à calculer  $f(5)$  On remplace  $x$  par 5 dans l'expression de  $f$

L'image de 5 par  $f$  est 66.

Exemple 2 : Question : calculer l'image de  $-2$  par la fonction  $g : x \mapsto x^2 - 7$ .

Réponse :  $g(-2) = (-2)^2 - 7 = -3$ . Donc l'image de  $-2$  par  $g$  est  $-3$ .

Oral :

–

En classe :

34, 39 p. 89 + 41ab p. 90

À la maison :

33, 40 p. 89 + 42, 43a p. 90

### III – Calcul/lecture d'antécédents



#### Définition

Le ou les **antécédent(s)** d'un nombre  $y$  par une fonction sont donc les nombres qui, mis à l'intérieur de la machine, permettent d'obtenir  $y$  comme résultat à la sortie.

Un nombre peut donc admettre 0, 1 ou plusieurs antécédents...

### 1. Fonctions définies par un tableau



#### Méthode (LIRE UN ANTÉCÉDENT DANS UN TABLEAU)

Puisqu'on demande de déterminer l'antécédent d'un nombre, ce nombre est forcément une image. Par conséquent :

- On cherche ce nombre sur la ligne des images : ligne des  $f(x)$ . Il peut apparaître plusieurs fois : il y aura alors autant d'antécédents!
- Chaque antécédent recherché se lit dans la même colonne que le nombre, à la ligne des antécédents : ligne des  $x$ . Le plus souvent, c'est la case juste au-dessus...

Exemple : On considère la fonction  $h$  définie par

$x$	-10	-6	-5	-2	-0,5	0	1	2	7	8	10	12,5
$h(x)$	7	-1	-8	-5	0	5	7	1,5	-5	7	11	12,5

Question : déterminer les antécédents de 7 par  $h$ .

Réponse :

$x$	-10	-6	-5	-2	-0,5	0	1	2	7	8	10	12,5
$h(x)$	7	-1	-8	-5	0	5	7	1,5	-5	7	11	12,5

Les antécédents sont les valeurs de  $x$  associées à 7

Pour trouver l'antécédent de 7, on cherche quand la fonction vaut 7

Les antécédents de 7 par  $h$  sont  $-10$ ,  $1$  et  $8$ .

## 2. Fonctions définies par une courbe

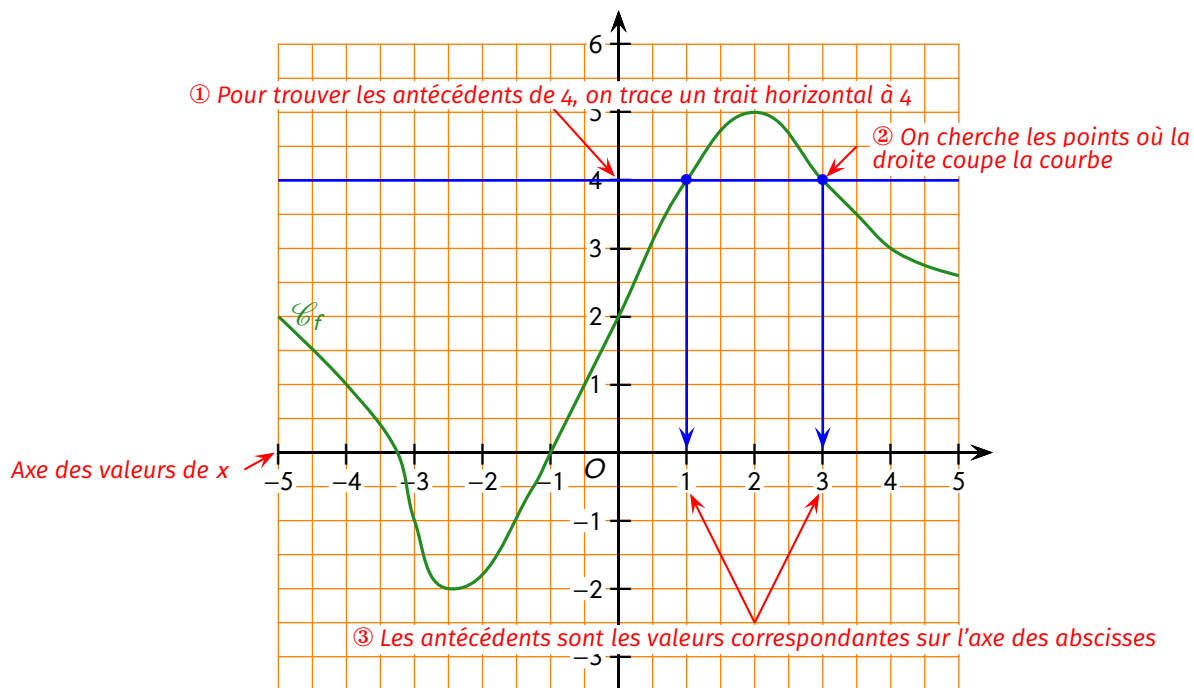


### Méthode (LIRE GRAPHIQUEMENT UN ANTÉCÉDENT)

Puisqu'on demande de déterminer l'antécédent d'un nombre, ce nombre est forcément une image. Par conséquent :

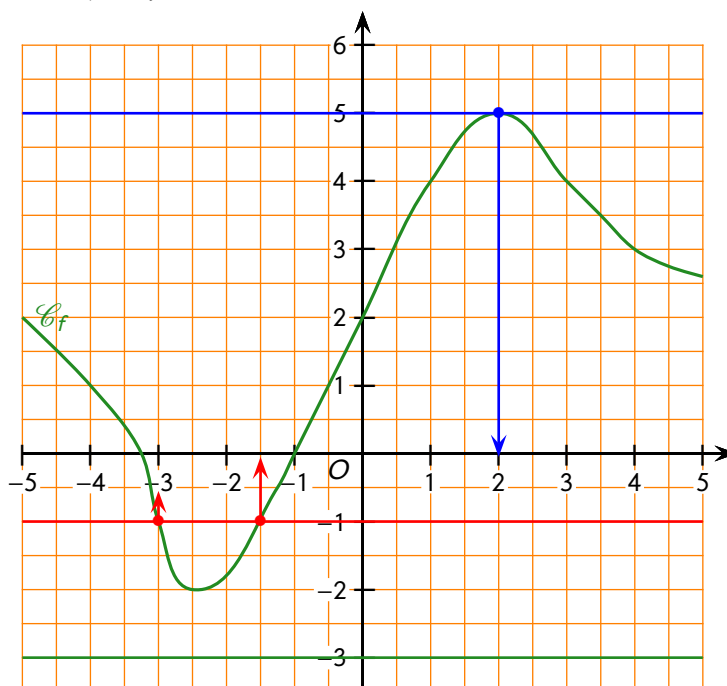
1. On cherche ce nombre sur l'axe des images (ordonnées).
2. On trace un trait horizontal qui traverse tout le graphique.
3. On marque chaque point d'intersection avec la courbe, s'ils existent (il peut en effet y en avoir 0, 1 mais aussi plusieurs).
4. On projette chaque point d'intersection sur l'axe des abscisses où l'on lit la valeur recherchée de l'antécédent. Il y a autant d'antécédents que de points d'intersection.

Exemple 1 : On considère la fonction  $f$  définie par la courbe suivante, on cherche les antécédents de 4 par  $f$ .



Les antécédents de 4 par  $f$  sont 1 et 3.

Exemple 2 : On considère la fonction  $f$  définie par la courbe suivante :



Questions :

Réponses :

- Déterminer l'antécédent de 5 par  $f$ . ..... L'antécédent de 5 par  $f$  est 2 (traits bleus).
- Déterminer les antécédents de  $-1$  par  $f$ . ..... Les antécédents de  $-1$  par  $f$  sont  $-3$  et  $-1, 5$  (traits rouge).
- Déterminer les antécédents de  $-3$  par  $f$ . .....  $-3$  n'a pas d'antécédent par  $f$  (trait vert).

Oral :  
8, 9 p. 86

En classe :  
24 (3.4) p. 88 + 28 p. 88 + 44, 45 p. 90

À la maison :  
25b, 26 (2b) p. 89 + 30c, 31 bcd, 32c p. 89 + 46 p. 90

### 3. Fonctions définies par une expression



#### Méthode (CALCULER LES ANTÉCÉDENTS D'UN NOMBRE)

Trouver les antécédents d'un nombre  $y$  revient à trouver les valeurs de  $x$  (antécédents) pour lesquelles la fonction vaut  $y$  (image). Il s'agit donc de résoudre l'équation «  $f(x) = y$  ».

Exemple 1 :

Question : déterminer l'antécédent de 21 par  $f(x) = 4x + 1$

Réponse :

On cherche  $x$  tel que :

$$\begin{array}{l}
 f(x) = 21 \\
 4x + 1 = 21 \\
 4x + 1 = 21 \\
 4x = 20 \\
 \frac{4x}{4} = \frac{20}{4} \\
 x = 5
 \end{array}$$

On remplace  $f(x)$  par son expression

Chercher l'antécédent de 21 revient à chercher quand la fonction vaut 21

On résout l'équation

L'antécédent de 21 par la fonction  $f$  est 5.

Exemple 2 :

Question : déterminer l'antécédent de 7 par  $g : x \mapsto 2x + 4$

Réponse :

On cherche  $x$  tel que :

$$\begin{array}{l}
 g(x) = 7 \\
 2x + 4 = 7 \\
 2x + 4 = 7 \\
 2x = 3 \\
 \frac{2x}{2} = \frac{3}{2} \\
 x = 1,5
 \end{array}$$

L'antécédent de 7 par la fonction  $g$  est 1,5.

Oral :  
10, 11, 12, 13 p. 86

En classe :  
35 p. 89

À la maison :  
36, 37bcd, 38c p. 89

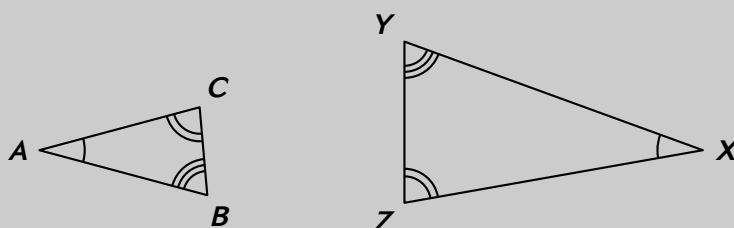
Tableur : p. 91 / Tâche complexe : p. 97

# TRIANGLES SEMBLABLES

## I – Angles

### Définition

Deux triangles sont **semblables** si les mesures de leurs angles sont deux à deux égales :



$$\begin{aligned}\widehat{BAC} &= \widehat{YXZ} \\ \widehat{ACB} &= \widehat{XZY} \\ \widehat{ABC} &= \widehat{XYZ}\end{aligned}$$

De plus, lorsque deux triangles sont semblables,

- ◇ on appelle **angles homologues** deux angles de même mesure (par ex.  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{YXZ}$  sont homologues).
- ◇ on appelle **sommets homologues** les sommets de deux angles homologues (par ex. les sommets  $A$  et  $X$  sont homologues).
- ◇ on appelle **côtés homologues** les côtés en face de deux angles homologues (par ex. les côtés  $AB$  et  $XY$  sont homologues).

Oral :  
4 p. 192

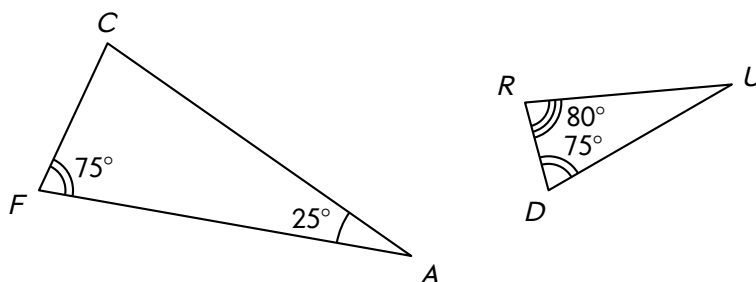
En classe :  
15 p. 193

À la maison :  
–

### Propriété

Si deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesure, alors ils sont semblables.

■ **EXERCICE** : Montrer que les deux triangles ci-dessous sont semblables.



**Solution** : D : Puisque la somme des angles d'un triangle vaut  $180^\circ$ , on a :

$$\widehat{C} = 180^\circ - (75^\circ + 25^\circ) = 80^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{U} = 180^\circ - (75^\circ + 80^\circ) = 25^\circ.$$

P : Si deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesure, alors ils sont semblables.

C : Les triangles  $FAC$  et  $DUR$  sont semblables.

Oral :  
5, 6, 7, 8, 13 p. 192

En classe :  
17 p. 193

À la maison :  
18, 19, 20, 21 p. 192

## II – Mesures



### Propriété

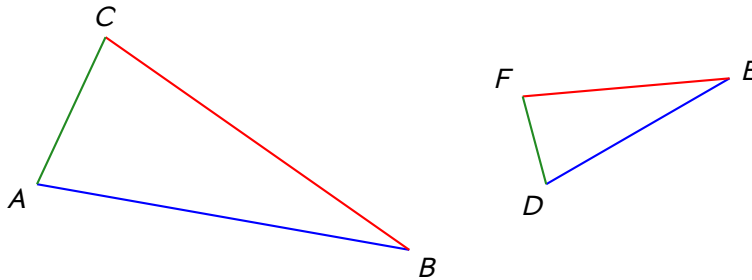
Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés homologues sont proportionnelles deux à deux.



### Remarque

C'est une conséquence directe du théorème de Thalès car si deux triangles sont homologues, on peut déplacer le plus petit des deux pour le placer "à l'intérieur" du grand et ainsi créer une configuration de Thalès.

Exemple : Voici deux triangles semblables dont les côtés homologues ont été repassés en couleurs :



Les côtés  $[AB]$ ,  $[BC]$  et  $[AC]$  du grand triangle sont homologues aux côtés  $[DE]$ ,  $[EF]$  et  $[DF]$  du petit triangle, donc la propriété nous permet d'écrire que

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}.$$

Oral :  
9, 14 p. 192

En classe :  
34 p. 195

À la maison :  
30, 32 p. 194 + 41, 43 p. 195

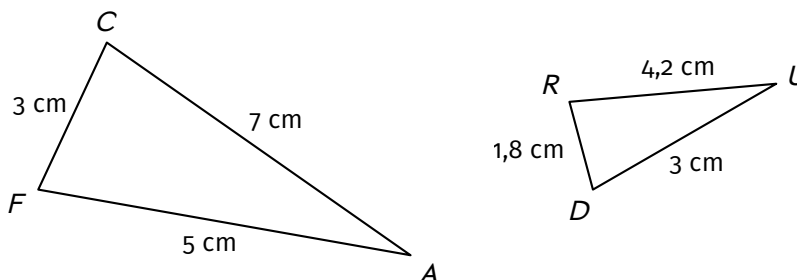
Cette propriété fonctionne aussi en sens inverse :



### Propriété

Si les longueurs de côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles, alors ils sont semblables.

■ **EXERCICE :** On donne les deux triangles ci-dessous. Montrer qu'ils sont semblables.



Solution : Si les triangles étaient semblables, les côtés homologues seraient  $[FC]$  et  $[RD]$  (les petits),  $[FA]$  et  $[DU]$  (les moyens),  $[AC]$  et  $[RU]$  (les grands). On a :

$$\frac{FC}{RD} = \frac{3}{1,8} = \frac{5}{3} ; \quad \frac{FA}{DU} = \frac{5}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AC}{RU} = \frac{7}{4,2} = \frac{5}{3}.$$

Les quotients sont égaux, donc les triangles sont semblables.

Oral :

–

En classe :  
28 p. 194

À la maison :  
24 p. 194 + 39 p. 195





### Méthode (CALCUL DES EFFECTIFS CUMULÉS CROISSANTS)

Les **Effectifs Cumulés Croissants (ECC)** permettent de savoir directement où se trouve une valeur dans une liste ordonnée, et s'obtiennent en additionnant les effectifs les uns après les autres :

Montant (en €)	10	15	20	25
Effectifs	4	7	9	3
Effectifs cumulés croissants	4	11	20	23

on retrouve ici l'effectif total

Exemple : On considère la série statistique suivante :

Pointure	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Effectif	15	18	26	32	49	52	41	19	7
ECC	15	33	59	91	140	192	233	252	259

Questions :

Réponses :

1. Quel est l'effectif total de cette série? ..... 259
2. Quelle est la 5<sup>e</sup> pointure de cette série? ..... 38
3. Quelle est la 33<sup>e</sup> pointure de cette série? ..... 39
4. Quelle est la 90<sup>e</sup> pointure de cette série? ..... 40
5. Quelle est la 93<sup>e</sup> pointure de cette série? ..... 41

## II – Paramètres statistiques

### 1. Moyenne



#### Définition

La **moyenne** d'une série statistique est la grandeur qu'aurait chacun des membres de l'ensemble s'ils étaient tous identiques sans changer la dimension globale de l'ensemble. Pour la calculer, on utilise la formule :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

La moyenne est généralement notée  $\bar{m}$ .



#### Méthode (CALCULER UNE MOYENNE)

On veut calculer la moyenne de la série :

Valeur	14	17	20	23	25
Effectif	2	5	11	10	6

On calcule l'effectif total :  $2 + 5 + 11 + 10 + 6 = 34$  ← On commence par calculer l'effectif total

La moyenne de cette série est :

$$\bar{m} = \frac{14 \times 2 + 17 \times 5 + 20 \times 11 + 23 \times 10 + 25 \times 6}{34} = \frac{713}{34} \approx 20,97.$$

On calcule l'addition des : "valeur × effectif associé"

Effectif total → 34

On calcule une valeur décimale approchée

Oral :  
4 p. 61

En classe :  
-

À la maison :  
13 p. 62

## 2. Étendue

### Définition

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre les valeurs extrêmes (= la plus grande – la plus petite).

Exemple : On considère la série statistique : 15 - 12 - 18 - 19 - 18 - 18 - 15 - 14 - 16 - 12 - 15 - 16

Question : Calculer l'étendue de cette série.

Réponse : L'étendue de cette série est :  $19 - 12 = 7$ .

Oral :  
5 p. 61

En classe :  
–

À la maison :  
–

## 3. Quartiles

### Définition

Le **premier quartile** d'une série, noté  $Q_1$ , est la plus petite valeur de la série pour laquelle au moins un quart des valeurs de la série sont inférieures ou égales à  $Q_1$ .

Le **troisième quartile** d'une série, noté  $Q_3$ , est la plus petite valeur de la série pour laquelle au moins trois quarts des valeurs de la série sont inférieures ou égales à  $Q_3$ .

### Méthode (DÉTERMINER LES QUARTILES D'UNE SÉRIE SOUS FORME DE TABLEAU)

On commence par calculer les ECC :

Valeur	14	17	20	23	26	29
Effectif	7	8	11	12	9	5
ECC	7	15	26	38	47	52

Premier quartile :

$$\frac{1}{4} \times 52 = 13 \rightarrow 13^{\text{ème}} \text{ valeur, donc } Q_1 = 17 \leftarrow \text{On calcule } \frac{1}{4} \times \text{effectif total...}$$

Troisième quartile :

$$\frac{3}{4} \times 52 = 39 \rightarrow 39^{\text{ème}} \text{ valeur, donc } Q_3 = 26 \leftarrow \text{On calcule } \frac{3}{4} \times \text{effectif total...}$$

## 4. Médiane

### Définition

On appelle **médiane** d'une série statistique *ordonnée* un nombre qui sépare la série en deux groupes de même effectif.

La médiane d'une série statistique est une valeur telle que 50 % de l'effectif est en-dessous et 50 % au-dessus.



### Méthode (DÉTERMINER LA MÉDIANE D'UNE SÉRIE SOUS FORME DE TABLEAU (EFFECTIF TOTAL PAIR))

1. On commence par calculer les ECC :

Valeur	14	17	20	23	26	29
Effectif	7	8	11	12	9	5
ECC	7	15	26	38	47	52

2. On calcule la valeur correspondant à la médiane :

Il y a 52 valeurs et  $52 \div 2 = 26$  donc  $52 = 26 + 26$ , on cherche alors un nombre *entre* la 26<sup>e</sup> et la 27<sup>e</sup> valeurs (que l'on trouve à l'aide des ECC). Dans notre cas, ces valeurs sont 20 et 23.

3. On calcule la médiane (**demi-somme des deux valeurs**) :

$$Me = \frac{20 + 23}{2} = 21,5.$$



### Méthode (DÉTERMINER LA MÉDIANE D'UNE SÉRIE SOUS FORME DE TABLEAU (EFFECTIF TOTAL IMPAIR))

1. On commence par calculer les ECC :

Valeur	100	101	102	103	104	105	106
Effectif	7	11	16	20	18	15	8
ECC	7	18	34	54	72	87	95

2. On calcule la valeur correspondant à la médiane :

Il y a 95 valeurs et  $95 \div 2 = 47,5$  donc  $95 = 47 + 1 + 47$ , on cherche alors la 48<sup>e</sup> valeur qui sera la médiane. Dans notre cas, c'est 103; donc  $Me = 103$ .



### ATTENTION !!!

⚡ La médiane n'est pas forcément l'une des valeurs de la série statistique, alors que les quartiles le sont toujours.

Oral :  
6, 7, 8 p. 61

En classe :  
2 p. 60 + 14 p. 62

À la maison :  
3 p. 60 + 15, 16, 17 p. 63

# CALCUL LITTÉRAL (PARTIE 2)

## I – Équations « produit »

### « Règle du produit nul »

|  $a$  et  $b$  sont des nombres ou des expressions. Si  $ab = 0$ , alors  $a = 0$  ou  $b = 0$ .

### Définition

| Une équation produit nul est une équation de la forme  $(ax + b)(cx + d) = 0$  dans laquelle  $a, b, c$  et  $d$  des nombres.

### Méthode (RÉSoudre UNE Équation PRODUIT NUL)

On veut résoudre l'équation  $(4x + 8)(3x - 21) = 0$ .

D'après la règle du produit nul, on doit résoudre : ← On cite la règle du produit nul

$4x + 8 = 0$  ou  $3x - 21 = 0$  ← On écrit les deux équations à résoudre

$4x + 8 = 0$	ou	$3x - 21 = 0$	) On résout <u>séparément</u> les deux équations
$4x + 8 = 0$		$3x - 21 = 0$	
$4x + 8 - 8 = 0 - 8$		$3x - 21 + 21 = 0 + 21$	
$4x = -8$		$3x = 21$	
$\frac{4x}{4} = \frac{-8}{4}$		$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$	
$x = -2$		$x = 7$	

Donc  $\mathcal{S} = \{-2; 7\}$  ← On n'oublie pas l'ensemble des solutions (généralement il y en a deux)

Exemple 1 : On souhaite résoudre l'équation  $(10x + 4)(6x - 18) = 0$

Réponse : D'après la règle du produit nul, on doit résoudre :  $10x + 4 = 0$  ou  $6x - 18 = 0$

$10x + 4 = 0$	ou	$6x - 18 = 0$	) On résout <u>séparément</u> les deux équations
$10x + 4 - 4 = 0 - 4$		$6x - 18 + 18 = 0 + 18$	
$10x = -4$		$6x = 18$	
$\frac{10x}{10} = \frac{-4}{10} = -0,4$		$\frac{6x}{6} = \frac{18}{6} = 3$	

Donc  $\mathcal{S} = \{-0,4; 3\}$ .

Exemple 2 : On souhaite résoudre l'équation  $13x(2x + 1) = 0$

Réponse : D'après la règle du produit nul, on doit résoudre :  $13x = 0$  ou  $2x + 1 = 0$

$13x = 0$	ou	$2x + 1 = 0$	) On résout <u>séparément</u> les deux équations
$\frac{13x}{13} = \frac{0}{13}$		$2x + 1 - 1 = 0 - 1$	
$x = 0$		$2x = -1$	
		$\frac{2x}{2} = \frac{-1}{2} = -0,5$	

Donc  $\mathcal{S} = \{-0,5; 0\}$ .

### ⚠ ATTENTION !!!

ξ Dans l'ensemble solution, on écrit toujours les nombres dans l'ordre croissant!

Oral :  
14, 21 p. 30

En classe :  
56 p. 33 + 2 p. 29

À la maison :  
57, 58, 59 p. 33 + 3, 4 p. 29

## II – Équations carrées



### Propriété

L'équation  $x^2 = a$ , où  $a$  un nombre *positif* admet exactement deux solutions :  $\sqrt{a}$  et  $-\sqrt{a}$ .

Exemple (1) : On souhaite résoudre l'équation  $x^2 = 49$

Réponse :

$x^2 = 49$  est une équation carrée : ses solutions sont  $x = \sqrt{49} = 7$  ou  $x = -\sqrt{49} = -7$ .

Donc  $\mathcal{S} = \{-7; 7\}$ .

Exemple (2) : On souhaite résoudre l'équation  $x^2 = 2$

Réponse :

$x^2 = 2$  est une équation carrée : ses solutions sont  $x = \sqrt{2}$  ou  $x = -\sqrt{2}$ .

Donc  $\mathcal{S} = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$ .

Exemple (3) : On souhaite résoudre l'équation  $x^2 = \frac{3}{4}$

Réponse :

$x^2 = \frac{3}{4}$  est une équation carrée : ses solutions sont  $x = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ou  $x = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Donc  $\mathcal{S} = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ .



### Propriété

Une équation carré de la forme  $x^2 = a$ , où  $a$  est un nombre admet :

- exactement deux solutions lorsque  $a > 0$ ,
- exactement une solution lorsque  $a = 0$ ,
- aucune solution lorsque  $a < 0$ .

## III – Équations plus compliquées

### 1. Équations du premier degré



#### Méthode (RÉSOUTRE UNE ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ)

1. S'il y a des parenthèses, on les élimine (par exemple en développant).
2. S'il y a des membres de la famille des  $x$  à droite, on les réduit en un seul, puis on applique le « principe de la balance » (avec + ou -) pour l'annuler (et le faire apparaître à gauche).
3. S'il y a des membres de la famille des nombres à gauche, on les réduit en un seul, puis on applique le « principe de la balance » (avec + ou -) pour l'annuler (et le faire apparaître à droite).
4. Il ne reste plus qu'une seule opération ( $\times$  ou  $\div$ ) que l'on simplifie en appliquant le « principe de la balance » (avec  $\times$  ou  $\div$ ).
5. On n'oublie pas d'écrire l'ensemble solution.

Exemple : On souhaite résoudre l'équation  $8(x + 2) = 6x - 8$ .

$$\begin{array}{lcl}
 8 \times x + 8 \times 2 & = & 6x - 8 \quad \text{① On développe} \\
 8x + 16 - 6x & = & 6x - 8 - 6x \quad \text{② On ne veut que des nombres à droite du =} \\
 2x + 16 & = & -8 \\
 2x + 16 - 16 & = & -8 - 16 \quad \text{On doit faire disparaître le +3 à gauche} \\
 2x & = & -24 \\
 \frac{2x}{2} & = & \frac{-24}{2} \quad \text{On doit faire disparaître le 2 devant le x à gauche} \\
 x & = & -12
 \end{array}$$

Donc  $\mathcal{S} = \{-12\}$ .

■ **EXERCICE :** Résoudre l'équation  $7x - 13 = 10x - 9$ .

Solution :

$$\begin{array}{lcl}
 7x - 13 & = & 10x - 9 \\
 7x - 13 - 10x & = & 10x - 9 - 10x \\
 -3x - 13 & = & -9 \\
 -3x - 13 + 13 & = & -9 + 13 \\
 -3x & = & 4 \\
 \frac{-3x}{-3} & = & \frac{4}{-3} \\
 x & = & -\frac{4}{3}
 \end{array}$$

Donc  $\mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{3}\right\}$ .

Oral :  
13 p. 30

En classe :  
43, 46, 48 p. 32 + 54 p. 33

À la maison :  
44, 45, 47, 49, 50 p. 32 + 55 p. 33

## 2. Quand la méthode ne fonctionne pas

Souvent, pour résoudre certaines équations, il faut se ramener à un type d'équation qu'on sait résoudre. Pour cela il faut utiliser les outils suivants : réduction, développement ou factorisation.

Exemple 1 : On souhaite résoudre l'équation  $(8x - 5)^2 - 49 = 0$ .

Réponse :

$$\begin{array}{lcl}
 (8x - 5)^2 - 49 & = & 0 \\
 (8x - 5)^2 - 7^2 & = & 0 \quad \leftarrow \text{On fait apparaître l'IR } n^{\circ} 3 \\
 ((8x - 5) - 7)((8x - 5) + 7) & = & 0 \quad \leftarrow \text{On factorise} \\
 (8x - 5 - 7)(8x - 5 + 7) & = & 0 \\
 (8x - 12)(8x + 2) & = & 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 8x - 12 & = & 0 \\
 8x - 12 + 12 & = & 0 + 12 \\
 \frac{8x}{8} & = & \frac{12}{8} \\
 x & = & \frac{3}{2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 8x + 2 & = & 0 \\
 8x + 2 - 2 & = & 0 - 2 \\
 \frac{8x}{8} & = & \frac{-2}{8} \\
 x & = & -\frac{1}{4}
 \end{array}$$

D'après la règle du produit nul, on doit résoudre :

Donc  $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$ .

Exemple 2 : On souhaite résoudre l'équation  $(4x + 3)^2 = 16x^2 + 5x - 1$

Réponse :

$$\begin{aligned}(4x + 3)^2 &= 16x^2 + 5x - 1 \\(4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2 &= 16x^2 + 5x - 1 \quad \leftarrow \text{On développe avec l'IR ①} \\16x^2 + 24x + 9 &= 16x^2 + 5x - 1 \\16x^2 + 24x + 9 - 16x^2 &= 16x^2 + 5x - 1 - 16x^2 \\24x + 9 &= 5x - 1 \\24x + 9 - 5x &= 5x - 1 - 5x \\19x + 9 &= -1 \\19x + 9 - 9 &= -1 - 9 \\19x &= -10 \\ \frac{19x}{19} &= \frac{-10}{19} \\x &= -\frac{10}{19}\end{aligned}$$

Donc  $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{10}{19} \right\}$ .

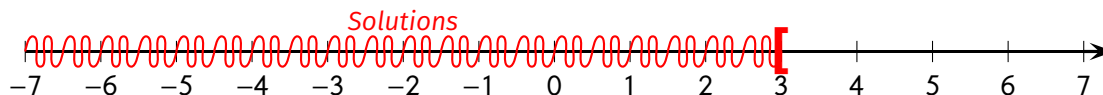
Oral : -	En classe : 60 p. 33	À la maison : 61, 62 p. 33
-------------	-------------------------	-------------------------------

## IV – Inéquations

### 1. Inégalité et représentation graphique

Exemple 1 : Représenter l'ensemble des nombres  $x$  qui vérifient  $x < 3$

Réponse :

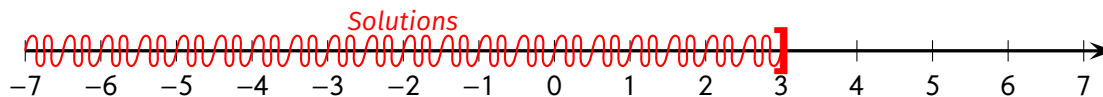


#### Remarque

Le crochet n'est pas "tourné" vers les solutions car  $x$  ne peut pas être égal à 3 (symbole  $<$ ).

Exemple 2 : Représenter l'ensemble des nombres  $x$  qui vérifient  $x \leq 3$

Réponse :

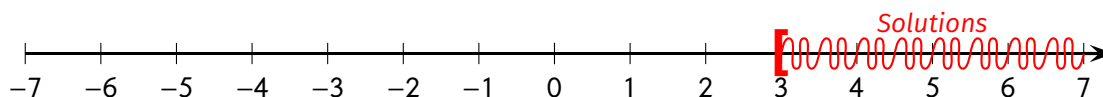


#### Remarque

Le crochet est cette fois "tourné" vers les solutions car  $x$  peut être égal à 3 (symbole  $\leq$ ).

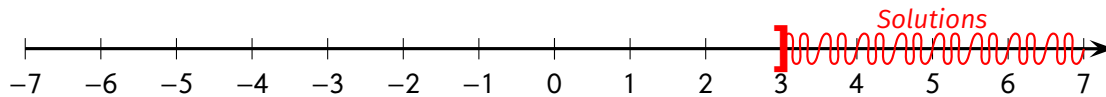
Exemple 3 : Représenter l'ensemble des nombres  $x$  qui vérifient  $x \geq 3$

Réponse :



Exemple 4 : Représenter l'ensemble des nombres  $x$  qui vérifient  $x > 3$

Réponse :



Oral :

—

En classe :

—

À la maison :

65 p. 33

## 2. Résoudre une inéquation



### Méthode (RÉSoudre UNE INÉQUATION)

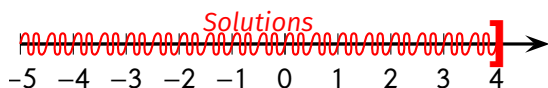
On utilise la même méthode que pour les équations avec deux différences :

- On change le sens de l'inégalité quand on divise (ou multiplie) par un nombre négatif à l'étape 4.
- On représente les solutions sur une droite graduée.

Le plus simple pour bien comprendre est de voir plusieurs exemples :

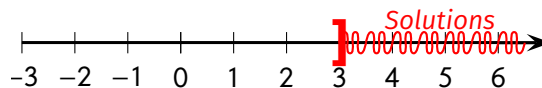
Exemple 1 : On veut résoudre :  $x + 5 \leq 9$  :

$$\begin{aligned} x + 5 &\leq 9 \\ x + 5 - 5 &\leq 9 - 5 \\ x &\leq 4 \end{aligned}$$



Exemple 2 : On veut résoudre :  $x - 5 > -2$  :

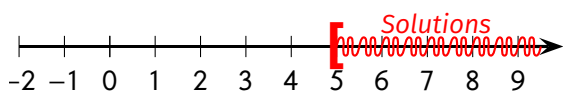
$$\begin{aligned} x - 5 &> -2 \\ x - 5 + 5 &> -2 + 5 \\ x &> 3 \end{aligned}$$



Exemple 3 : On veut résoudre  $4x \geq 20$  :

$$\begin{aligned} 4x &\geq 20 \\ \frac{4x}{4} &\geq \frac{20}{4} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{On ne change pas le sens de l'inégalité} \\ \text{car on divise par un nombre positif} \end{array} \right\}$$

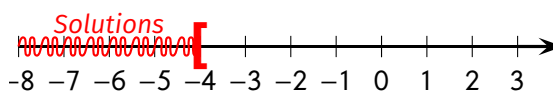
$$x \geq 5$$



Exemple 4 : On veut résoudre  $-2x > 8$  :

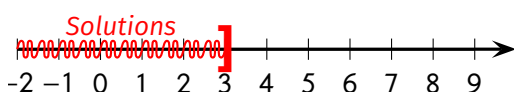
$$\begin{aligned} -2x &> 8 \\ \frac{-2x}{-2} &< \frac{8}{-2} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{On change le sens de l'inégalité car} \\ \text{on divise par un nombre négatif} \end{array} \right\}$$

$$x < -4$$



Exemple 5 : On veut résoudre  $10x - 4 \leq 26$  :

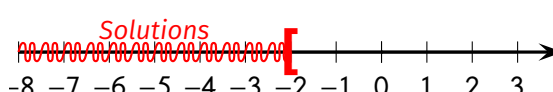
$$\begin{aligned} 10x - 4 + 4 &\leq 26 + 4 \\ 10x &\leq 30 \\ \frac{10x}{10} &\leq \frac{30}{10} \\ x &\leq 3 \end{aligned}$$



Exemple 6 : On veut résoudre  $-5x + 7 > 8$  :

$$\begin{aligned} -5x + 7 - 7 &> 17 - 7 \\ -5x &> 10 \\ \frac{-5x}{-5} &< \frac{10}{-5} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{On change le sens de l'inégalité car} \\ \text{on divise par un nombre négatif} \end{array} \right\}$$

$$x < -2$$



Oral :

15, 16, 17, 27 p. 30

En classe :

67, 70 p. 33

À la maison :

68, 69, 71 p. 33

## V – Résoudre des problèmes



### Méthode (RÉSOUTRE DES PROBLÈMES)

1. Choix de l'inconnue,
2. Mise en (in)équation,
3. Résolution de l'(in)équation,
4. Phrase de conclusion.

■ **EXERCICE :** Un vidéo-club propose deux formules de location de DVD :

- Formule A : abonnement d'un an pour 18 €, puis 3,5 € par DVD loué.
- Formule B : sans abonnement, 5 € par DVD loué.

À partir de combien de DVD loués dans l'année a-t-on intérêt à choisir la formule A ?

Solution :

- Choix de l'inconnue :  $x$  représente le nombre de DVD loués.
- Mise en inéquation :  
Montant d'un an d'abonnement avec la formule A :  $18 + 3,5x$   
Montant d'un an d'abonnement avec la formule B :  $5x$   
On cherche quand le montant de l'abonnement avec la formule A est avantageux, c'est-à-dire quand il coûte moins cher que l'abonnement avec la formule.  
On doit donc résoudre :  $18 + 3,5x \leq 5x$ .
- Résolution de l'inéquation :

$$\begin{aligned}18 + 3,5x &\leq 5x \\18 + 3,5x - 3,5x &\leq 5x - 3,5x \\18 &\leq 1,5x \\18 \div 1,5 &\leq 1,5x \div 1,5 \\12 &\leq x\end{aligned}$$

- Conclusion : On a intérêt à choisir l'abonnement A si on loue 12 DVD ou moins dans l'année (et donc l'abonnement B à partir de 13 DVD loués).

■ **EXERCICE :** Pendant la période estivale, un marchand de glaces a remarqué qu'il dépensait 75 € pour faire, en moyenne, 150 glaces.

Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre de glaces au minimum dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ?

Solution :

- On note  $x$  le nombre de glaces vendues dans la semaine.
- Mise en inéquation :  
Bénéfice de la semaine :  $2,5x - 75$   
On veut que ce bénéfice soit supérieur à 76 €, cela se traduit donc par l'inéquation :  $2,5x - 75 > 76$ .
- Résolution de l'inéquation :

$$\begin{aligned}2,5x - 75 &> 76 \\2,5x - 75 + 75 &> 76 + 75 \\2,5x &> 151 \\2,5x \div 2,5 &> 151 \div 2,5 \\x &> 60,4\end{aligned}$$

- Conclusion : le marchand devra vendre au moins 61 glaces pour faire un bénéfice supérieur à 76 € dans la semaine.

Oral :

–

En classe :

72 p. 33

À la maison :

74, 75 p. 34

Tâche complexe : 111 p. 38

# FONCTIONS LINÉAIRES & PROPORTIONNALITÉ

## I – Fonction linéaire

### 1. Définition

#### Définition

On appelle **fonction linéaire** toute fonction de la forme  $f(x) = ax$ , où  $a$  est un nombre connu.

Exemples : Les fonctions suivantes sont linéaires :

- $f(x) = 4x$  ; ici  $a = 4$ .
- $g : x \mapsto -6x$  ; ici  $a = -6$ .
- $h(x) = -2,7x$  ; ici  $a = -2,7$ .
- $i(x) = \frac{4}{2}x$  ; ici  $a = \frac{4}{2} = 2$ .
- $j(x) = \sqrt{5}x$  ; ici  $a = \sqrt{5} \approx 2,24$ .

Les fonctions suivantes ne sont pas linéaires, mais pourquoi ?

$$f(x) = 4x + 5 ; g(x) = \frac{3}{2}x + 1 ; h(x) = \sqrt{2}x + 5.$$

$f$  : à cause du  $+5$  ;  $g(x) = 1,5x + 1$  : à cause de  $+1$  ;  $h$  : à cause du  $\sqrt{2}$ .

#### Remarque

Les méthodes pour calculer une image ou un antécédent restent les mêmes (voir chapitre « Notions de fonction », page 24).

Oral :

11, 12 + 17, 18 p. 102

En classe :

22, 28, 33 p. 103

À la maison :

23, 24, 29, 30, 31 p. 103

#### Propriété

La représentation graphique de la fonction linéaire  $f(x) = ax$  est la droite d'équation  $y = ax$ .

#### Conséquence

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine.

Exemple : Dans le repère suivant, tracer la représentation graphique de la fonction  $f(x) = 2x$ .

Réponse :

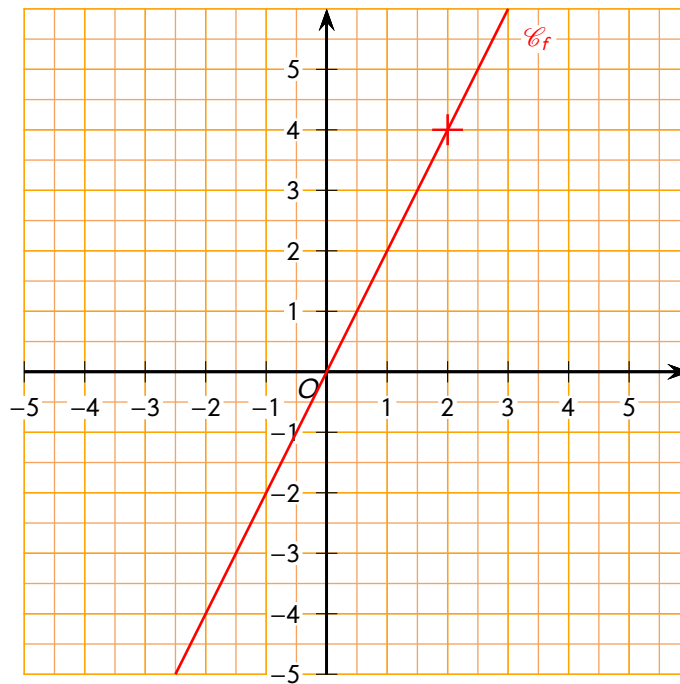
La fonction  $f$  est une fonction linéaire, sa représentation graphique est donc la droite d'équation  $y = 2x$  qui passe par l'origine.

Calcul des coordonnées d'un autre point : on choisit par exemple  $x = 2$  :

$$y = 2 \times 2$$

$$y = 4.$$

Le 2<sup>e</sup> point a donc pour coordonnées (2 ; 4).



Oral :  
16 + 20, 21 p. 102

En classe :  
2 p. 101 + 53 p. 105 + 57 p. 106

À la maison :  
3, 4, 5 p. 101 + 54, 55, 56 p. 105 + 58 p. 106

## 2. Déterminer l'expression d'une fonction linéaire

Exemple : Déterminer la fonction linéaire  $f$  qui vérifie  $f(5) = 6$ .

Réponse :

$f$  est une fonction linéaire, elle est donc de la forme  $f(x) = ax$ , où  $a$  est un nombre.

Calcul de  $a$  :

$$\begin{aligned} f(5) &= 6 \\ 5a &= 6 \\ \frac{5a}{5} &= \frac{6}{5} \\ a &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

Conclusion :  $f(x) = \frac{6}{5}x$ .

Oral :  
14 + 19 p. 102

En classe :  
34 p. 103

À la maison :  
35, 36, 37 p. 103

## II – Proportionnalité

### 1. Situations de proportionnalité



#### Définition

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Quand on achète des baguettes de pain, le prix payé au total est proportionnel au nombre de baguettes acheté :

Nombre de baguettes	2	5	12
Prix des baguettes (en €)	1,8	4,5	10,8

)  $\times 0,9$

Le coefficient de proportionnalité 0,9 correspond ici au prix d'une baguette.

### Propriété

On peut associer à toute situation de proportionnalité (de coefficient de proportionnalité  $p$ ) la fonction linéaire définie par  $f(x) = px$ . On dit alors que cette fonction linéaire modélise la situation de proportionnalité.

Exemple : Dans l'exemple précédent, l'achat des baguettes est associé à la fonction linéaire  $f(x) = 0,9x$ .

### Méthode (VÉRIFIER SI UN TABLEAU EST DE PROPORTIONNALITÉ)

Pour vérifier si un tableau représente une situation de proportionnalité, on calcule dans chaque colonne le quotient du premier nombre par le second :

- ◇ Si TOUS les quotients sont égaux, alors il s'agit d'une situation de proportionnalité.
- ◇ Si un ou plusieurs quotients sont différents, alors il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.

Exemples :

◇ 1<sup>er</sup> cas :

3	6	15
10	20	50

$$10 \div 3 = \frac{10}{3}$$

$$20 \div 6 = \frac{10}{3}$$

$$50 \div 15 = \frac{10}{3}$$

Pour chaque colonne, on calcule le coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre

On obtient trois fois le même nombre donc c'est un tableau de proportionnalité.

Le coefficient de proportionnalité est  $\frac{10}{3}$ .

◇ 2<sup>e</sup> cas :

5	10	12
35	70	96

$$35 \div 5 = 7$$

$$70 \div 10 = 7$$

$$96 \div 12 = 8$$

Pour chaque colonne, on calcule le coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre

Les coefficients ne sont pas les mêmes donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

Oral :  
8 p. 102

En classe :  
25 p. 103

À la maison :  
26, 27 p. 103

## 2. Situations problèmes

### Propriété

Pour compléter un tableau de proportionnalité, on utilise le « produit en croix ».

Exemple : Pour faire ses confitures, Elisabeth a acheté 4 kg de sucre pour 10 €. Calculer le prix de 7 kg de sucre.

Réponse :

1. On organise les données sous forme de tableau :

Quantité de sucre en kg	4	7
Prix en €	10	?

2. On utilise le produit en croix pour trouver la valeur manquante :  $\frac{10 \times 7}{4} = \frac{70}{4} = 17,5$ .

3. Conclusion : 7 kg de sucre coûteront donc 17,50 €.

■ **EXERCICE :** Avec 8 L de vernis, on peint 20 m<sup>2</sup> de bois.

Quelle surface peut-on couvrir avec un pot de 10 L ?

Solution :

1. On organise les données dans un tableau :

Quantité de vernis (en L)	8	10
Surface couverte (en m <sup>2</sup> )	20	?

2. On calcule la valeur manquante avec un produit en croix :  $\frac{20 \times 10}{8} = \frac{200}{8} = 25$ .

3. Conclusion : 10 L de vernis permettent de couvrir 25 m<sup>2</sup> de bois.

Oral :  
9, 13 p. 102

En classe :  
38, 41 p. 104

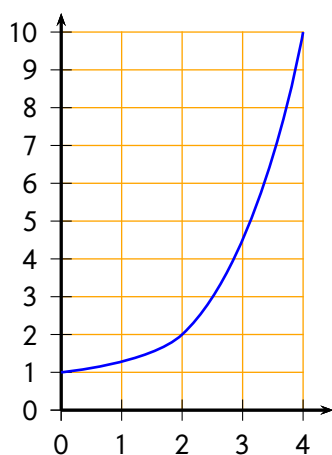
À la maison :  
39, 40, 42, 43, 44, 45 p. 104

### 3. Proportionnalité et représentations graphiques

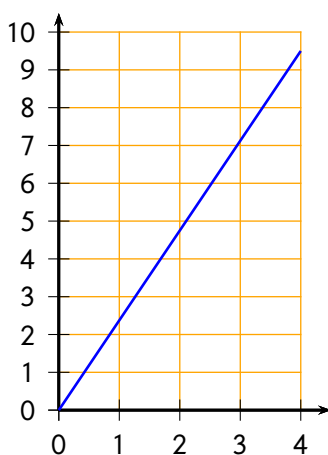
#### Propriété

- Si deux grandeurs sont proportionnelles, alors elles sont représentées par une droite passant par l'origine.
- Inversement, si des points sont alignés avec l'origine du repère, alors les deux grandeurs représentées sont proportionnelles.

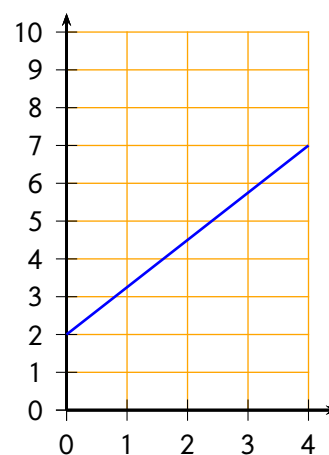
Exemples :



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car la courbe n'est pas une droite.



C'est une situation de proportionnalité car la courbe est une droite passant par l'origine.



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car la droite ne passe pas par l'origine.

Oral :  
15 p. 102

En classe :  
—

À la maison :  
—

### III – Grandeurs

#### 1. Grandeurs composées



##### Définition

Quand on effectue le produit de deux grandeurs, on obtient une **grandeur produit**.

Exemples :

**Aire :** L'aire d'un rectangle est donnée par la formule « longueur  $\times$  largeur », on multiplie donc des cm avec des cm, le résultat est en  $\text{cm}^2$ .

**Volume :** Le volume d'un solide est donné par la formule « aire de la base  $\times$  hauteur », on multiplie donc des  $\text{m}^2$  avec des m, le résultat est en  $\text{m}^3$ .

**Énergie électrique :** L'énergie électrique  $E$  consommée par un appareil de puissance  $P$  kilowatts (kW) pendant  $t$  heures est  $E = P \times t$ . Elle s'exprime donc en kW h.

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :

76 p. 252



##### Définition

Quand on effectue le quotient de de deux grandeurs, on obtient une **grandeur quotient**.

Exemples :

**Vitesse :** C'est la distance parcourue sur la durée du parcours. Elle s'exprime en km/h ou en m/s et s'obtient donc en divisant la distance du parcours par le temps de parcours (voir paragraphe suivant).

**Densité de population :** La densité de population est le nombre d'habitants sur une surface déterminée. Elle s'exprime en nombre d'habitants par  $\text{km}^2$ .

**Masse volumique :** La masse volumique est le quotient de la masse par le volume. Elle s'exprime en  $\text{g}/\text{m}^3$ , ou  $\text{kg}/\text{m}^3$ ...

**Débit d'un liquide :** Le débit est le quotient du volume par la durée. Il s'exprime en  $\text{m}^3/\text{s}$ .

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :

77 p. 252

#### 2. Vitesse moyenne



##### Propriété

Si  $D$  désigne la distance (en km) et  $T$  le temps de parcours (en h), alors la vitesse moyenne  $V$  (en km/h) est donnée par la formule :

$$V = \frac{D}{T}.$$



##### Remarques

- L'unité de vitesse dépend de celles de la distance et du temps : par exemple, si la distance est en m et le temps en s, alors la vitesse sera exprimée en m/s.
- Les méthodes et exemples ci-dessous s'appliquent aux autres grandeurs quotient : il suffit de changer les titres des lignes.



### Méthode (DÉTERMINER UNE VITESSE MOYENNE)

Richard a parcouru, en faisant du vélo, 52 km en 2h30.  
Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

1. On utilise un tableau de proportionnalité :

On écrit les données de l'énoncé en convertissant si besoin

Quand on veut le résultat en km/h, on exprime la distance en km

On exprime la durée en minute

2h30 correspond à 150 min

km/h signifie que la durée est de 1 h = 60 min

résultat correspondant à la vitesse en km/h

Distance (en km)	52	?
Durée (en min)	150	60

2. On calcule la valeur manquante :

$$\frac{52 \times 60}{150} = \frac{3120}{150} = 20,8.$$

3. Conclusion : Richard a roulé en moyenne à 20,8 km/h.



### Méthode (DÉTERMINER UNE DISTANCE OU UNE DURÉE)

Un véhicule a roulé à la vitesse moyenne de 66 km/h pendant 1h10.  
Quelle distance a-t-il parcouru ?

1. On utilise un tableau de proportionnalité :

On écrit les données de l'énoncé en convertissant si besoin

Quand on veut le résultat en km/h, on exprime la distance en km

On exprime la durée en minutes

66 km/h signifie 66km en 1h et 1h = 60 min

On cherche pour une durée de 1h10 = 70 min

résultat correspondant à la vitesse en km/h

Distance (en km)	66	?
Durée (en min)	60	70

2. On calcule la valeur manquante :

$$\frac{66 \times 70}{60} = \frac{4620}{60} = 77.$$

3. Conclusion : ce véhicule a parcouru 77 km.

Exemple : Un train roule à 280 km/h de moyenne sur une distance de 500 km. Combien de temps va durer ce trajet ?

Réponse :

Distance (en km)	280	500
Durée (en min)	60	?

$$\text{Calcul : } \frac{60 \times 500}{280} \approx 107.$$

Conclusion : le train va mettre 107 minutes, c'est à dire 1h47, pour parcourir les 500 km.

Oral :

-

En classe :

-

À la maison :  
78, 80 p. 252

### 3. Conversions

Exemple : Convertir 20 km/h en m/s :

Réponse :

- On convertit 20 km en mètre :  $20 \text{ km} = 20\,000 \text{ m}$  et on convertit 1 h en secondes :  $1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$ .
- On utilise un tableau de proportionnalité :

Distance (en m)	20 000	?
Durée (en s)	3 600	1

- On calcule à l'aide du produit en croix :  $\frac{20\,000 \times 1}{3\,600} \approx 5,6$ .
- Conclusion :  $20 \text{ km/h} = 5,6 \text{ m/s}$ .

■ **EXERCICE :** Convertir 10,4 m/s en km/h.

Solution :

- On convertit 10,4 m en km :  $10,4 \text{ m} = 0,0104 \text{ km}$  et on convertit 1 h en secondes :  $1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$ .
- On utilise un tableau de proportionnalité :

Distance (en km)?	0,0104	
Durée (en s)	1	3 600

- On calcule à l'aide du produit en croix :  $\frac{0,0104 \times 3\,600}{1} = 37,44$ .
- Conclusion :  $10,4 \text{ m/s} = 37,44 \text{ km/h}$ .

■ **EXERCICE :** Convertir 5 000 kg/m<sup>3</sup> en g/cm<sup>3</sup>.

Solution :

- On convertit 5 000 kg en g :  $5\,000 \text{ kg} = 5\,000\,000 \text{ g}$  et on convertit 1 m<sup>3</sup> en cm<sup>3</sup> :  $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ .
- On utilise un tableau de proportionnalité :

Masse (en g)	5 000 000	?
Volume (en cm <sup>3</sup> )	1 000 000	1

- On calcule à l'aide du produit en croix :  $\frac{5\,000\,000 \times 1}{1\,000\,000} = 5$ .
- Conclusion :  $5\,000 \text{ kg/m}^3 = 5 \text{ g/cm}^3$

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :

79 p. 252

Tâche complexe : 93 p. 113 / Problème ouvert : 84 p. 110

## GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

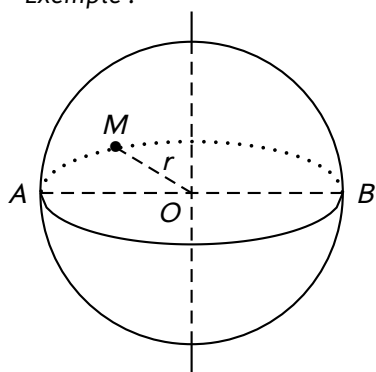
## I – Sphères et boules

## 1. Définitions

## Définitions

- On appelle sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$ , l'ensemble des points  $M$  de l'espace tels que  $OM = r$ .
- On appelle boule de centre  $O$  et de rayon  $r$ , l'ensemble des points  $M$  de l'espace tels que  $OM \leq r$ .

Exemple :



Les points  $A$ ,  $B$  et  $M$  appartiennent à la sphère ci-contre, on peut donc affirmer que  $OA = OB = r$

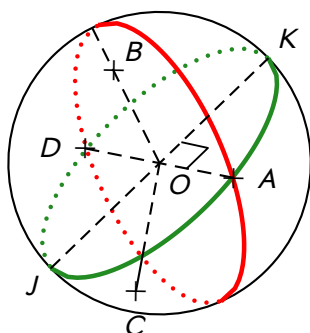
$[AB]$  est un diamètre de la sphère (il joint deux points de la sphère en passant par le centre)

Un cercle qui a pour diamètre un diamètre de la sphère est appelé grand cercle de la sphère. Le cercle en vert est un grand cercle de la sphère.

## Remarque

La sphère est l'enveloppe de la boule comme la peau d'une orange.

## ■ EXERCICE :



La figure ci-contre représente une sphère de centre  $O$  et de rayon 5 cm. Les cercles rouge et vert sont des grands cercles de cette sphère. Ces deux cercles se coupent en  $A$  et  $D$ .  $[JK]$  est un diamètre du cercle vert.

1. Quels points appartiennent à la sphère?
2. Que vaut  $OK$ ?  $OJ$ ?
3. Que vaut la longueur  $AD$ .
4. Calculer la longueur des grands cercles.

Solution :

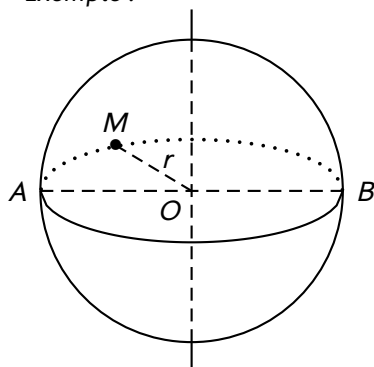
1. Les points  $A$  et  $D$  appartiennent aux grands cercles, donc ils appartiennent à la sphère.  $[JK]$  est un diamètre d'un des grands cercles, donc  $J$  et  $K$  appartiennent à la sphère. Conclusion : on peut affirmer que les points  $A$ ,  $D$ ,  $J$  et  $K$  appartiennent à la sphère.
2.  $J$  et  $K$  appartiennent à la sphère qui a pour centre  $O$  et rayon 5 cm, donc  $OJ = OK = 5$  cm.
3.  $A$  et  $D$  sont les points d'intersections de deux grands cercles de la sphère, donc  $[AD]$  est un diamètre de la sphère. Conclusion :  $AD = 2 \times 5 = 10$  cm.
4.  $AD = 10$  cm est le diamètre du grand cercle vert, donc  $\mathcal{P}_{\text{grand cercle}} = 2 \times \pi \times 5 = 10\pi \approx 31,4$  cm.

## 2. Aire et volume

### Volume d'une boule

Le **volume d'une boule** se calcule grâce à la formule :  $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$  où  $r$  est le rayon de la boule.

Exemple :



Question : calculer le volume de la boule ci-contre.

Réponse :

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \leftarrow \text{on applique la formule, ici le rayon vaut 5 cm}$$

$$V_{\text{boule}} = \frac{500}{3} \times \pi \text{ cm}^3 \leftarrow \text{calculer } 4 \times 5^3, \text{ au numérateur}$$

$$V_{\text{boule}} \approx 524 \text{ cm}^3 \leftarrow \text{on calcule la valeur approchée demandée}$$

**Donnée :**

Boule de rayon  $r = 5 \text{ cm}$ .

Oral :

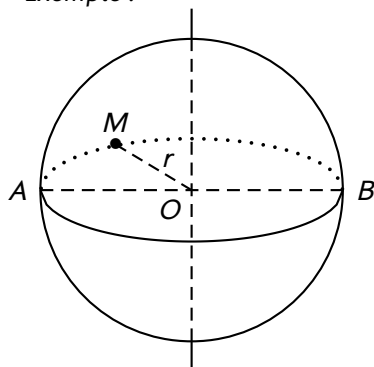
En classe :

À la maison :  
85 p. 253

### Aire de la sphère

L'**aire de la sphère** se calcule grâce à la formule :  $4 \times \pi \times r^2$  où  $r$  est le rayon de la sphère.

Exemple :



Question : calculer le volume de la boule ci-contre

Réponse :

$$A_{\text{sphère}} = 4 \times \pi \times 6^2 \leftarrow \text{on applique la formule, ici le rayon vaut 6 cm}$$

$$A_{\text{sphère}} = 248 \times \pi \text{ cm}^2 \leftarrow \text{on calcule } 4 \times 6^2$$

$$A_{\text{sphère}} \approx 452 \text{ cm}^2 \leftarrow \text{on calcule la valeur approchée demandée}$$

**Donnée :**

Boule de rayon  $r = 6 \text{ cm}$ .

## II – Rappels : autres volumes

### Formules

Volumes des solides sans pointe  
(prisme, pavé, cube ou cylindre) :

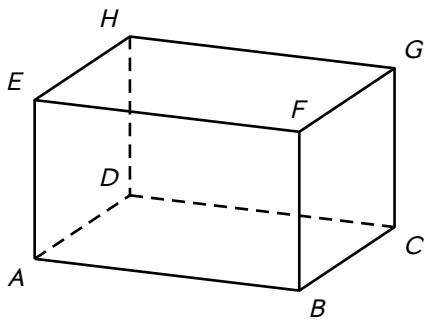
$$V = B \times h,$$

où  $B$  désigne l'aire de la base du solide et  $h$  sa hauteur.

Volumes des solides avec pointe  
(cône ou pyramide) :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h,$$

Exemple 1 :



$ABCDEFGH$  est un pavé tel que :  
 $AB = 8 \text{ cm}$ ;  $BC = 5 \text{ cm}$  et  $GC = 3 \text{ cm}$ .

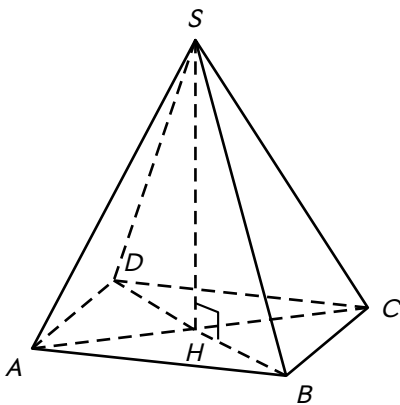
Aire de la base :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ABCD} &= 8 \times 5 \\ \mathcal{A}_{ABCD} &= 40 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Volume de  $ABCDEFGH$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{ABCDEFGH} &= 40 \times 3 \\ \mathcal{V}_{ABCDEFGH} &= 120 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Exemple 2 :



$SABCD$  est une pyramide à base rectangulaire  
 $ABCD$  telle que :

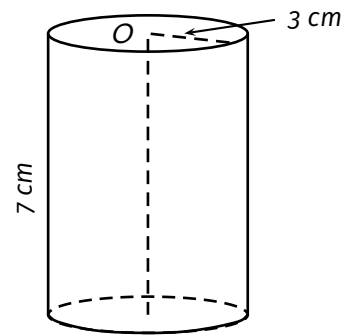
- $AB = 6 \text{ cm}$  et  $BC = 2,5 \text{ cm}$ ,
- $SH = 7 \text{ cm}$ .

Aire de la base :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ABCD} &= 6 \times 2,5 \\ \mathcal{A}_{ABCD} &= 15 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Volume de la pyramide :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{SABCD} &= \frac{1}{3} \times 15 \times 7 \\ \mathcal{V}_{SABCD} &= 35 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

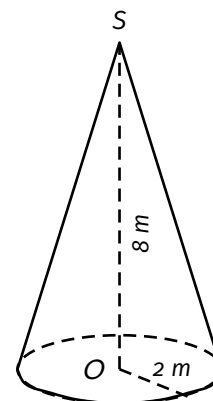


Aire du disque de base :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{base}} &= \pi \times 3 \times 3 \\ \mathcal{A}_{\text{base}} &= 9\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Volume du cylindre :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{\text{cylindre}} &= 9\pi \times 7 \\ \mathcal{V}_{\text{cylindre}} &= 63\pi \text{ cm}^3 \\ \mathcal{V}_{\text{cylindre}} &\approx 198 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



Aire du disque de base :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{base}} &= \pi \times 2 \times 2 \\ \mathcal{A}_{\text{base}} &= 4\pi \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Volume du cône :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{\text{cône}} &= \frac{1}{3} \times 4\pi \times 8 \\ \mathcal{V}_{\text{cône}} &= \frac{32}{3}\pi \text{ m}^3 \\ \mathcal{V}_{\text{cône}} &\approx 33,5 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Oral :

–

En classe :  
 80 p. 253

À la maison :  
 81, 82, 83, 84 p. 253

### III – Sections de solides

#### 1. Section d'une sphère

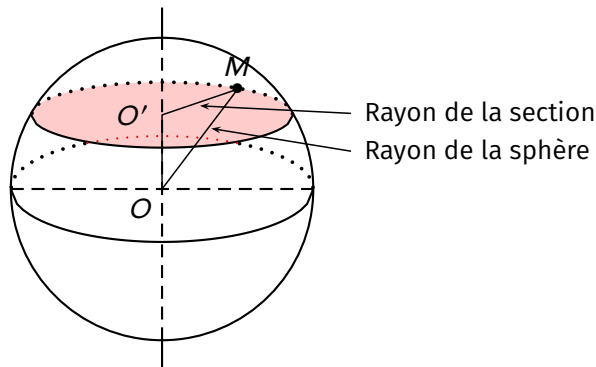
##### Définition

La section d'une sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  par un plan est un cercle de centre  $O'$  et de rayon  $r'$ .

##### Propriété

$(OO')$  est perpendiculaire au plan et  $0 \leq r' \leq r$

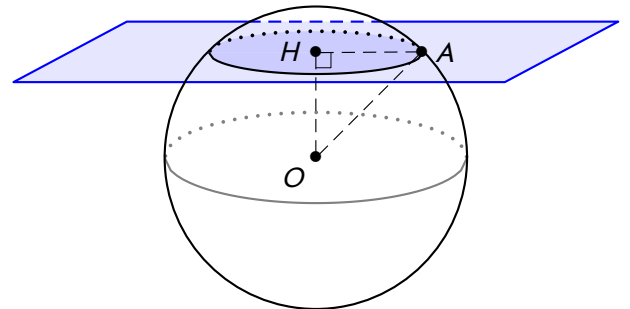
##### Illustration



##### Exemple :

La sphère ci-contre est de centre  $O$  et de rayon  $OA = 7$  cm. On coupe cette sphère par un plan à 4 cm de son centre, on note  $H$  le centre de la section obtenue.

1. Quelle est la nature de la section ?
2. Calculer le rayon  $HA$  de cette section.
3. Calculer l'aire de cette section.



##### Réponses :

1. La section d'une sphère par un plan est un cercle, donc la section de cette sphère est un cercle de centre  $H$  et de rayon  $[HA]$ .
2. D'après la propriété précédente,  $(OH)$  et  $(AH)$  sont perpendiculaires.  $OAH$  est un triangle rectangle en  $H$ , donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$OA^2 = OH^2 + HA^2$$

$$HA^2 = 7^2 - 4^2$$

$$HA^2 = 33$$

$$HA = \sqrt{33}$$

$$HA \approx 5,7 \text{ cm}$$

3.  $[HA]$  est un rayon de la section, on a donc :

$$\mathcal{A}_{\text{section}} = \pi \times 5,7^2$$

$$\mathcal{A}_{\text{section}} = 32,49\pi \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{\text{section}} \approx 102 \text{ cm}^2$$

Oral :  
8 p. 176

En classe :

À la maison :

## 2. Sections d'un pavé droit (ou d'un prisme)

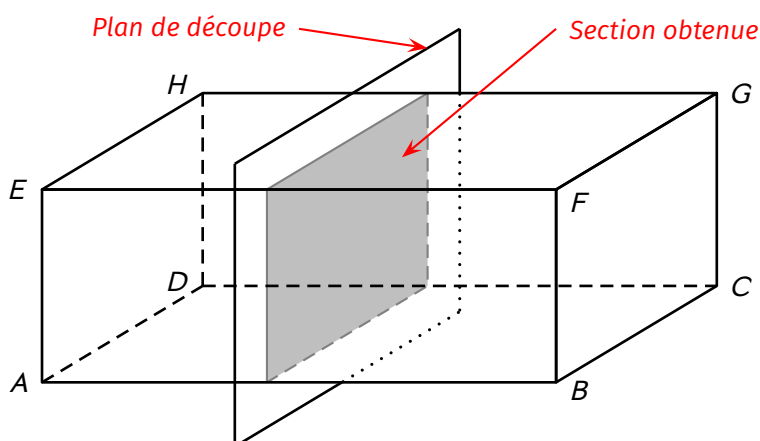
### Définitions (rappels)

- Un **pavé droit** (ou **parallélépipède rectangle**) est un solide dont les six faces sont des rectangles.
- Un **cube** est un solide dont les six faces sont des carrés.

### Propriété : section parallèle à une face (ou une base)

- ◊ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle. La section obtenue a donc les mêmes dimensions que cette face.
- ◊ La section d'un prisme droit par un plan parallèle à une base est de la même forme que la base, ainsi que la même dimension.

Exemple :

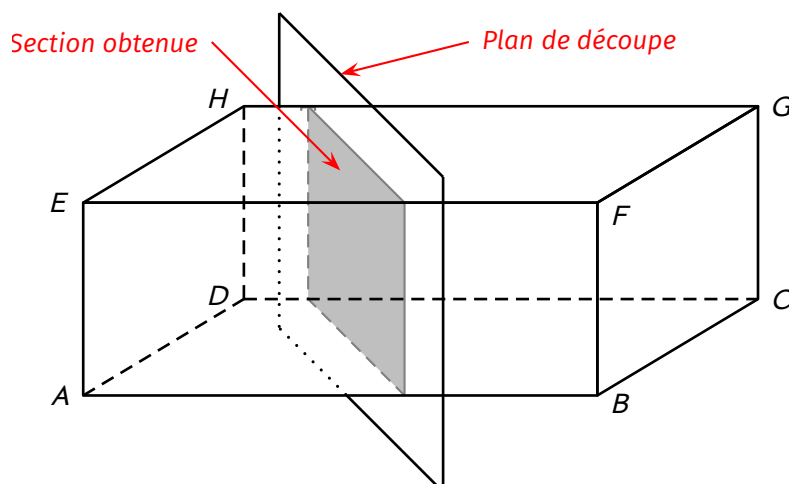


$ABCDEFGH$  est un pavé droit, donc la section par un plan parallèle à  $ADHE$  en grise est un rectangle de même dimension que  $ADHE$ .

### Propriété : section par un plan parallèle à une arête latérale

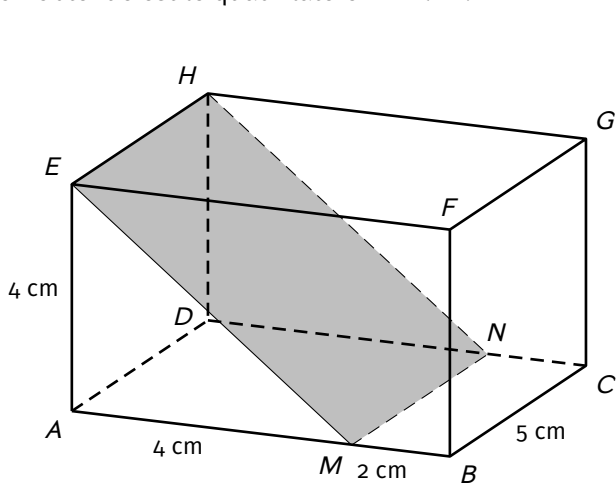
- ◊ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une de ses arêtes est un rectangle. Les dimensions de la section obtenue se calculent en général avec le théorème de Pythagore.
- ◊ La section d'un prisme droit par un plan parallèle à une de ses arêtes latérales est également un rectangle. Sauf cas particulier, on ne demandera pas de calculer ses dimensions...

Exemple :



$ABCDEFGH$  est un pavé droit, donc la section par un plan parallèle à  $[HD]$  en grise est un rectangle.

■ **EXERCICE** : Le parallélépipède rectangle  $ABCDEFGH$  ci-dessous a été coupé par un plan parallèle à l'arête  $[BC]$ . La section obtenue est le quadrilatère  $EHNM$ .



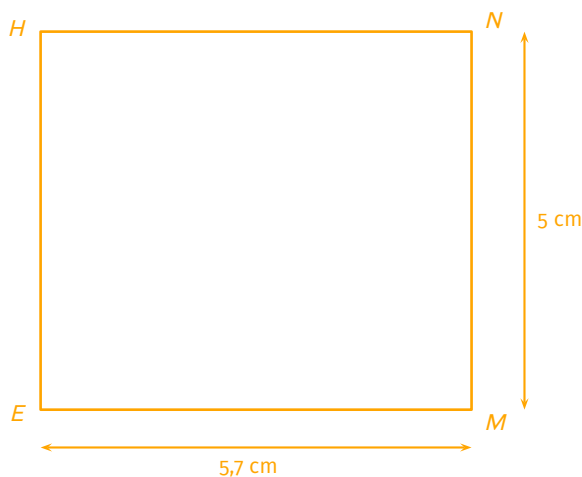
1. Quelle est la nature du quadrilatère  $EHNM$ ?
2. Calculer la longueur  $EM$ . Donner la valeur exacte et l'arrondi au mm.
3. Dessiner la section  $EHNM$  en vraie grandeur.
4. Calculer la volume du prisme droit  $BMEFCNHG$ .

Solution :

1.  $ABCDEFGH$  est un pavé droit et la section  $EHNM$  est obtenue après la coupe par un plan parallèle à  $[BC]$ , donc  $EHNM$  est un rectangle.
2.  $ABCDEFGH$  est un pavé droit et  $EHNM$  est la section obtenue par une coupe parallèle à  $[BC]$  donc  $EAM$  est un triangle rectangle en  $A$ .  
 D :  $EAM$  est un triangle rectangle en  $A$ .  
 P : Donc d'après le théorème de Pythagore, on a :  
 C :  $EM^2 = EA^2 + AM^2$   
 $EM^2 = 4^2 + 4^2$   
 $EM^2 = 32$   
 $EM = \sqrt{32}$   
 $EM \approx 5,7 \text{ cm}$

Conclusion :  $EM$  a pour valeur exacte  $\sqrt{32}$  cm et comme valeur approchée 5,7 cm.

3. Les questions précédentes et l'énoncé nous donnent :  $EMNH$  est un rectangle,  $EM \approx 5,7$  cm et  $EH = 5$  cm. La section en vraie grandeur est donc :



4. On commence par calculer l'aire de la base  $BMEF$  :

$$\mathcal{A}_{BMEF} = \mathcal{A}_{BAEF} - \mathcal{A}_{AME} = (4 + 2) \times 4 - \frac{4 \times 4}{2} = 24 - 8 = 16 \text{ cm}^2.$$

On a alors :

$$\mathcal{V}_{BMEFCNHG} = \mathcal{A}_{BMEF} \times BC = 16 \times 5 = 80 \text{ cm}^3.$$

Oral :  
6, 7, 9, 10, 12, 13 p. 176

En classe :  
19a, 20a, 26 p. 177 + 27, 29 p. 178

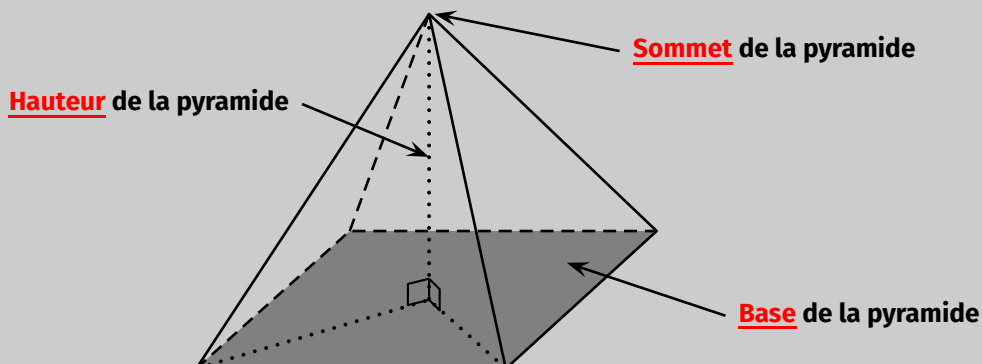
À la maison :  
19b, 20b p. 177 + 28, 30, 32 p. 178

## IV – Section d'une pyramide (ou d'un cône)

### Définitions

Une **pyramide** est un solide dont :

- une face, la base, est un polygone qui ne contient pas le sommet de la pyramide;
- les faces latérales sont des triangles qui ont un sommet commun : le sommet de la pyramide.

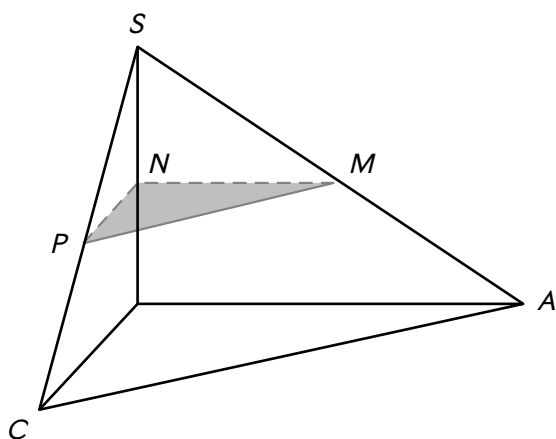


La **hauteur** est perpendiculaire à la base et passe par le sommet de la pyramide. Enfin, un **cône** (de révolution) est une sorte de pyramide dont la base est un disque (ce n'est pas un polygone, ce qui explique que le cône n'appartient pas à la famille des pyramides).

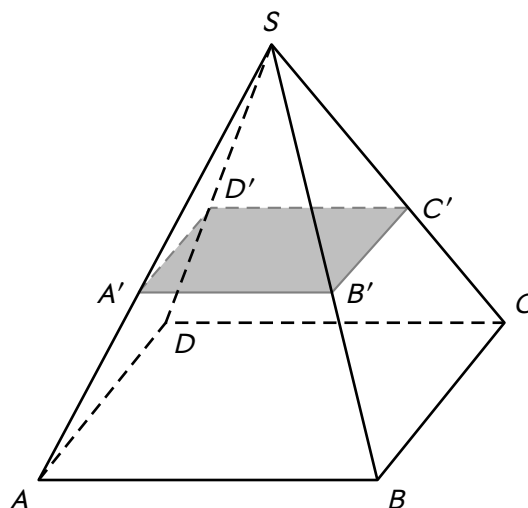
### Propriété

La section d'une pyramide (ou d'un cône) par un plan parallèle à la base est une figure de la même forme que la base. La section obtenue est une réduction de la base.

Exemples :



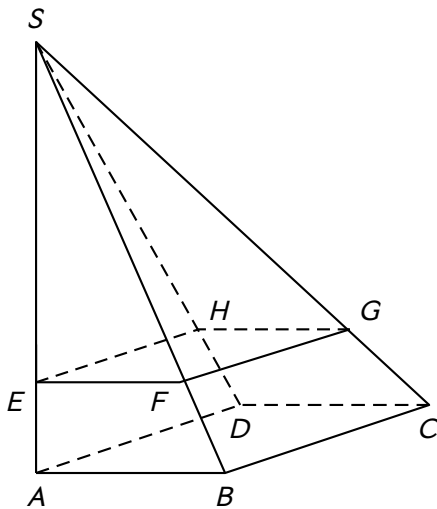
$SABC$  est une pyramide à base triangulaire.  
 $MNP$  est la section de  $SABC$  parallèlement à la base  $ABC$ .  
Donc  $MNP$  est un triangle qui est une réduction de  $ABC$ .



$SABCD$  est une pyramide à base rectangulaire.  
 $A'B'C'D'$  est la section de  $SABCD$  par un plan parallèle à  $ABCD$ .  
Donc  $A'B'C'D'$  est un rectangle qui est une réduction de  $ABCD$ .

On va terminer ce chapitre par un exercice de type brevet.

■ EXERCICE (DE BREVET) :



$SABCD$  est une pyramide à base rectangulaire  $ABCD$ , de hauteur  $[SA]$ . On donne  $SA = 15$  cm,  $AB = 8$  cm et  $BC = 11$  cm.

- Calculer le volume  $V_1$  de la pyramide  $SABCD$ .
- Démontrer que  $SB = 17$  cm.
- On note  $E$  le point de  $[SA]$  tel que  $SE = 12$  cm et  $F$  le point de  $[SB]$  tel que  $SF = 13,6$  cm.

On coupe cette pyramide par le plan passant par  $E$  et parallèle à la base de la pyramide. La pyramide  $SEFGH$  ainsi obtenue, est une réduction de la pyramide  $SABCD$ .

- Quelle est la nature de  $EFGH$ ?
- Quel est le coefficient de la réduction?
- En déduire le volume  $V_2$  de la pyramide  $SEFGH$ .

Solution :

- Calcul de l'aire de la base :  $\mathcal{A}_{ABCD} = 8 \times 11 = 88$  cm<sup>2</sup>.

Calcul du volume de  $SABCD$  :  $V_1 = \frac{1}{3} \times 88 \times 15 = 440$  cm<sup>3</sup>.

- $[SA]$  est la hauteur de  $SABCD$  donc  $SAB$  est un triangle rectangle en  $A$ .

**D**  $SAB$  est un triangle rectangle en  $A$ .

**P** Donc d'après le théorème de Pythagore on a :

**C**  $SB^2 = SA^2 + AB^2$

$$SB^2 = 15^2 + 8^2$$

$$SB^2 = 289$$

$$SB = \sqrt{289}$$

$$SB = 17 \text{ cm}$$

- (a)  $EFGH$  est un rectangle.

(b) Le coefficient de réduction est  $\frac{SE}{SA} = \frac{12}{15} = 0,8$ .

(c) On utilise le coefficient de réduction, donc le volume de  $SEFGH$  est :

$$V_2 = 0,8^3 \times V_1 = 0,512 \times 440 = 225,28 \text{ cm}^3$$

Oral :  
11, 14, 15 + 16, 17 p. 176

En classe :  
2, 5 p. 175 + 38a, 39 p. 179

À la maison :  
3, 4 p. 175 + 38b, 40, 41, 42 p. 179 + 43 p. 180

Tâche complexe : 78 p. 187 / Problème ouvert : 69 p. 184

# PROBABILITÉS

## I – Vocabulaire

### Définition

Un phénomène dont on ne peut pas prévoir de façon certaine le résultat s'appelle une **expérience aléatoire**

Exemples :

- Le lancer d'un dé à 6 faces est une expérience aléatoire : on ne sait pas quel nombre va donner le dé mais ce sera forcément 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6.
- Tirer, au hasard, un jeton dans une boîte qui contient 4 jetons oranges et 7 jetons blancs est une expérience aléatoire : on ne sait pas de quelle couleur sera le jeton mais ce sera forcément orange ou blanc.

### Définitions

- Les résultats possibles d'une expérience aléatoire sont appelées **issues**.
- Un **événement** est un « regroupement » d'une ou plusieurs issues.

Exemples :

- « Obtenir le nombre 1 » ; « Obtenir le nombre 2 » ; « Obtenir le nombre 3 » ; « Obtenir le nombre 4 » ; « Obtenir le nombre 5 » ; « Obtenir le nombre 2 » sont les issues.
- « Obtenir un nombre pair » ; « Obtenir le nombre 1 » ou encore « Obtenir un multiple de 3 » sont des événements.

### Définitions

Un événement qui ne peut pas se réaliser est appelé **événement impossible**. Un événement qui se réalise toujours est un **événement certain**

Exemples :

- Lorsque l'on lance un dé à 6 faces, l'événement « Obtenir le nombre 7 » est un événement impossible.
- Lorsque l'on lance une pièce de monnaie, l'événement « Obtenir pile ou face » est un événement certain.

### Définition

Deux événements sont dit **incompatibles** s'il ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Exemples :

- Lorsque l'on lance un dé à 6 faces, les événements « Obtenir le nombre 1 » et « Obtenir un nombre pair » sont incompatibles.
- De même, quand on tire une carte au hasard dans un jeu de cartes, les événements « Tirer une carte rouge » et « Tirer le roi de trèfle » sont également incompatibles.





### Propriété

Lorsque l'on peut déterminer toutes les issues possibles la probabilité d'un événement  $A$  est donnée par la formule :

$$p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à l'événement } A}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple 1 : On considère l'expérience aléatoire : tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Question : Quelle est la probabilité des événements suivants :

- $A$  : « La carte tirée est une dame » ?
- $B$  : « La carte tirée est une figure rouge » ?

Réponses :

- L'événement  $A$  est réalisé quand on tire la dame de cœur, la dame de pique, la dame de carreau ou la dame de trèfle.

Cas favorables : 4 cartes

Cas possibles : 32 cartes

$$\text{Donc } p(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}.$$

- L'événement  $B$  est réalisé quand on tire le roi de cœur, la dame de cœur, le valet de cœur, le roi de carreau, la dame de carreau ou le valet de carreau.

Cas favorables : 6 cartes

Cas possibles : 32 cartes

$$\text{Donc } p(B) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}.$$

Exemple 2 : On considère l'expérience aléatoire : lancer un dé à six faces et l'événement  $C$  : « Obtenir un nombre pair »

Question : quelle est la probabilité de l'événement  $C$  ?

Réponse :

L'événement  $C$  est réalisé lorsque l'on obtient la face 2, 4 ou 6.

Cas favorables : 3

Cas possibles : 6

$$\text{Donc } p(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

■ **EXERCICE** : Une classe de 3<sup>e</sup> est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe :

	Garçon	Fille	Total
Externe		3	
Demi-Pensionnaire	9	11	
Total			25

Questions :

1. Compléter le tableau.
2. On choisit au hasard un élève de cette classe.
  - (a) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille ?
  - (b) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit externe ?
  - (c) Si cet élève est demi-pensionnaire, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Solution :

1.

	Garçon	Fille	Total
Externe	2	3	5
Demi-Pensionnaire	9	11	20
Total	11	14	25

2. (a) Cas favorables : 14 car il y a 14 filles au total  
Cas possibles : 25  
Donc la probabilité que cet élève soit une fille est de  $\frac{14}{25}$ .
- (b) Cas favorables : 5 car il y a 5 élèves externes  
Cas possibles : 25  
Donc la probabilité que cet élève soit externe est de  $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ .
- (c) Cas possible : 20 car il y a 20 élèves demi-pensionnaires  
Cas favorables : 9 car il y a 9 garçons demi-pensionnaires  
Donc la probabilité est de  $\frac{9}{20}$ .

**Oral :**  
6, 10 + 11, 14 p. 70

**En classe :**  
2 p. 69 + 15, 19 p. 71

**À la maison :**  
3 p. 69 + 16, 17, 20, 21 p. 71



### Propriétés

- Une probabilité est comprise entre 0 et 1.
- La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Exemple 1 : On considère un lancer d'une pièce de monnaie (expérience aléatoire).

La probabilité de l'issue « Obtenir pile » est de  $\frac{1}{2}$ ; celle de l'issue « Obtenir face » est de  $\frac{1}{2}$ .

La somme des probabilités des issues est donc  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ .

Exemple 2 : On considère l'expérience aléatoire : lancer un dé à six faces.

- La probabilité de l'issue « Obtenir la face 1 » est  $\frac{1}{6}$
- La probabilité de l'issue « Obtenir la face 2 » est  $\frac{1}{6}$
- La probabilité de l'issue « Obtenir la face 3 » est  $\frac{1}{6}$
- La probabilité de l'issue « Obtenir la face 4 » est  $\frac{1}{6}$
- La probabilité de l'issue « Obtenir la face 5 » est  $\frac{1}{6}$
- La probabilité de l'issue « Obtenir la face 6 » est  $\frac{1}{6}$

La somme des probabilités des issues est donc :  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$ .

**Oral :**  
13 p. 70

**En classe :**  
-

**À la maison :**  
18 p. 71



### Propriété

$p(A) + p(\bar{A}) = 1$  ce qui s'écrit aussi  $p(A) = 1 - p(\bar{A})$  ou  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$ .

Exemple : On considère l'expérience aléatoire : tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On note  $A$  l'événement « La carte tirée est une figure rouge » et  $B$  l'événement « La carte tirée n'est pas une figure rouge ».

Calcul de la probabilité de  $A$  :

L'événement  $A$  est réalisé quand on tire le roi de cœur, la dame de cœur, le valet de cœur, le roi de carreau, la dame de carreau ou le valet de carreau.

Cas favorables : 6 cartes

Cas possibles : 32 cartes

$$\text{Donc } p(A) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}.$$

Calcul de la probabilité de  $B$  :

L'événement  $B$  est l'événement contraire de  $A$ , on a donc :

$$p(B) = p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{16}{16} - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$$

Oral :

–

En classe :

30 p. 73 + 34 p. 74

À la maison :

31, 32, 33 p. 73 + 35 p. 74

### III – Exemples d'expériences à deux épreuves

Exemple 1 : Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : 2 noires et 3 blanches. On dispose également de deux sacs contenant des jetons : un noir et un blanc.

Le sac noir contient un jeton noir et trois jetons blancs. Le sac blanc contient deux jetons noirs et deux jetons blancs.

On extrait une boule au hasard de l'urne puis on tire un jeton dans le sac qui est la même couleur que la boule tirée.

Questions :

1. Construire un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité de chacune des issues.
3. Déterminer la probabilité de l'événement  $A$  "la boule et le jeton sont de la même couleur"

Réponses :

1. On note  $N$  l'événement « Tirer une boule noire »,  $B$  l'événement « Tirer une boule blanche »,  $n$  l'événement « Tirer un jeton noir » et  $b$  l'événement « Tirer un jeton blanc ».

#### Calcul de la probabilité de $N$ :

Cas favorables : 2 car il y a deux boules noires dans l'urne.

Cas possibles : 5 car il y a cinq boules dans l'urne.

$$\text{Donc } p(N) = \frac{2}{5}.$$

#### Calcul de la probabilité de $B$ :

Cas favorables : 3 car il y a deux boules blanches dans l'urne.

Cas possibles : 5 car il y a cinq boules dans l'urne.

$$\text{Donc } p(B) = \frac{3}{5}.$$

#### Calcul de la probabilité de $n$ , lorsque l'on tire le jeton dans le sac noir :

Cas favorables : 1 car il y a un seul jeton noir dans le sac noir.

Cas possibles : 4 car il y a quatre jetons dans le sac noir.

$$\text{Donc } p(n) = \frac{1}{4}.$$

**Calcul de la probabilité de  $b$ , lorsque l'on tire le jeton dans le sac noir :**

Cas favorables : 3 car il y a trois jetons blancs dans le sac noir.

Cas possibles : 4 car il y a quatre jetons dans le sac noir.

$$\text{Donc } p(b) = \frac{3}{4}.$$

**Calcul de la probabilité de  $n$ , lorsque l'on tire le jeton dans le sac blanc :**

Cas favorables : 2 car il y a deux jetons noirs dans le sac blanc.

Cas possibles : 4 car il y a quatre jetons dans le sac blanc.

$$\text{Donc } p(n) = \frac{2}{4}.$$

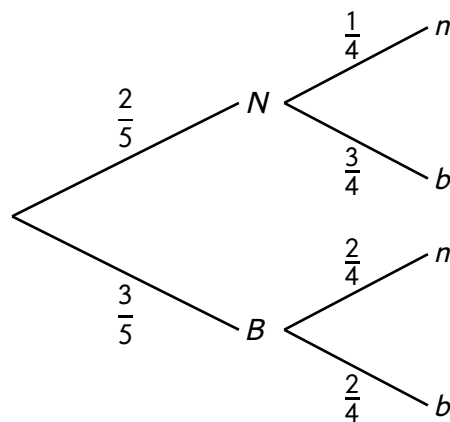
**Calcul de la probabilité de  $b$ , lorsque l'on tire le jeton dans le sac blanc :**

Cas favorables : 2 car il y a deux jetons blancs dans le sac blanc.

Cas possibles : 4 car il y a quatre jetons dans le sac blanc.

$$\text{Donc } p(b) = \frac{2}{4}.$$

Nous obtenons donc l'arbre pondéré suivant :



2. On utilise l'arbre pour calculer la probabilité de chaque issue :

$$\bullet p(N, n) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

$$\bullet p(N, b) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$$

$$\bullet p(B, n) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$$

$$\bullet p(B, b) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$$

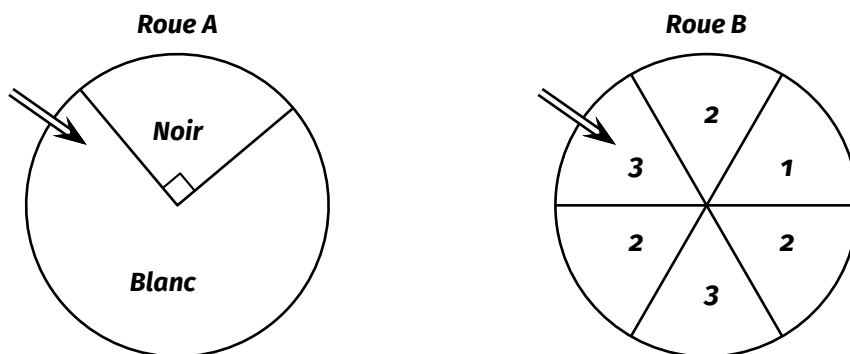
3. L'événement  $A$  est réalisé lorsque l'on a  $(N, n)$  ou  $(B, b)$  ainsi :

$$p(A) = p(N, n) + p(B, b) = \frac{2}{20} + \frac{6}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

La probabilité de l'événement  $A$  est  $\frac{2}{5}$ .

Exemple 2 : Une expérience consiste à :

- tourner d'abord la roue A (bien équilibrée) : on obtient la couleur blanche ou noire.
- tourner la roue B (bien équilibrée) : on obtient 1, 2 ou 3.



Une issue de cette expérience est par exemple  $(N; 1)$ ; cela signifie que le noir est sorti sur la roue A et le 1 sur la roue B.

1. Déterminer les probabilités de chaque issue de la roue A.
2. Construire l'arbre pondéré correspondant à cette expérience.
3. Déterminer la probabilité de l'événement  $(N; 1)$ .
4. Déterminer la probabilité de l'événement A « Obtenir 2 dans le résultat ».

Réponses :

1. L'angle au centre du cercle représentant la roue a une mesure de  $360^\circ$ .

Calcul de la probabilité d'obtenir la couleur noire :

Cas possibles :  $360^\circ$

Cas favorables :  $90^\circ$

$$\text{Donc } p(N) = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}.$$

Calcul de la probabilité d'obtenir la couleur blanche :

Cas possibles :  $360^\circ$

Cas favorables :  $360 - 90 = 270^\circ$

$$\text{Donc } p(B) = \frac{270}{360} = \frac{3}{4}.$$

2. La roue B est partagée en 6 parties égales.

Calcul de la probabilité d'obtenir 1 :

Cas possibles : 6 car il y a six parties

Cas favorables : 1 car il y a une partie numérotée 1

$$\text{Donc } p(1) = \frac{1}{6}.$$

Calcul de la probabilité d'obtenir 3 :

Cas possibles : 6 car il y a six parties

Cas favorables : 2 car il y a deux parties numérotées 3

$$\text{Donc } p(3) = \frac{2}{6}.$$

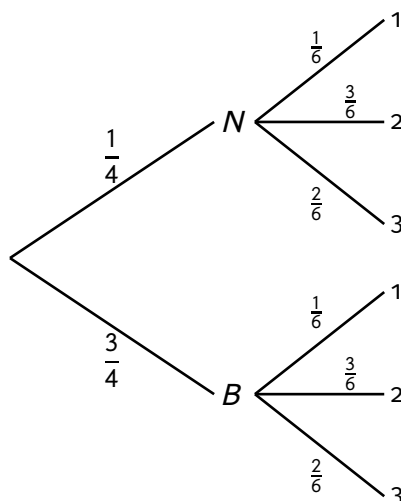
Calcul de la probabilité d'obtenir 2 :

Cas possibles : 6 car il y a six parties

Cas favorables : 3 car il y a trois parties numérotées 2

$$\text{Donc } p(2) = \frac{3}{6}.$$

Nous obtenons donc l'arbre pondéré suivant :



3. D'après l'arbre de probabilité on a :

$$p(N; 1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}.$$

4. L'événement  $A$  est réalisé lorsque l'on a l'issue  $(N; 2)$  ou l'issue  $(B; 2)$ . D'après l'arbre de probabilités on a :

$$p(N; 2) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}.$$

$$p(B; 2) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Donc } p(A) = p(N; 2) + p(B; 2) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

**Oral :**  
9 p. 70

**En classe :**  
24 p. 72 + 27 p. 73

**À la maison :**  
25, 26 p. 72 + 28, 29 p. 73

Tâche complexe : 63 p. 81 / Problème ouvert : 54 p. 78

## AGRANDISSEMENTS ET RÉDUCTIONS

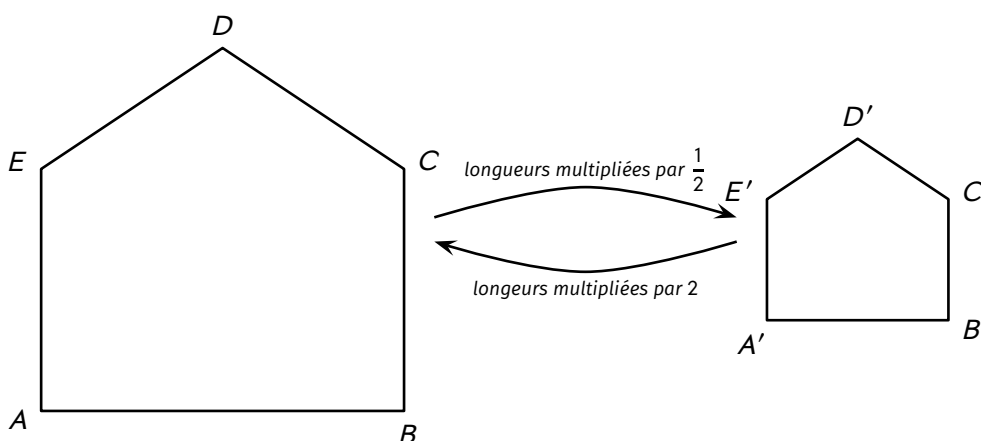
### Définition

Quand on multiplie par un nombre  $k$  strictement positif les longueurs des côtés d'une figure  $\mathcal{F}$  pour obtenir les longueurs des côtés d'une figure  $\mathcal{F}'$ , on dit que :

- $\mathcal{F}'$  est un **agrandissement** de  $\mathcal{F}$  si  $k > 1$  ;
- $\mathcal{F}'$  est une **réduction** de  $\mathcal{F}$  si  $k < 1$ .

Le nombre  $k$  est appelé le **rapport d'agrandissement/de réduction** ou le **coefficient d'agrandissement/de réduction**.

Exemple :



On peut dire que  $ABCDE$  est un agrandissement de  $A'B'C'D'E'$  de rapport 2 ou alors que  $A'B'C'D'E'$  est une réduction de  $ABCDE$  de rapport  $\frac{1}{2}$ .

Oral :

5, 6, 8, 12 + 14 p. 150

En classe :

3 p. 149 + 19 p. 151

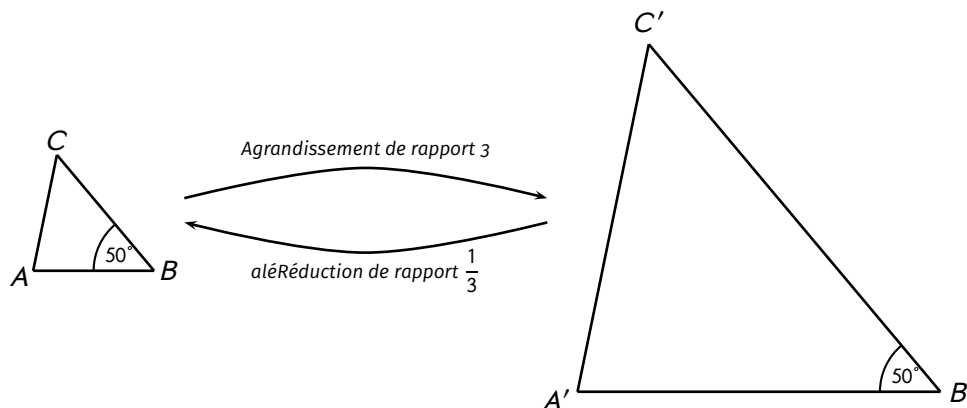
À la maison :

4 p. 149 + 20, 21, 25 p. 151

### Propriété

Un agrandissement (ou une réduction) conserve la mesure des angles.

Exemple :



$A'B'C'$  est un agrandissement de  $ABC$  de rapport 3, donc  $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 50^\circ$ .

Oral :

7 + 17 p. 150

En classe :

-

À la maison :

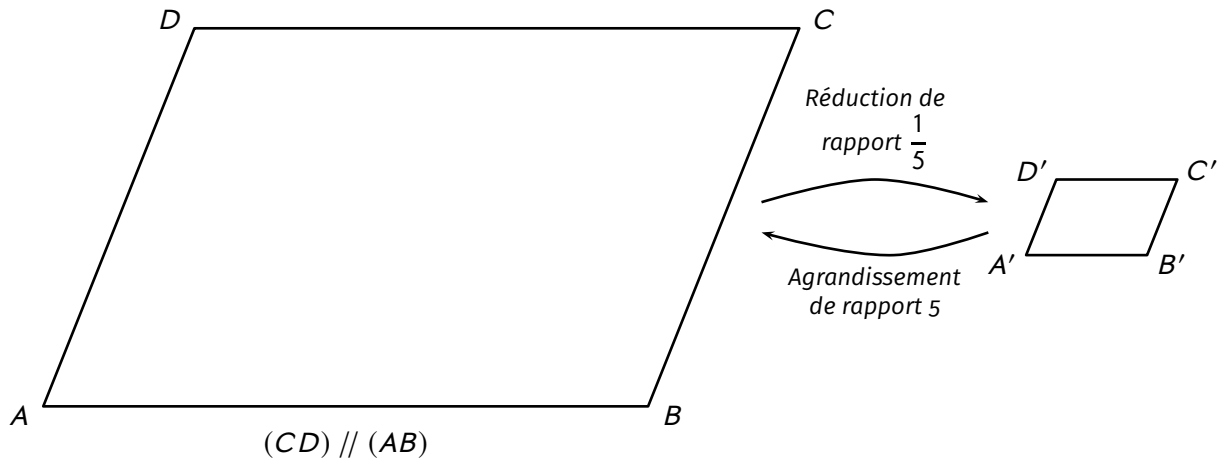
28 p. 151



### Propriété

| Un agrandissement (ou une réduction) conserve le parallélisme.

Exemple :



$A'B'C'D'$  est une réduction de rapport  $\frac{1}{5}$ , donc  $(C'D') \parallel (A'B')$ .

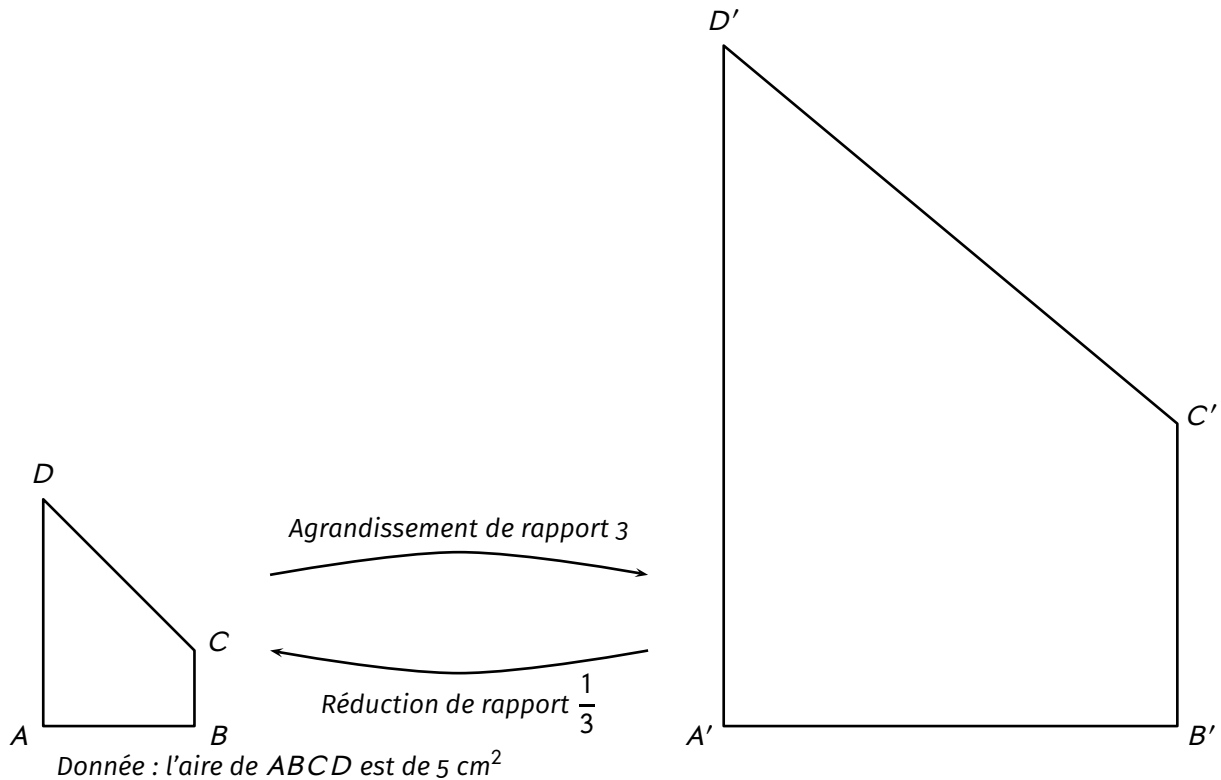


### Propriété

| Si on agrandit (ou réduit) une figure en multipliant les longueurs par  $k$ , alors :

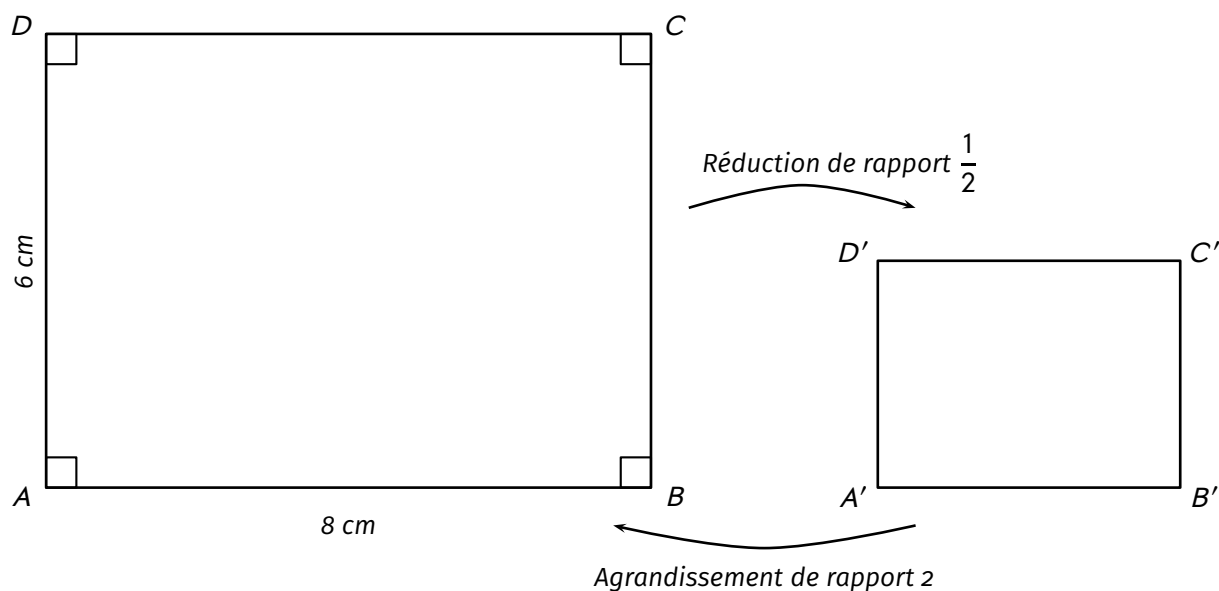
- ◊ l'aire est multipliée par  $k^2$ ,
- ◊ le volume est multiplié par  $k^3$ .

Exemple 1 :



$A'B'C'D'$  est un agrandissement de  $ABCD$  de rapport 3, donc  $\mathcal{A}_{A'B'C'D'} = 3^2 \times \mathcal{A}_{ABCD} = 9 \times 5 = 45 \text{ cm}^2$ .

Exemple 2 :



L'aire de  $ABCD$  est  $\mathcal{A}_{ABCD} = 6 \times 8 = 48\text{ cm}^2$ .

$A'B'C'D'$  est une réduction de  $ABCD$  de rapport  $\frac{1}{2} = 0,5$  donc :

$$\mathcal{A}_{A'B'C'D'} = 0,5^2 \times \mathcal{A}_{ABCD} = 0,25 \times 48 = 12\text{ cm}^2.$$

Oral :

9, 10, 11, 13 + 15, 16 p. 150

En classe :

29 p. 152

À la maison :

30, 31, 32 p. 152

Problème ouvert : 53 p. 154 / Tâche complexe : 52 p. 154

# FONCTIONS AFFINES

## I – Définition, image & antécédent

### Définition

On appelle **fonction affine** toute fonction  $f$  de la forme  $f(x) = ax + b$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres.

Exemples : Les fonctions suivantes sont affines :

- $f(x) = 4x + 5$ ; ici  $a = 4$  et  $b = 5$ .
- $g : x \mapsto 6x - 2$ ; ici  $a = 6$  et  $b = -2$ .
- $h(x) = -2,7x - 3,4$ ; ici  $a = -2,7$  et  $b = -3,4$ .
- $i(x) = \frac{4}{2}x + 7$ ; ici  $a = \frac{4}{2}$  et  $b = 7$ .
- $j(x) = \sqrt{5}x - \sqrt{3}$ ; ici  $a = \sqrt{2}$  et  $b = -\sqrt{3}$ .
- $k(x) = 9x$ ; ici  $a = 9$  et  $b = 0$ .

Les fonctions suivantes ne sont pas affines :  $f(x) = 4x^2 + 5$  ;  $g(x) = \frac{3}{x} + 1$  ;  $h(x) = 2\sqrt{x} + 5$

Oral :  
9, 10, 11 p. 118

En classe :  
–

À la maison :  
–

### Remarques

- ◊ Les méthodes pour calculer une image ou un antécédent restent les mêmes (voir chapitre n°5, page 24).
- ◊ Lorsque  $b = 0$ , notre fonction affine  $f(x) = ax + b$  devient plus simplement  $f(x) = ax$ , c'est-à-dire une fonction linéaire (voir chapitre n°9, page ??). De manière générale, toute fonction *linéaire* est aussi une fonction affine avec  $b = 0$ .

Exemple 1 : Calculer l'image de  $-4$  par la fonction affine  $f(x) = -2x + 5,4$ .

L'image de  $-4$  par  $f$  revient à calculer  $f(-4)$

$$f(-4) = -2 \times (-4) + 5,4$$

$$f(-4) = 13,4.$$

On remplace  $x$  par  $-4$  dans l'expression de  $f$

L'image de  $-4$  par  $f$  est  $13,4$ .

Exemple 2 : Déterminer l'antécédent de  $21$  par  $f(x) = 4x + 1$ .

On cherche  $x$  tel que :

On remplace  $f(x)$  par son expression

$$f(x) = 21$$

$$4x + 1 = 21$$

$$4x + 1 - 1 = 21 - 1$$

$$4x = 20$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

Chercher l'antécédent de  $21$  revient à chercher quand la fonction vaut  $21$

On résout l'équation

L'antécédent de  $21$  par  $f$  est  $5$ .

Oral :  
8, 12, 13, 14 + 19 p. 118

En classe :  
2, 7 p. 117 + 22, 25 p. 119

À la maison :  
3, 4, 5, 6 p. 117 + 23, 26 p. 119 + 32, 33 p. 120

## II – Outil pour les fonctions : équation de droite

### Définition

$a$  et  $b$  sont des nombres. Dans un repère, l'ensemble des points  $(x; y)$  tel que  $y = ax + b$  est une droite :  $y = ax + b$  s'appelle l'équation de la droite

### Méthode (TRACER UNE DROITE À PARTIR DE SON ÉQUATION)

Pour tracer une droite il faut deux points :

1. on choisit donc deux valeurs pour  $x$  (totalement au choix, mais elles doivent être dans le repère; au pire, on recommencera avec une autre valeur de  $x...$ )
2. on calcule la valeur de  $y$  associée.
3. on obtient les coordonnées  $(x; y)$  de deux points que l'on place dans le repère, puis on les relie.

Exemple (TRACER LA DROITE D'ÉQUATION  $y = 3x + 2$ ) :

C'est correct avec n'importe quelle valeur (il faut juste vérifier qu'on reste dans le repère!)

On choisit  $x = 1$  :

$$y = 3x + 2$$

$$y = 3 \times 1 + 2$$

$$y = 5$$

Coordonnées du 1<sup>er</sup> point :  $(1; 5)$

On choisit  $x = -4$  :

$$y = 3x + 2$$

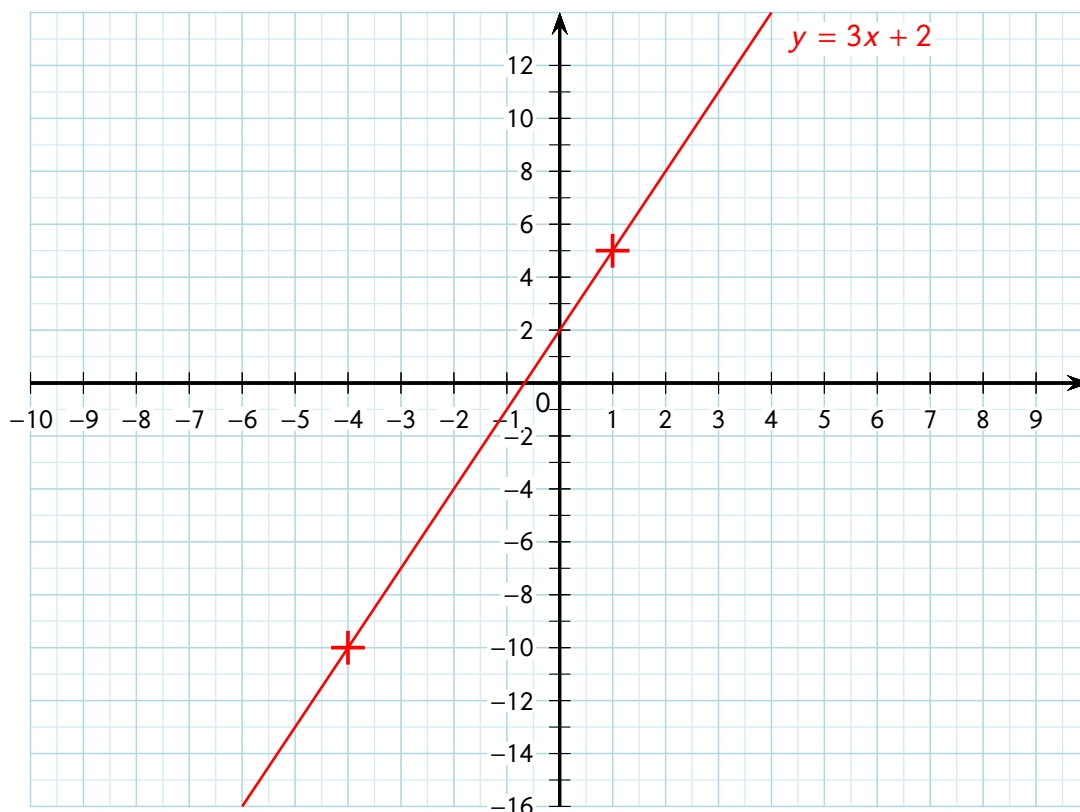
$$y = 3 \times (-4) + 2$$

$$y = -10$$

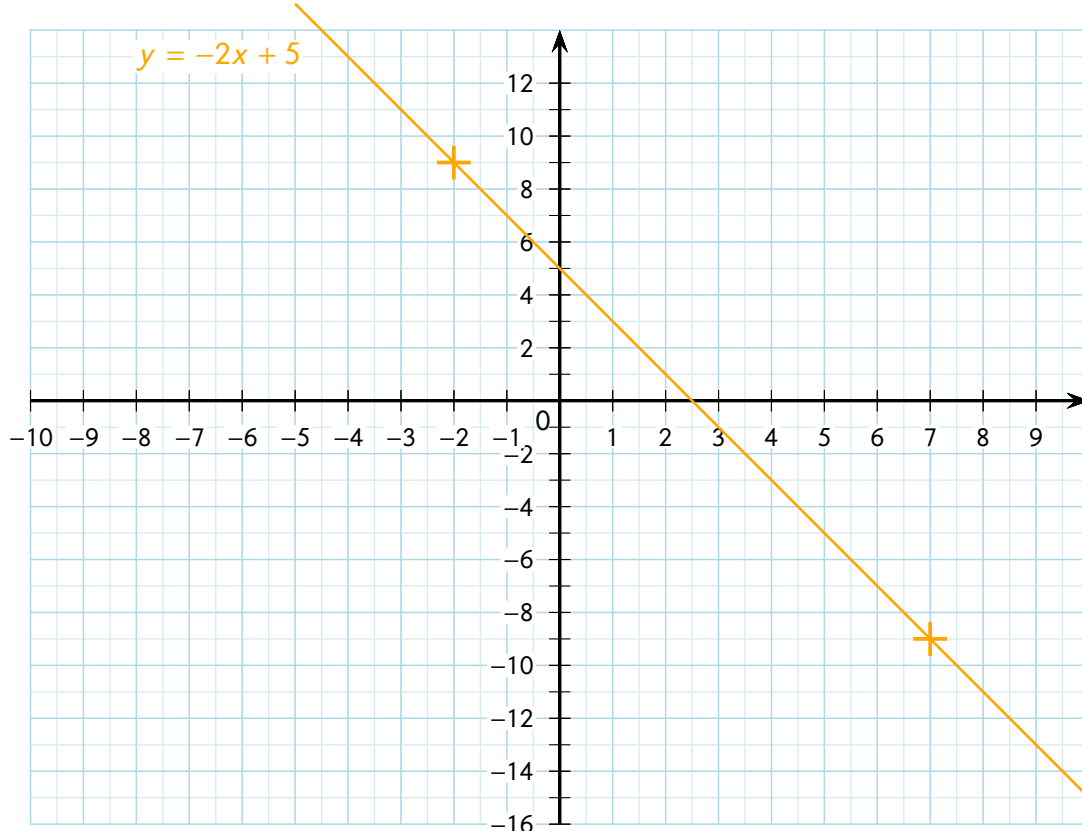
Coordonnées du 2<sup>e</sup> point :  $(-4; -10)$

On écrit les points obtenus, toujours de la forme  $(x; y)$

Il suffit alors de placer les points trouvés  $(1; 5)$  et  $(-4; -10)$  puis de tracer la droite passant par ces deux points :



■ **EXERCICE :** Dans le repère ci-dessous, tracer la droite d'équation  $y = -2x + 5$  :



Solution : Calculs des coordonnées de deux points :

On choisit  $x = 7$  :

$$y = -2 \times 7 + 5$$

$$y = -9$$

Coordonnées du 1<sup>er</sup> point : (3 ; -1)

On choisit  $x = -2$  :

$$y = -2 \times (-2) + 5$$

$$y = 9$$

Coordonnées du 2<sup>e</sup> point : (-1 ; 7)

### III – Représentation graphique d'une fonction affine



#### Propriété

La représentation graphique de la fonction affine  $f(x) = ax + b$  est la droite d'équation  $y = ax + b$ .



#### Définitions

$a$  est appelé le **coefficient directeur** de la droite.

$b$  est appelé le **ordonnée à l'origine** de la droite.

*Exemple (TRACER LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION AFFINE) :* Dans un repère bien choisi, tracer la représentation graphique de la fonction  $f(x) = -2x + 5$ .

Réponse : La fonction  $f$  est une fonction affine, sa représentation graphique est donc la droite d'équation  $y = -2x + 5$ . On procède alors comme dans le paragraphe précédent en calculant les coordonnées de deux points :

On choisit  $x = 3$  :

$$y = -2 \times 3 + 5$$

$$y = -1$$

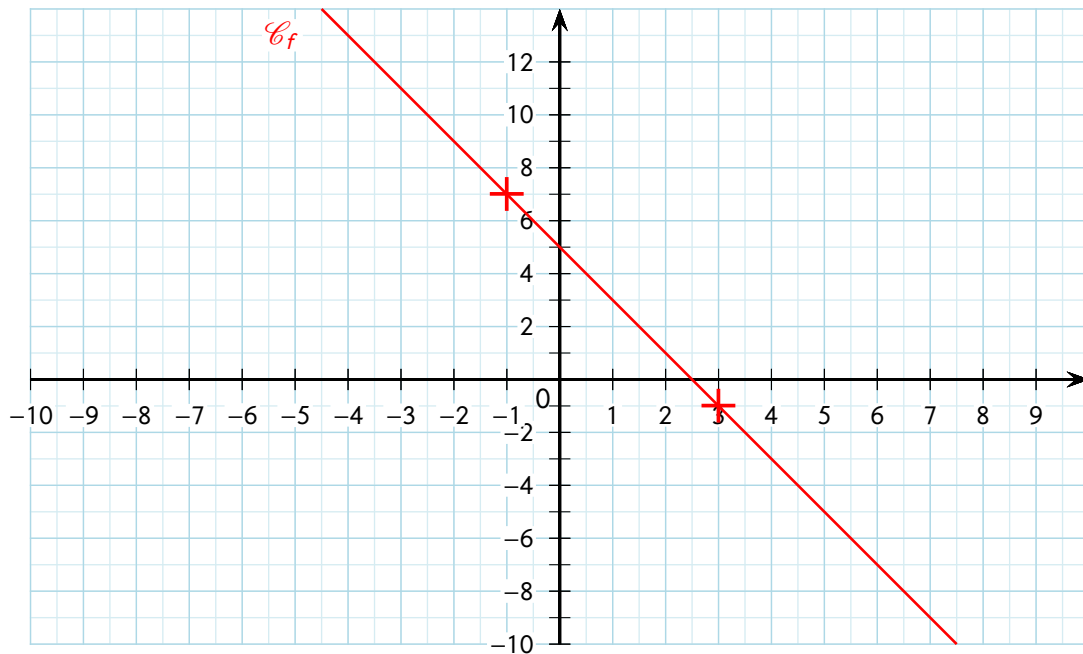
Coordonnées du 1<sup>er</sup> point : (3 ; -1)

On choisit  $x = -1$  :

$$y = -2 \times (-1) + 5$$

$$y = 7$$

Coordonnées du 2<sup>e</sup> point : (-1 ; 7)



Oral :  
15, 17, 18 p. 118

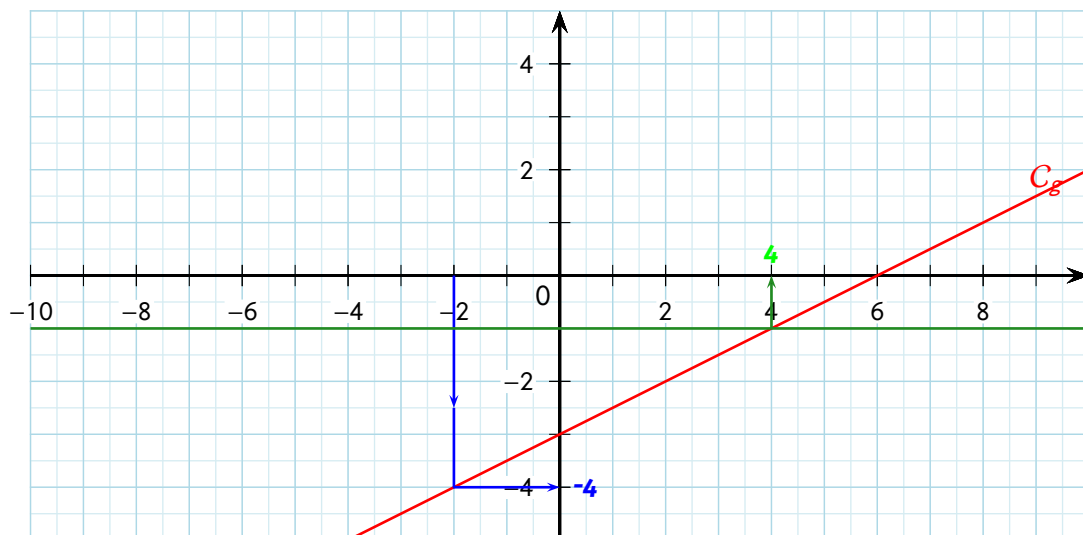
En classe :  
38, 42a, 47 p. 121

À la maison :  
39, 42bc, 48, 49 p. 121

### Remarque

Les méthodes pour lire graphiquement une image ou un antécédent restent les mêmes.

Exemple (LECTURE GRAPHIQUE D'IMAGES ET D'ANTÉCÉDENTS) : On a tracé la représentation graphique de la fonction affine  $g(x) = 0,5x - 3$ .



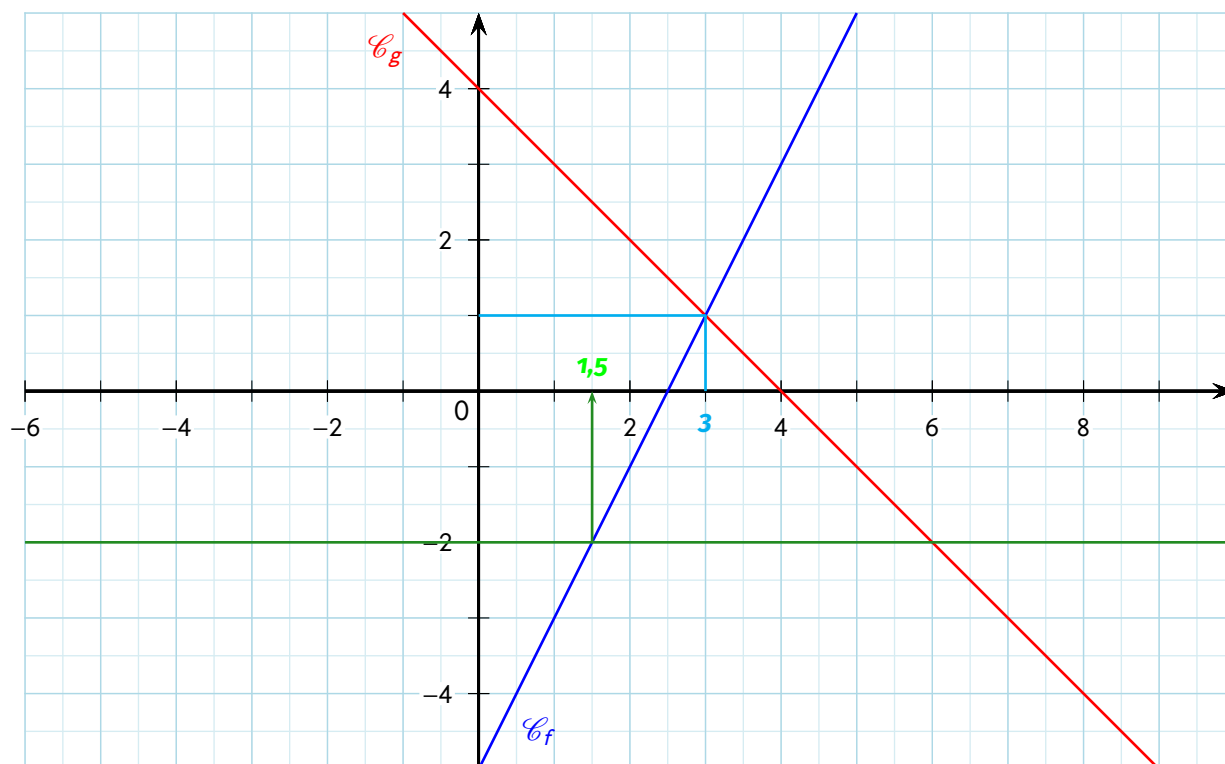
Oral :  
16 + 20 p. 118

En classe :  
36 p. 120 + 52 p. 122

À la maison :  
37 p. 120 + 53 p. 122

On peut même pousser la lecture graphique un peu plus loin en allant repérer le point d'intersection entre deux droites, donnant ainsi la solution d'une équation mettant en jeu deux fonctions affines !

Exemple (RÉSOLUTION GRAPHIQUE D'ÉQUATIONS) : Dans le repère ci-dessous, on a tracé les représentations graphiques des fonctions  $f(x) = 2x - 5$  et  $g(x) = -x + 4$ .



1. Résoudre graphiquement l'équation  $2x - 5 = -2$ .
2. Résoudre graphiquement l'équation  $2x - 5 = -x + 4$ .

Réponses :

1. Résoudre l'équation  $2x - 5 = -2$  revient à résoudre  $f(x) = -2$  c'est à dire chercher l'antécédent de  $-2$  par  $f$ . Graphiquement, on lit donc que la solution de l'équation  $2x - 5 = -2$  est  $1,5$  (traits verts).
2. Résoudre graphiquement l'équation  $2x - 5 = -x + 4$ , revient à résoudre  $f(x) = g(x)$  c'est-à-dire chercher l'abscisse du point d'intersection entre  $C_f$  et  $C_g$ . Graphiquement, on lit donc que la solution de l'équation  $2x - 5 = -x + 4$  est  $3$  (traits bleus clairs).

Oral :

—

En classe :

54 p. 122

À la maison :

55 p. 122

Problème ouvert : 76 p. 126 / Tâche complexe : 88 p. 129

# CALCULS NUMÉRIQUES

## I – Bilan sur les nombres

### 1. Vocabulaire des différents types de nombres

#### Définitions

- **Les nombres entiers** : ce sont les nombres qui peuvent s'écrire sans virgule.  
Par exemple : 0; 1; 2; 354; 2017; -5; -487; ...
- **Les nombres décimaux** : ce sont les nombres avec une virgule et dont le nombre de chiffres après la virgule est limité. Par exemple : 4,5; 23,7891; -6,9; -7841,63; ...
- **Les nombres rationnels** : ce sont ceux qui s'écrivent sous forme de fraction, c'est à dire le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers. Par exemple :  $\frac{4}{3}$ ;  $\frac{5}{11}$ ;  $\frac{120}{13}$ ;  $-\frac{1}{3}$ ; ...
- **Les nombres irrationnels** : ce sont ceux qui ne font pas parties des catégories précédentes.  
Par exemple :  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ ;  $-\sqrt{7}$ ; ...

#### Propriété

Une fraction est avant tout une division.

Une conséquence directe de cette propriété est que certains nombres appartiennent à différentes catégories :

- $\frac{2}{4} = 2 \div 4 = 0,5$  donc  $\frac{2}{4}$  est un nombre décimal écrit sous forme fractionnaire.
- $4,3 = 43 \div 10 = \frac{43}{10}$  donc 4,3 est un nombre décimal et rationnel.

#### Remarque

Tous les nombres entiers sont des nombres décimaux et tous les nombres décimaux sont des nombres rationnels.

Exemples :

$$4 = 4,000; 25 = 25,000; \dots$$

$$1,5 = \frac{15}{10}; 153,47 = \frac{153,47}{100}; \dots$$

$$5 = \frac{5}{1}; 871 = \frac{871}{1}; \dots$$

Oral :

—

En classe :

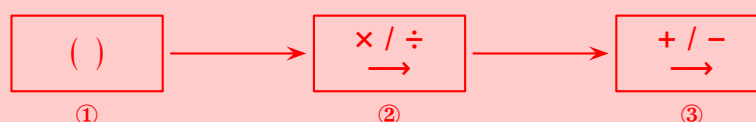
1 p. 243

À la maison :

2, 3, 4 p. 243

### 2. Priorités opératoires

#### Propriété : « ordre des priorités »







### Propriété : critères de divisibilité

- Un nombre entier est divisible par 2, s'il est pair (son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre entier est divisible par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est divisible par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre entier est divisible par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre entier est divisible par 10, si son chiffre des unités est 0.

Exemple 1 : Ces critères nous évitent d'utiliser la calculatrice :

- 129 n'est divisible par 2 car il se termine par 9.
- 129 n'est divisible par 5 car il se termine pas par 0 ou 5.
- 129 est divisible par 3 car  $1 + 2 + 9 = 12$  et  $12 \div 3 = 4$
- 129 n'est divisible par 9 car  $1 + 2 + 9 = 12$  et 12 n'est pas dans la table de 9.
- 129 n'est divisible par 10 car il ne se termine par 0.

Exemple 2 : 1356 est divisible par 2, par 3 et par 5 car :

- 1356 se termine par 6, donc il est divisible par 2.
- 1356 se termine par 6, donc il est divisible par 3.
- $1 + 3 + 5 + 6 = 15$  et  $15 \div 3 = 5$ , donc il est divisible par 3.

## II – Puissances

### 1. Définitions et formules



#### Définition

$a$  est nombre non nul et  $n$  un nombre entier supérieur ou égal à 2. Alors :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ fois}}$$

Exemples : La puissance 2 se lit « au carré » et la puissance 3 « au cube » :

$$5^2 = \underbrace{5 \times 5}_{2 \text{ fois}} ; \quad (-4)^3 = \underbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}_{3 \text{ fois}} ; \quad (-7)^4 = \underbrace{(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7)}_{4 \text{ fois}} ; \quad \dots$$



#### Définition

$a$  est nombre non nul et  $n$  un nombre entier positif. Alors :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} ; \quad 12^{-3} = \frac{1}{12^3} ; \quad (-2)^{-12} = \frac{1}{(-2)^{12}}$$

Oral :  
57 p. 250

En classe :  
–

À la maison :  
58, 59 p. 250

### Propriété

$a$  est nombre non nul.

$$a^0 = 1 \quad \text{et} \quad a^1 = a.$$

Exemples :

$$5^0 = 1 \quad 2,3^0 = 1 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \quad 7^1 = 7 \quad 8,95^1 = 8,95$$

### Propriété : formules

$a$  et  $b$  sont des nombres non nuls ;  $n$  et  $m$  sont des nombres entiers relatifs.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Exemples :

$$\begin{aligned} 2^5 \times 2^3 &= 2^{5+3} = 2^8 \\ \frac{2^5}{2^3} &= 2^{5-3} = 2^2 \\ (7 \times 8)^3 &= 7^3 \times 8^3 \\ 3^2 + 5^2 &= 3^2 + 5^2 \neq 8^2 \quad \text{On ne peut pas calculer davantage} \\ (4^5)^{-2} &= 4^{5 \times (-2)} = 4^{-10} \\ 6^2 \times 6^{-5} &= 6^{2+(-5)} = 6^{-3} \\ 4^2 \times 5^3 &= \quad \text{On ne peut pas calculer} \\ ((-5)^7)^8 &= (-5)^{7 \times 8} = (-5)^{56} \\ \frac{6^2}{6^{-5}} &= 6^{2-(-5)} = 6^7 \\ 5^3 - 5^2 &= 5^3 - 5^2 \neq 5^5 \quad \text{On ne peut pas calculer} \end{aligned}$$

Oral :

10, 11, 12 + 21p. 14

En classe :

32, 33 p. 15

À la maison :

34, 35, 36, 37 p. 15

## 2. Écriture scientifique

### Définition

Une **puissance de 10** est un nombre obtenu en élevant 10 à la puissance  $n$ ,  $n$  étant un entier relatif :

•  $10^3 = 1\ 000$

•  $10^{-2} = 0,01$

•  $10^5 = 10\ 000$

•  $10^{-4} = 0,000\ 1$

•  $10^8 = 100\ 000\ 000$

•  $10^{-6} = 0,000\ 001$

On rappelle que si l'on a  $10^n$  (avec  $n$  positif), alors il y a autant de zéros *après* le "1" que le nombre  $n$ . Par contre, si l'on a  $10^{-n}$  (donc avec  $n$  est négatif), alors il y a autant de zéros *avant* le "1" et on place une virgule après le premier zéro.

Oral :

13 + 22, 23, 24, 25 p. 14

En classe :

42 p. 15

À la maison :

43, 44, 45, 46, 47 p. 15

## Définition

L'**écriture scientifique** d'un nombre est une écriture de la forme  $a \times 10^n$  où  $a$  est un nombre compris entre 1 et 10 (mais différent de 10 : donc  $1 \leq a < 10$ ) et  $n$  un nombre entier.

Exemples :

- $4,78 \times 10^3$  est une écriture scientifique car 4,78 est compris entre 1 et 10 et 3 est un nombre entier.
- $2,159 \times 10^{-5}$  est une écriture scientifique car 2,159 est compris entre 1 et 10 et  $-5$  est un nombre entier.
- $45,9 \times 10^2$  n'est pas une écriture scientifique car 45,9 n'est pas compris entre 1 et 10.
- $0,9 \times 10^5$  n'est pas une écriture scientifique car 0,9 n'est pas compris entre 1 et 10.
- $2,5 \times 3^{10}$  n'est pas une écriture scientifique car il n'y a pas de puissance de 10.

## Méthode (DÉTERMINER L'ÉCRITURE SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE)

Déterminer l'écriture scientifique de 478,5.

Au brouillon ou dans ma tête :

1. On écrit le nombre sans sa virgule : 4 785.
2. On place la virgule pour obtenir un nombre entre 1 et 10 : 4,785.
3. On compte de combien on a déplacé la virgule par rapport au nombre de départ (ici 2), ce qui nous donne la partie numérique de la puissance :  $4,785 \times 10^{-2}$
4. On vérifie s'il faut mettre un "moins" en puissance : si le nombre de départ est inférieur à 1, alors il faut mettre un "moins". Ici ce n'est pas le cas (car  $478,5 > 1$ ), donc pas besoin de moins.

Sur ma feuille :


$$478,5 = 4,78 \times 10^2.$$

## À la calculatrice

À la calculatrice, on peut vérifier les écritures scientifique de tout nombre ou de tout calcul.

- ◇ Pour mettre le mode écriture scientifique sur la calculatrice :

          pour quitter l'écran.

L'affichage indique "SCI", prouvant que le mode est activé. Il suffit alors de taper un nombre ou un calcul suivi de  pour que la calculatrice donne le résultat sous forme d'une écriture scientifique.

- ◇ Pour enlever le mode écriture scientifique sur la calculatrice :

          pour quitter l'écran.

Le "SCI" sur l'écran disparaît, prouvant bien qu'on est revenu en mode normal.

Oral :

—

En classe :

62 p. 17

À la maison :

63 p. 17

Exemples 1 :

$$\begin{aligned}31\,200 &= 3,12 \times 10^4 \\253,47 &= 2,5347 \times 10^2 \\0,00084 &= 8,4 \times 10^{-4} \\0,02017 &= 2,017 \times 10^{-2} \\100,001 &= 1,00001 \times 10^2 \\1,234 &= 1,234 \times 10^0\end{aligned}$$

Exemple 2 : Déterminer l'écriture scientifique de  $A = 458,6 \times 10^5$

Réponse :

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{458,6}_{\text{on détermine l'écriture scientifique du nombre}} \times 10^5 \\ &= 4,586 \times \underbrace{10^2 \times 10^5}_{\text{on utilise les formules sur les puissances}} \\ &= 4,586 \times 10^{2+5} \\ &= 4,586 \times 10^7. \end{aligned}$$

Exemple 3 : Déterminer l'écriture scientifique de  $A = 457,8 \times \frac{10^7}{10^2}$

Réponse :

$$\begin{aligned} A &= 457,8 \times \frac{10^7}{10^2} \\ A &= 4,578 \times 10^2 \times 10^5 \\ A &= 4,578 \times 10^7 \end{aligned}$$

Exemple 4 : Déterminer l'écriture scientifique de  $B = 521 \times \frac{10^2 \times 10^3}{10^{-4} \times 10^{-6}}$

Réponse :

$$\begin{aligned} B &= 521 \times \frac{10^2 \times 10^3}{10^{-4} \times 10^{-6}} \\ B &= 5,21 \times 10^2 \times \frac{10^5}{10^{-10}} \\ B &= 5,21 \times 10^2 \times 10^{15} \\ B &= 5,21 \times 10^{17} \end{aligned}$$

Oral :  
17, 18, 19, 20 p. 14

En classe :  
2, 7, 9 p. 13 + 64 p. 17

À la maison :  
3, 4, 5, 6, 8 p. 13 + 65, 67 p. 17

### III – Racines carrées

#### 1. Définitions

##### Définition

La **racine carrée** d'un nombre positif  $a$  est le nombre positif noté  $\sqrt{a}$  dont le carré est égal à  $a$ .

Exemple :  $\sqrt{16} = 4$  car  $4^2 = 16$ .

##### Remarque

La racine carrée d'un négatif ne sera pas vue au collège. La calculatrice affiche même une erreur en cas de calcul d'une racine carrée d'un nombre négatif!

##### Propriété

$a$  est un nombre positif. Alors  $(\sqrt{a})^2 = a$  et  $\sqrt{a^2} = a$ .

Exemples :

$$\begin{array}{lll} \sqrt{3^2} = 3 & \sqrt{2,4^2} = 2,4 & \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \\ (\sqrt{7})^2 = 7 & (\sqrt{3,8})^2 = 3,8 & \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 = \frac{3}{5} \end{array}$$

■ **EXERCICE :** Développer les expressions  $(3 + \sqrt{2})^2$ ;  $(2\sqrt{5} - 4)^2$  et  $(6\sqrt{2} + \sqrt{7})(6\sqrt{2} - \sqrt{7})$ .

Solution : On applique dans l'ordre les identités remarquables 1, 2 puis 3 :

$$\begin{aligned} (3 + \sqrt{2})^2 &= 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ &= 9 + 6\sqrt{2} + 2 \\ &= 11 + \sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2\sqrt{5} - 4)^2 &= (2\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times 4 + 4^2 \\ &= 4 \times 5 - 8\sqrt{5} + 16 \\ &= 36 - 8\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6\sqrt{2} + \sqrt{7})(6\sqrt{2} - \sqrt{7}) &= (6\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2 \\ &= 6^2 \times (\sqrt{2})^2 - 7 \\ &= 36 \times 2 - 7 \\ &= 72 - 7 \\ &= 65. \end{aligned}$$

## 2. Opérations sur les racines carrées



### Propriété

$a$  et  $b$  sont des nombres positifs non nuls.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemples :

- $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = 6$
- $\sqrt{5} \times \sqrt{4} = \sqrt{5 \times 4} = \sqrt{20}$
- $\sqrt{14} = \sqrt{7 \times 2} = \sqrt{7} \times \sqrt{2}$
- $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{60}{15}} = \sqrt{4} = 2$
- $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}$
- $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$

### 3. Simplifications



#### Méthode (ÉCRIRE UNE RACINE CARRÉE SOUS LA FORME $a\sqrt{b}$ )

Pour écrire  $\sqrt{50}$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , avec  $a$  et  $b$  des nombres entiers et  $b$  le plus petit possible, on procède de la manière suivante :

1. On décompose le nombre sous la racine carrée en un produit/quotient dont l'un des nombres est un carré parfait (par exemple, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... ; ici  $50 = 25 \times 2$ ).
2. On utilise les formules sur les racines carrées pour séparer la racine en deux.
3. On simplifie la racine carrée du nombre carré!

Par exemple :  $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ .

Exemple : Écrire  $\sqrt{63}$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , avec  $a$  et  $b$  des nombres entiers et  $b$  le plus petit possible.

Réponse :

$$\sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}.$$



#### Remarque

On ne peut pas calculer des nombres avec des racines carrées différentes (par exemple  $3\sqrt{2} + 5\sqrt{7} \neq 8\sqrt{9}$ !) De temps en temps, il faudra donc décomposer chaque racine carrée afin de faire apparaître le même carré parfait.

Exemple : Écrire  $A = 2\sqrt{24} + 3\sqrt{216} - 10\sqrt{6}$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , avec  $a$  et  $b$  des nombres entiers et  $b$  le plus petit possible.

Réponse :

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{24} + 3\sqrt{216} - 10\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{4 \times 6} + 3\sqrt{36 \times 6} - 10\sqrt{6} \\ &= 2 \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{6} + 3 \times \sqrt{6^2} \times \sqrt{6} - 10\sqrt{6} \\ &= 2 \times 2\sqrt{6} + 3 \times 6\sqrt{6} - 10\sqrt{6} \\ &= 4\sqrt{6} + 18\sqrt{6} - 10\sqrt{6} \\ &= 12\sqrt{6} \end{aligned}$$

Problème ouvert : 104 p. 22

**Ce cours a été créé par M. GROMETTO et adapté par M. LENZEN.**



Il est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons « Attribution - Pas d'utilisation commerciale - Pas de modification 3.0 France » :

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/fr/>

*"Vous êtes autorisé à : Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats. L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.*

*Selon les conditions suivantes :*

- ◇ **Attribution :** *Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son Œuvre.*
- ◇ **Pas d'Utilisation Commerciale :** *Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.*
- ◇ **Pas de modifications :** *Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'Œuvre modifiée."*